

# Les bases de la physique moderne [suite]

Autor(en): **Guillaume, Edouard**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Archives des sciences physiques et naturelles**

Band (Jahr): **43 (1917)**

PDF erstellt am: **21.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-743017>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

LES BASES  
DE LA  
PHYSIQUE MODERNE

PAR

**Edouard GUILLAUME**

(Suite <sup>1</sup>)

---

§ 4. — LA PREMIÈRE THÉORIE DE LA RELATIVITÉ :  
LA THÉORIE DE LA RELATIVITÉ RESTREINTE

L'intervention d'Einstein fut neuve.

Pour lui, il s'agissait bien moins d'une question de Physique que de nos notions mêmes de temps et d'espace. Si les équations de Maxwell-Lorentz avaient présenté jusqu'ici une dissymétrie que nous avons cherché en vain à faire disparaître, il ne fallait pas s'en prendre à la théorie, qui était en tout point excellente, mais au fait que nous voulions la faire entrer dans le cadre habituel de temps et d'espace, cadre suranné, introduit par la théorie mécanique, fondée sur le corps solide, synthèse trop simpliste et provisoire du monde, qu'on devait abandonner. De ce point de vue, les notions de temps et d'espace se présenteraient comme purement empiriques, et devraient être remaniées lorsque des faits expérimentaux nouveaux nous y obligeraient, de façon à les adapter progressivement à la subtilité de plus en plus grande de l'expérience humaine. A l'espace et au temps, — au temps surtout, — de la Mécanique rationnelle, il convenait désormais de substituer l'espace et le temps fondés sur la synthèse électromagnétique, en faveur de laquelle l'expé-

<sup>1</sup>) Voir *Archives*, t. XLIII, p. 5.

rience s'était nettement prononcée. Y a-t-il, en effet, un temps et un espace à priori ? Ceux auxquels nous sommes habitués satisfont, nous l'avons vu, à une double covariance, où le temps apparaît comme essentiellement différent de l'espace. Ne pourrait-on définir autrement ces notions ? Et si une telle définition était trouvée, y aurait-il à priori une raison pour préférer l'une plutôt que l'autre ?

Einstein chercha donc comment on pourrait remplacer la cinématique euclido-newtonienne par une cinématique qui conviendrait à l'Electromagnétisme.

Examinant attentivement la théorie de Lorentz, il remarqua que la vitesse de la lumière y jouait un rôle particulier : elle était constante *quelle que soit la vitesse du système*, en d'autres termes, elle se présentait comme une constante *absolue*. Que l'on comprenne bien ce que cela signifie ; cela ne veut pas seulement dire qu'elle demeure constante pour les observateurs entraînés avec le système, ce qui serait, par exemple, le cas dans la théorie de l'émission ; cela veut dire qu'elle reste la même et pour les observateurs entraînés et pour ceux qui regardent le système passer devant eux. Autrement dit, cette vitesse ne correspond nullement à notre image habituelle de cette notion. On peut donc s'attendre à ce que le temps soit aussi profondément modifié.

Einstein posa deux principes, dont il admit la validité universelle :

1° *Le principe de la relativité restreinte*, c'est-à-dire la covariance des équations de tous les phénomènes physiques par rapport à certaines transformations linéaires à déterminer, permettant de passer d'un système S à un système S' en mouvement uniforme par rapport au premier.

2° *Le Principe de la constance ABSOLUE de la vitesse de la lumière.*

Einstein fit remarquer qu'admettre le premier principe, c'était rejeter du même coup l'existence de l'*éther*. Mais que l'on ne se méprenne pas sur le sens de cette affirmation : Einstein ne veut pas dire qu'il n'y a « rien » dans les espaces interstellaires, bien au contraire, — nous le verrons plus loin. Mais il veut dire qu'il n'y a rien qui se puisse comparer à un milieu

*matériel*, par rapport auquel on pourrait constater et repérer les mouvements. C'est pourquoi, il convient d'abandonner le mot « éther », qui évoque toujours l'idée d'un semblable milieu, et d'introduire une autre expression : nous dirons le « vide einsteinien », le mot « vide » signifiant « absence de matière ». Quand au mot « matière », nous en préciserons le sens plus tard. Pour l'instant, nous résumerons le contenu du premier principe admis, en disant simplement : *le vide einsteinien ne peut pas être pris comme système de référence.*

Puis, fort du principe de la constance de la vitesse de la lumière, Einstein fit observer que rien ne s'oppose plus à la détermination *rigoureuse* de la simultanéité physique, par des échanges de signaux optiques, comme le faisait Lorentz pour déterminer le temps local (§ 3), puisque la vitesse de la lumière ne dépendait jamais du mouvement des observateurs.

Les deux principes une fois admis, Einstein n'eut pas de peine à trouver l'expression analytique d'un covariant simple résumant toute la nouvelle cinématique. Considérons deux systèmes S et S' en translation uniforme de vitesse  $v$  le long de leurs axes  $x$  et  $x'$  supposés coïncidents. Imaginons qu'à l'instant  $t = 0$ , les deux origines O et O' soient au même point, et, qu'à cet instant, on allume et éteigne instantanément une source lumineuse en ce point. Au temps  $t > 0$ , le lieu des points d'où la lumière est perçue dans le système S est une *sphère*, puisque la vitesse  $c$  de la lumière est une constante ; son équation est :

$$(1) \quad x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = 0.$$

En vertu du principe de relativité, nous devons pouvoir faire un raisonnement identique pour le système S', puisque rien ne le distingue du premier, que S et S' sont l'un et l'autre également « justifiés » (*gleichberechtigt*), comme dit Einstein.

On doit donc avoir une équation semblable à (1) :

$$(2) \quad x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2 = 0,$$

où  $c$  a la même valeur, en vertu de la constance absolue de la vitesse de la lumière, mais où le temps  $t'$  doit être différent du temps  $t$  ; en effet, on aurait sans cela :

$$x^2 + y^2 + z^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2$$

ce qui est manifestement impossible, puisque les origines O et O' ne restent pas coïncidentes, mais s'éloignent indéfiniment l'une de l'autre.

Les équations de transformation qui permettront de passer du système S au système S', ou vice versa, devront donc être telles qu'elles transforment l'expression (1) en l'expression (2), ou vice versa, autrement dit, l'expression

$$(3) \quad x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2$$

doit être un *covariant* pour les substitutions linéaires cherchées. En exprimant ce fait, on tombe sur la transformation du groupe de Lorentz :

$$(4) \quad x' = \frac{x - v t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \quad y' = y; \quad z' = z; \quad t' = \frac{t - \frac{v}{c^2} x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Ainsi donc, les prémisses dont était parti Einstein résumaient bien le contenu de la théorie de Lorentz. Celle-ci se trouvait ramenée à une *cinématique*, qu'il n'y avait plus qu'à développer, ce qui fut fait brillamment par Einstein d'abord, puis par Minkowski et ses élèves.

Cette cinématique repose sur *un seul* covariant et non plus sur deux, comme la cinématique euclido-newtonienne, autrement dit, *le temps se trouve intimement amalgamé à l'espace*. Aucune vitesse ne peut dépasser la vitesse de la lumière  $c$ , qui est une vitesse limite, correspondant à la vitesse de propagation infinie de la cinématique ordinaire. Si, du reste, on fait  $c = \infty$  dans le covariant ci-dessus, celui-ci se décompose en deux autres, l'un pour l'espace, l'autre pour le temps; de sorte qu'on peut dire que la cinématique habituelle est un *cas limite* de la cinématique einsteinienne. On obtient encore ce cas limite en donnant à  $v$  une valeur infiniment petite.

En résumé, *le mouvement des corps par rapport à un système S ne se fait plus suivant le groupe euclidien à trois dimensions, sauf dans le cas limite où les déplacements sont infiniment lents. Dans le cas général, il a lieu suivant le groupe Lorentz-Einstein, qui est un groupe à QUATRE dimensions.*

Ainsi, tant qu'il s'agit de mouvements *lents*, nous pourrions conserver le déplacement euclidien, en particulier, géométrer

euclidiennement notre système S. De même, les observateurs liés à S' pourront géométriser euclidiennement le leur. La question fondamentale qui se pose maintenant est la suivante : quelle sera la configuration *cinématique* (§ 1) de S' pour S et celle de S pour S' ? Les équations de transformation permettent de répondre facilement à cette question. On trouve que (Cf. § 1) :

$$F_c \neq F_g .$$

Seulement, cette disymétrie est réciproque ; c'est la *relativité* qui l'exige. En d'autres termes, S et S' se verront l'un l'autre « déformés » de la même manière. Ainsi, par exemple, des sphères apparaissent comme des ellipsoïdes de révolution aplatis dans le sens du mouvement. Le degré d'aplatissement dépendra uniquement de la vitesse relative  $v$  des deux systèmes.

Une remarque encore. Nous avons employé le mot « déformé » ; les adeptes de la relativité feraient à ce propos les réflexions suivantes : une figure n'a de forme que *relativement* à une autre, prise comme terme de comparaison. Si vous employez le mot de « déformé », cela tient à ce que vous vous servez du langage euclidien dans chaque système et que, lorsque vous passez d'un système à l'autre, vous conservez inconsciemment ce langage. Mais il serait tout à fait oiseux de croire que la sphère est la « vraie » forme de la figure que vous avez liée à S', tandis que l'ellipsoïde que vous apercevez n'en serait que la forme « apparente ». La distinction entre réalité et apparence est vaine, et il convient de la bannir de la Science, qui est toute *relative*, c'est-à-dire ne peut établir que des comparaisons.

En ce qui concerne le temps, les conséquences de la transformation de Lorentz sont encore plus curieuses. Mettons-nous sur S' et supposons qu'une horloge soit liée à S. La dernière des équations (4) donne alors pour un intervalle de temps  $\Delta t$  de S, jugé depuis S' :

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

autrement dit : une horloge en mouvement uniforme va

$$1 : \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

plus lentement qu'une horloge de construction identique, mais au repos par rapport à l'observateur. Cette conséquence a une application physique immédiate. Remplaçons l'horloge par une source lumineuse; toutes les fréquences devront être diminuées dans le rapport ci-dessus : la source nous apparaîtra plus rouge qu'une source identique, au repos relativement à nous. C'est bien ce qui semble avoir été constaté par J. Stark sur les raies spectrales émises par les rayons canaux.

Du fait que le temps est intimement lié à l'espace dans cette théorie, Minkowski tira une représentation remarquable dans l'espace à 4 dimensions. Tout point possède 4 coordonnées  $x, y, z, t$ , et forme un « événement élémentaire ». Lorsqu'on suit le point dans son mouvement, il décrit une trajectoire, sa « ligne d'univers ». L'élément de ligne  $ds$  est alors le covariant :

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 .$$

Lorsque le point décrit cet élément, l'horloge qu'on y suppose liée varie de

$$d\tau = \frac{1}{c} \sqrt{c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2} = dt \sqrt{1 - \frac{q^2}{c^2}}$$

où  $q$  est la vitesse du point à l'instant considéré;  $d\tau$  est appelé le « temps propre » de l'élément de ligne. La transformation de Lorentz se trouve ainsi transportée dans l'infiniment petit, et il sera possible d'étendre la théorie, par intégration, à des mouvements variés quelconques, en considérant ceux-ci comme formés d'une infinité de mouvements uniformes infiniment courts. On peut remarquer que  $d\tau$  n'est pas une différentielle exacte, de sorte que l'intégrale  $\int d\tau$  dépendra du chemin parcouru. Nous reviendrons plus loin sur ce point curieux.

Disons enfin que de nombreux théoriciens ont travaillé à reconstruire le monde sur la nouvelle cinématique : Born a refait le corps solide, ce qu'il appelle le « corps relativement solide ». Laue démontra que tout corps solide doit avoir une infinité de degrés de liberté. Herglotz fit une théorie de l'« élasticité relative », d'après laquelle des forces élastiques doivent toujours exister lorsque le corps n'est pas relativement solide,

au sens de Born. On peut dire que le corps relativement solide joue, dans cette nouvelle élasticité, le même rôle que le corps solide ordinaire dans l'élasticité classique.

Parmi les conséquences les plus remarquables de la théorie, il faut citer la relation qu'elle a mise en évidence entre la matière et l'énergie. La masse apparaît comme une certaine quantité d'énergie concentrée, et, au rebours, l'énergie partage avec la masse la propriété d'avoir de l'inertie.

Lorsqu'on se souvient que la théorie de la relativité donne aisément tous les faits expérimentaux observés en Optique, qu'elle résume en particulier l'expérience de Michelson et Morley, l'expérience de Fizeau sur l'entraînement partiel des ondes lumineuses par la matière en mouvement, l'aberration, le phénomène de Doppler, qu'elle conduit aux résultats de la cinématique classique pour les mouvements lents, on ne peut s'empêcher d'éprouver une sincère et légitime admiration en face de cette théorie qui fait surgir tous ces phénomènes d'un même moule, et l'on se dit que, sans aucun doute, on se trouve en présence de la plus forte synthèse qui ait jamais été faite.

Cependant, si imposante que soit cette synthèse, on ne peut méconnaître qu'elle répugne à beaucoup de bons esprits. On lui reproche de ne nous donner aucune image des phénomènes, bien plus, d'exclure d'emblée toute possibilité de créer des images. S'il devait en être ainsi, nous devrions renoncer complètement à comprendre le monde extérieur, ce que l'on ne peut admettre. Les relativistes ont beau dire et répéter que tout n'est qu'affaire d'habitude, que, lorsque nous y serons accoutumés, nous bâtirons sur la cinématique nouvelle comme nous avons bâti sur l'ancienne, laquelle, a priori, ne peut être considérée comme préférable à la première, l'on n'est pas convaincu et l'on conserve l'arrière-pensée qu'il n'en peut être ainsi.

Nous nous sommes efforcés d'exposer aussi clairement que possible le point de vue relativiste. Nous allons essayer maintenant de soutenir l'autre point de vue, qu'on nous permettra d'appeler « aprioriste ».

Les aprioristes accordent parfaitement que tout est relatif

dans le monde physique, mais, pour eux, la question ne dépend pas que de cela, elle dépend avant tout de notre cerveau et de sa constitution. Si notre symbolisme doit être adapté aux phénomènes, il doit encore bien plus être adapté à notre entendement à qui ce symbolisme s'adresse, et qui doit « comprendre ».

Comprendre, c'est analyser, et analyser, c'est décomposer en *éléments*. Cette opération comporte en soi que les éléments soient suffisamment *simples*, sinon, l'analyse ne saurait être considérée comme achevée. Mais qu'est-ce que cette « simplicité » ? Nous rencontrons ici une circonstance que nous avons développée ailleurs, à propos de la Théorie des Probabilités<sup>(1)</sup>. Si l'on considère une *loi*, celle-ci aura d'autant moins le caractère de loi que son expression analytique exigera un plus grand nombre de symboles. Ce *nombre* de symboles, nécessaire à l'expression d'une relation, joue un rôle fondamental dans notre connaissance. Si l'on considère une suite d'évènements, ceux-ci nous paraîtront d'autant *moins liés* les uns avec les autres, d'autant plus *indépendants*, qu'il entrera un plus grand nombre de symboles dans l'expression de la suite. C'est ainsi que prend naissance la notion de « hasard », qui correspond au cas limite où ce nombre est infini. Autrement dit, lorsque ce nombre augmente, notre esprit perd peu à peu le fil, et ne voit plus les relations, qui, cependant, subsistent toujours aussi rigoureuses. Henri Poincaré a très justement attiré l'attention sur l'importance de la simplicité de l'expression, à propos des géométries non-euclidiennes. Il a soutenu que la géométrie d'Euclide aurait toujours le pas sur les autres, parce qu'elle était la plus simple de toutes ; « et elle n'est pas telle, ajoutait-il, seulement par suite de nos habitudes d'esprit, ou de je ne sais quelle intuition directe que nous aurions de l'espace euclidien ; elle est la plus simple en soi, ainsi qu'un polynôme du premier degré est plus simple qu'un polynôme du second degré ». Un exemple fera peut-être encore mieux comprendre la chose : considérons un triangle euclidien et un triangle non-

<sup>1)</sup> *Archives*, 1914, t. XXXVIII, p. 373 et 1915, t. XXXIX, pp. 205 et 302 ; *L'Enseignement Mathématique*, 1916, p. 293.

euclidien ; la somme des 3 angles du premier est *toujours* égale à deux droits ; celle des 3 angles du second peut avoir une infinité de valeurs différentes. Le triangle euclidien constitue donc un élément d'analyse supérieur au triangle non-euclidien ; nous n'aurons véritablement compris une figure non-euclidienne que lorsque nous l'aurons décomposée en une infinité de figures euclidiennes simples ; l'infini ici ne nous gêne pas, car il ne comporte que la répétition d'un petit nombre d'opérations identiques.

Cela dit, revenons à la théorie de la relativité.

En ce qui concerne l'*espace*, la difficulté n'existe pour ainsi dire pas, puisque, nous l'avons vu, nous pouvons parfaitement nous servir du langage euclidien.

Il n'en est pas de même, malheureusement, en ce qui touche le *temps*, et c'est là qu'est le point faible de la théorie. Le temps einsteinien est *compliqué* ; il est à déterminations multiples, et c'est un gros inconvénient pour un élément aussi fondamental. Il ne correspond nullement à l'intuition très simple et très nette que nous avons de cette notion primitive, la seule peut-être qui nous donne véritablement l'idée de l'absolu. Il est fondé sur l'impossibilité d'une vitesse de propagation infinie. S'il est naturel d'admettre cette impossibilité pour le monde physique, on ne peut quand même pas l'imposer à notre esprit ! Celui-ci aime à faire ces voyages dans les espaces interstellaires, où il va avec une vitesse infinie d'une étoile à une autre. Et c'est justement en jetant ces coups d'œil rapides, c'est en considérant *simultanément* le plus grand nombre de parties possible, qu'il a la « sensation », si l'on ose dire, de saisir le monde extérieur.

Nous sentons le temps s'écouler inexorablement, toujours dans le même sens, sans espoir de retour. Comment, dans ce cas, oser parler de la relativité du temps et de la simultanéité ?

Et d'abord, pourquoi le temps se présente-t-il à nous avec ce caractère absolu, tandis qu'il peut ne pas l'avoir pour les phénomènes physiques ?

C'est ce que nous allons examiner maintenant.

## § 5. LE TEMPS ABSOLU ET LE TEMPS RELATIF.

## SIGNIFICATION PHYSIQUE DE LA THÉORIE DE LA RELATIVITÉ.

Pour la clarté de l'exposition, nous allons introduire la terminologie suivante.

Considérons un phénomène. Nous dirons que, pour ce phénomène, le temps est *réversible* lorsque nous pourrions changer son signe sans que le phénomène devienne absurde. Il sera dit *irréversible* dans le cas contraire. Supposons que nous ayons cinématographié des phénomènes. Il y aura des films que nous pourrions « tourner » indifféremment dans un sens ou dans l'autre, et qui conserveront une signification. Par contre, il y aura des films qui n'auront pas de signification ou seront absurdes lorsqu'on les « tournera » à l'envers. Nous dirons que le temps est réversible pour les premiers et irréversible pour les seconds.

Imaginons, par exemple, que l'Univers *entier* se réduise à un mobile qui tourne en cercle. Pour ce mobile le temps ne s'écoulerait pas ; le  $\pi\alpha\nu\tau\alpha \rho\acute{\epsilon}\iota$  d'Héraclite n'existerait pas ; le temps recommencerait à chaque période. Changer le signe du temps pour lui, équivaldrait simplement à changer le signe de sa vitesse angulaire et à le faire tourner en sens inverse. Si l'on s'amusait, par des pignons appropriés, à faire tourner les aiguilles d'une horloge à l'envers, on ne pourrait pas dire en toute rigueur que, pour elle, le temps est réversible. Pourquoi ? Parce qu'elle s'« use », c'est-à-dire, est un système en transformation continuelle, et que cette usure a lieu pareillement, que les aiguilles tournent dans un sens ou dans l'autre. Pour cette horloge aussi, le temps est irréversible, c'est-à-dire a un sens absolu.

Or, si nous examinons la théorie de la relativité, nous verrons immédiatement que, pour elle, le temps est *réversible*. Elle conserve un sens si l'on y change  $t$  en  $-t$ , comme la Mécanique classique. Tous les paradoxes que l'on s'est plu à créer avec cette théorie reposent sur la confusion constante entre le temps réversible et le temps irréversible. Einstein a cru pouvoir

démontrer qu'une vitesse de propagation plus grande que celle de la lumière, était incompatible avec sa théorie, par le fait que si une telle vitesse existait, on pourrait « télégraphier dans le passé » : le signal serait arrivé avant d'être parti ; l'effet précéderait la cause. « Et, ajoute-t-il, quoique ce résultat ne soit pas inadmissible logiquement, il contredit trop toutes nos connaissances expérimentales pour que nous ne considérions comme démontrée l'impossibilité d'une vitesse de propagation supérieure à la vitesse de la lumière ». Or, ici, Einstein compare un temps réversible avec un temps irréversible : celui de toutes nos connaissances expérimentales. Le raisonnement d'Einstein pourrait être fait identiquement pour le mobile envisagé plus haut. En changeant le signe de son temps, on change simplement le sens de sa rotation, et l'on peut bien dire, puisqu'il parcourt le cercle en sens inverse, qu'il est arrivé avant d'être parti. Cela tient à ce que la décomposition entre « cause » et « effet » n'a pas de sens absolu pour toute loi dont l'expression analytique est bien déterminée. L'antécédent y est lié au conséquent aussi rigoureusement que le conséquent à l'antécédent. Dans une telle loi, le présent détermine le passé avec autant d'exactitude que l'avenir. En d'autres termes, la distinction entre passé, présent et avenir, basée sur la notion absolue que nous avons du temps, est inapplicable aux phénomènes considérés comme exactement réversibles, ou, tout au moins, si nous voulons les appliquer, nous ne devons pas leur conférer un sens *absolu*. Aussi la démonstration de l'impossibilité de propagation plus rapide que la lumière laisse-t-elle sceptique.

Rappelons que Walther Ritz avait déjà attiré l'attention sur la réversibilité des équations de Maxwell-Lorentz, qu'il trouvait étrange, attendu que l'émission de la lumière nous apparaît comme essentiellement irréversible. C'est la raison pour laquelle Ritz voulait remplacer ces équations par certaines intégrales : les potentiels *retardés*. A quoi Einstein fit justement observer qu'il ne s'agissait après tout que de moyens de calcul, et qu'on pouvait aussi bien calculer avec les potentiels *avancés* qu'avec les potentiels retardés ; la liaison est bilatérale et rigoureuse, tout comme nous pouvons calculer indifféremment une éclipse

qui a eu lieu il y a mille ans ou une éclipse qui aura lieu dans mille ans.

Si, maintenant, nous essayons de dégager la signification physique de la théorie de la relativité, nous devons d'abord porter notre attention sur le temps einsteinien. Ce temps est donné par des « horloges ». Qu'est-ce donc qu'une « horloge » ? Il suffit de jeter un coup d'œil sur les applications de la théorie pour s'en rendre compte immédiatement. Une « horloge », c'est une source lumineuse, plus généralement, une source d'énergie rayonnante. Comparer des horloges, c'est comparer des « couleurs ». Lorsque Einstein nous dit qu'une horloge en mouvement va moins vite qu'une horloge identique au repos relativement à nous, il veut dire simplement qu'une source d'énergie rayonnante nous envoie de l'énergie d'une *fréquence* moindre qu'une source identique au repos par rapport à nous. Il faut se rendre compte de ce que cela signifie. Voici une source lumineuse devant moi ; on la met en mouvement, de gauche à droite pour fixer les idées ; elle m'apparaît plus rouge. Bien. Mais on peut la laisser immobile ; il suffira que je me meuve de droite à gauche pour faire la même constatation. Autrement dit, le mouvement n'agit pas sur la source même, ou sur ma rétine ; *il agit sur la transmission* ; c'est sur *ce* qui se passe *entre* les électrons de la source d'une part, et les électrons de ma rétine d'autre part, qui est troublé par le mouvement *relatif* ; c'est la *relation* entre les deux systèmes qui subit une déformation, et ce qu'il faut rechercher, c'est la façon dont les systèmes « s'impressionnent » mutuellement par suite de leur mouvement réciproque. Si donc, nous voulions donner une définition de la théorie de la relativité, nous dirions qu'elle est *l'ensemble des lois qui règlent les échanges énergétiques rayonnants entre systèmes en translation relative uniforme*. Dans une telle théorie, les durées au sens absolu ne jouent aucun rôle. *Tout se réduit à des comparaisons de fréquences*.

C'est en voulant donner aux durées einsteiniennes un sens absolu qu'on est arrivé aux conclusions les plus fantaisistes. Profitant du fait que l'intégrale qui donne le « temps propre » d'un système dépend, comme nous l'avons dit, du chemin parcouru, de sa « ligne d'univers », on en a conclu qu'il serait pos-

sible, en faisant un voyage de quelques années avec une vitesse un peu inférieure à celle de la lumière dans les espaces interstellaires, de revenir sur la Terre alors qu'elle aurait vieilli de plusieurs siècles ! On expliquait ce résultat, en contradiction manifeste avec le principe même de relativité, en disant que le retour du système à son point de départ ne pouvait se faire sans accélération ; que celle-ci ayant un caractère absolu, cela suffisait à rendre compte de la disymétrie. En donnant une telle explication, on oubliait tout à fait que la cinématique einsteinienne partage complètement avec la cinématique ordinaire, en général avec toutes les cinématiques, la propriété de ne connaître que des mouvements *relatifs*, qu'il s'agisse de mouvements uniformes ou de mouvements accélérés, puisque ceux-ci sont supposés composés d'une infinité de mouvements uniformes infiniment courts : il n'y a jamais dans les conséquences que ce que l'on a mis dans les prémisses. Cinématiquement, le Soleil tourne autour de la Terre aussi bien que la Terre autour du Soleil. Conférer à l'accélération un caractère absolu, c'est introduire un élément nouveau, qu'on chercherait en vain dans la transformation de Lorentz, à savoir un système d'axes absolu. Les bizarreries dans les durées ne proviennent donc pas de la théorie de la relativité, mais du caractère absolu que l'on donne aux accélérations par l'introduction d'un système absolu. Il est bon de remarquer à ce propos que la représentation à l'aide de « lignes d'univers » peut très facilement induire en erreur. Si je me place sur le Soleil, sa trajectoire sera nulle tandis que celle de la Terre ne le sera pas ; si je me mets sur la Terre, ce sera le contraire qui aura lieu. Je puis donc avoir à volonté une ligne d'univers qui soit une droite ou une courbe pour le Soleil aussi bien que pour la Terre. Il n'est possible de tirer une conclusion absolue que si l'on élimine l'une des deux alternatives en faisant appel à un élément étranger, par exemple en attribuant au Soleil l'immobilité absolue.

Nous éviterons ces difficultés en procédant de la façon suivante :

Pour compter les durées, nous supposerons chaque système  $S^{(i)}$  pourvu de sources-horloges lumineuses *identiques*, ainsi que d'un très grand nombre de *compteurs*. Nous diviserons ceux-ci

en deux catégories ; les compteurs de la première catégorie C enregistreront le nombre de périodes effectuées par les sources liées au système ; ceux de la seconde catégorie C' enregistreront les nombres de périodes des lumières reçues, envoyées par les autres systèmes en mouvements. En choisissant convenablement l'origine du temps, il est clair que les indications des compteurs C seront toutes *identiques*, pour tous les systèmes, quels que soient leurs mouvements relatifs, et l'époque où l'on fait les lectures. Par contre les indications des compteurs C' dépendront du mouvement relatif entre  $S^{(a)}$  et  $S^{(b)}$  ; elles seront du reste les mêmes par couple de systèmes, l'un voyant le temps du second retarder dans la même mesure où le second voit retarder le temps du premier .

Nous pouvons parfaitement dire que les compteurs C marquent le *temps universel* et que les seconds C' indiquent le *temps apparent*.

En précisant de la sorte, il n'y a plus d'erreur à craindre, et l'on ne risque pas de tomber dans les paradoxes. En particuliers, on ne pourra plus soutenir qu'un homme en mouvement vit plus vieux qu'un homme au repos, comme on l'a dit quelquefois !

Ainsi présentée, la théorie de la relativité perd son côté mystérieux, et semble toute naturelle. En particulier, on voit qu'elle est parfaitement compatible avec la notion de temps universel, à tel point qu'on se demande si, par un simple changement de variables, on ne pourrait pas introduire une variable *unique*  $t$ , pour le temps, qui serait le temps absolu, à la place des variables  $t$  et  $t'$  des temps einsteiniens des couples de systèmes S et S'. La chose paraît d'autant plus plausible qu'il y a *deux* grandeurs qui ont perdu leur signification habituelle dans cette théorie : la vitesse de la lumière  $c$  et le temps. Ne pourrait-on en remplaçant le principe de la constance absolue de la propagation de l'énergie rayonnante, par un autre, redonner au temps sa signification ordinaire ?

Que cela doit être faisable, c'est ce qui semble ressortir des considérations présentées au paragraphe suivant.

§ 6. SUR LA POSSIBILITÉ DE RAMENER LA THÉORIE DE LA  
RELATIVITÉ RESTREINTE AU TEMPS UNIVERSEL.

Envisageons d'abord une propagation quelconque, par exemple celle d'ondes planes à la surface de l'eau, et considérons le mouvement suivant un axe  $x$ , tel que

$$(1) \quad \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{V^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2},$$

$\xi$  étant l'élongation au temps  $t$  et au point d'abscisse  $x$ , et  $V$  la vitesse de propagation. L'intégrale générale de cette équation est :

$$(2) \quad \xi = f(Vt + x) + f(Vt - x).$$

Les équations (1) et (2) peuvent être considérées comme un cas particulier des équations suivantes :

$$(1') \quad \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \xi}{\partial u^2}$$

$$(2') \quad \xi = f(u + x) + f(u - x)$$

où l'on aurait posé

$$(3) \quad u = Vt.$$

En d'autres termes, le phénomène de propagation lui-même ne dépend pas explicitement et du temps et de la vitesse, mais de la combinaison *temps-vitesse*. L'équation (1') n'exprime pas autre chose qu'une *liaison spatiale*, une correspondance ponctuelle entre l'élongation  $\xi$ , le chemin parcouru  $u$  et l'abscisse  $x$  du point envisagé. Peu importe la façon dont on définit le temps ; celui-ci pourra varier comme on voudra, pourvu que la « vitesse » correspondante  $V$  satisfasse à la relation (3). Il est dès lors possible de décomposer  $u$  d'une infinité de manières en un produit de deux facteurs ; à chaque décomposition correspondra une image particulière du phénomène. Supposons que nous ayons cinématographié les ondes. Nous pourrions tourner le film comme bon nous semble, — rapidement, lentement, régulièrement ou irrégulièrement, — le phénomène de propagation, c'est-à-dire la dépendance entre  $\xi$ ,  $u$  et  $x$  n'en sera pas altérée. Une machine peut être mue à une vitesse quelconque : la position relative des organes n'en subit aucune modification.

Que voulons-nous donc dire lorsque nous disons que  $V$  est constant ? Nous exprimons par là une nouvelle correspondance spatiale : celle qui existe entre les positions des ondes et les positions angulaires de la Terre par rapport à un système de référence lié aux étoiles fixes.

En résumé, *la notion de temps en soi ne joue aucun rôle en Physique ; tout ce que nous constatons ce sont des coïncidences spatiales.*

C'est en ce sens qu'on peut parler de la relativité du temps, comme Poincaré parlait de la relativité de l'espace. On peut supposer que le temps se dilate ou se contracte d'une façon arbitraire, peu importe, pourvu que cela ait lieu exactement dans la même mesure pour tous les phénomènes, autrement dit que les relations spatiales soient respectées. Si l'Univers entier s'endormait pendant un siècle, rien ne permettrait de dire qu'un tel événement s'est produit.

Les remarques qui précèdent laissent bien peu d'espoir à la réalisation de l'idéal de Minkowski, de fondre le temps et l'espace en une entité unique, l'« univers », où le temps serait en quelque sorte la quatrième dimension de l'espace. En fait, il suffit de jeter un coup d'œil sur les diagrammes pour se convaincre qu'ils ne représentent pas des rapports espace-temps, mais des relations espace-espace ; les quatre axes, en effet, intéressent les coordonnées  $x, y, z, u$  et non  $x, y, z, t$  : la quatrième dimension n'est pas le temps, mais le « chemin optique »  $u$ .

Considérons en Mécanique un point  $M$ , à partir de deux systèmes différents  $S$  et  $S'$ . Lorsque nous voulons déterminer la vitesse de  $M$  par rapport à chaque système, nous prenons les dérivées des coordonnées  $x, y, z$  ;  $x', y', z'$  relativement au temps, variable indépendante unique par définition. Qu'est-ce que cela veut dire exactement ? Soit  $\varrho$  un angle,  $\omega$  la vitesse angulaire de la Terre, constante par définition. La variable  $t$  se trouve introduite par la relation :

$$\varrho = \omega t .$$

Il en résulte que former :

$$\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt}, \frac{dx'}{dt}, \frac{dy'}{dt}, \frac{dz'}{dt},$$

revient à former :

$$\frac{dx}{dQ}, \frac{dy}{dQ}, \frac{dz}{dQ}; \frac{dx'}{dQ}, \frac{dy'}{dQ}, \frac{dz'}{dQ}.$$

Or, que fait-on dans la théorie de la relativité? On prend les dérivées non plus par rapport à une variable unique, mais par rapport à *deux* variables indépendantes, à savoir les chemins optiques  $u$  et  $u'$ ; on forme :

$$\frac{dx}{du}, \frac{dy}{du}, \frac{dz}{du}; \frac{dx'}{du'}, \frac{dy'}{du'}, \frac{dz'}{du'}.$$

autrement dit, *on change d'horloge en changeant de système*. Et quelle est cette horloge? Il est facile de le voir: *c'est la lumière*. On pose qu'en des temps égaux mesurés dans un même système la lumière parcourt des longueurs égales; on remplace le déplacement angulaire  $\rho$  de la Terre par les déplacements optiques  $u$  et  $u'$ . Et si, au lieu de deux systèmes, nous en considérons un grand nombre  $S, S', S'', \dots$ , nous devrions introduire un même nombre de chemins optiques  $u, u', u'', \dots$  jouant chacun le rôle de temps pour le système correspondant. C'est cette diversité de formes pour une notion aussi primitive, qui jette un si grand trouble dans notre esprit.

En cela, notre esprit ne fait qu'obéir à un principe qui est en quelque sorte la généralisation du *principe de solidification*, employé en Hydrostatique pour déterminer les conditions d'équilibre de fluides au contact. Nous avons, en effet, la conviction que l'on doit pouvoir imaginer qu'on « solidifie » à un instant quelconque l'ensemble formé par les systèmes  $S, S', S'', \dots$  sans rien altérer des positions relatives des points qui les composent, de façon qu'il soit loisible à un observateur d'en examiner à l'aise l'agencement à l'instant envisagé, tel un mécanicien qui veut suivre les déplacements relatifs des pièces d'une machine en l'arrêtant à son gré. Si donc, l'on venait dire à cet observateur que deux événements considérés depuis  $S$  sont « simultanés », mais qu'ils ne le sont plus lorsqu'on les considère depuis  $S'$ , il vous répondrait qu'il ne saisit pas, ou que vous prenez plaisir à changer le sens des mots. En nous reportant à ce que nous avons développé au § 1, nous comprendrons mieux encore pourquoi la notion de simultanéité est si intimé-

ment liée à la notion de solide, mais, par contre, nous aurons vu clairement que *pour lui conférer un caractère absolu, il n'est pas nécessaire que les systèmes physiques eux-mêmes soient composés de solides ; il faut et il suffit que le principe de solidification soit applicable*. Lorsque ce sera le cas, la configuration cinématique sera toujours identique à la configuration géométrique, et des apparences comme la « contraction » de Lorentz ne pourront se produire.

Essayons donc, pour nous résumer, de formuler une règle. Nous dirons, en nous souvenant des remarques de Poincaré :

« Le temps doit être une variable indépendante *unique*, afin de satisfaire à l'intuition que nous avons du temps et de la simultanéité ; cette variable doit être introduite dans les équations de la Physique, de façon que les relations et leurs conséquences apparaissent aussi simples et aussi intuitives que possible. »

En d'autres mots, le temps et la simultanéité correspondront à des intuitions invariables lorsque nous passerons d'une théorie à une autre, — ce qui favorisera une bonne économie de la pensée ; par contre, les relations qui contiennent le temps, et qui, elles, varieront avec la théorie, ne feront que nous indiquer les *moyens* physiques (phénomènes), d'une part compatibles avec la théorie envisagée, et d'autre part permettant la détermination et la mesure *physique* du temps.

A ce point de vue, la Mécanique classique est excellente et complète. C'est à tort qu'au début de la découverte de la théorie de la relativité, on ait cru qu'il y avait quelque insuffisance dans la détermination du temps par la Mécanique. Ce que la théorie de la relativité devait révéler, c'est l'incompatibilité entre le phénomène de propagation lumineuse et la Mécanique de Newton, vu que celle-ci admet sans restriction la possibilité de vitesses aussi grandes que l'on veut.

Essayons maintenant de voir comment on pourrait introduire le temps universel dans la théorie de la relativité. Cela, bien entendu, peut se faire d'une infinité de manière. Cependant, parmi toutes les solutions possibles, il n'y en a qu'un très petit nombre, peut-être qu'une, qui puisse satisfaire à la fois et à la Nature et à notre intuition. Cette solution reste à trouver.

Nous nous bornerons à esquisser très brièvement le problème, dans le seul but de montrer qu'il n'est pas impossible.

Pour établir la transformation de Lorentz, il est plus commode, au lieu du covariant d'Einstein, (§ 4), d'employer le covariant de propagation, que nous écrirons :

$$(4) \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial u^2} = \frac{\partial^2 \varphi'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 \varphi'}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 \varphi'}{\partial z'^2} - \frac{\partial^2 \varphi'}{\partial u'^2},$$

où  $\varphi$  est indifféremment un vecteur électrique ou magnétique. Nous ne poserons pas avec Einstein :

$$(5) \quad u = ct ; u' = ct' ,$$

mais nous chercherons la substitution linéaire qui transforme le premier membre en le second, ou vice versa. Pour ne pas nous écarter de la théorie ordinaire, nous écrirons :

$$\varphi' (x' , y' , z' , u') = \varphi (\beta (x - \alpha u) , y , z , \mu u - \nu x)$$

ou  $\beta, \mu, \nu$  sont des constantes à déterminer, et  $\alpha$  une constante dont nous établirons la signification plus tard. On a :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x^2} = \frac{\partial \varphi'}{\partial x'} \frac{\partial x'}{\partial x} + \frac{\partial \varphi'}{\partial u'} \frac{\partial u'}{\partial x} = \beta \frac{\partial \varphi'}{\partial x'} - \nu \frac{\partial \varphi'}{\partial u'}$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial u} = \frac{\partial \varphi'}{\partial x'} \frac{\partial x'}{\partial u} + \frac{\partial \varphi'}{\partial u'} \frac{\partial u'}{\partial u} = -\beta \alpha \frac{\partial \varphi'}{\partial x'} + \mu \frac{\partial \varphi'}{\partial u'}$$

En calculant les dérivées secondes  $\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}$  et  $\frac{\partial^2 \varphi}{\partial u^2}$  à l'aide de ces formules et en remarquant que les dérivées par rapport aux variables  $y, z$  et  $y', z'$  sont égales, on trouve en remplaçant dans le covariant et en identifiant :

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{1-\alpha^2}} ; \mu = \beta \quad \nu = \alpha \beta .$$

de sorte que la transformation cherchée est :

$$(6) \quad x' = \beta (x - \alpha u) ; y' = y ; z' = z ; u' = \beta (u - \alpha x) .$$

Elle conduit immédiatement à la transformation de Lorentz (§ 4) lorsqu'on décompose  $u$  et  $u'$  conformément aux relations (5). Résolue par rapport à  $x, y, z, u$ , elle donne :

$$(6') \quad x = \beta (x' + \alpha u') , y = y' ; z = z' ; u = \beta (u' + \alpha x')$$

Les constantes  $\alpha$  et  $\beta$  ont un sens absolu, c'est-à-dire sont les mêmes que l'on considère S depuis S' ou S' depuis S.

En faisant abstraction des axes  $y, y', z, z'$ , on voit que nous avons 4 variables  $x, x', u, u'$  qui sont liées par les deux relations :

$$(7) \quad x = \beta (x' + \alpha u') , \quad u = \beta (u' + \alpha x') ,$$

donc en tout deux variables indépendantes. Traçons dans un plan hyperbolique un système d'axes  $(x, u)$ . Comme on sait, la transformation ci-dessus permet de rapporter un point M  $(x, u)$  de ce plan à des axes  $(x', u')$  ayant même origine mais tournés d'un certain angle par rapport aux premiers. Nous exprimerons les coordonnées  $u$  et  $u'$  à l'aide de deux paramètres, dont l'un,  $t$ , sera *par définition* le temps universel, et l'autre,  $r$ , sera de nature purement *spatiale*. Nous poserons, afin de nous écarter le moins possible de la théorie ordinaire :

$$(8) \quad u = r + ct ; \quad u' = -r + c't ,$$

où  $c$  et  $c'$  représentent la vitesse de la lumière chacune dans leur système respectif, et nous supposerons ici simplement que  $c$  et  $c'$  ne dépendent pas du temps  $t$ . Nous abandonnons donc le principe de la constance absolue de la vitesse de la lumière, que nous remplaçons par le principe implicitement contenu dans l'ensemble (7) et (8).

Les équations (7) deviennent ainsi :

$$(7') \quad x = \beta (x' - \alpha r + \alpha c't) , \quad r + ct = \beta (-r + c't + \alpha x') .$$

Dérivons la seconde par rapport à  $t$ , on a, en posant :

$$q_x' = \frac{\partial x'}{\partial t} = \text{constante},$$

$$(9) \quad c = \beta (c' + \alpha q_x') .$$

Si le point  $x'$  est immobile dans le système S', on a simplement :

$$(9') \quad q_x' = 0 , \quad \beta = \frac{c}{c'} ,$$

$$(10) \quad r (1 + \beta) = \alpha \beta x' \quad \text{ou} \quad r (c + c') = \alpha c x'$$

cette dernière équation détermine la valeur de  $r$  correspondant au point  $x'$ . A l'origine de  $S'$ ,  $r$  est nul. Pour ce point, considéré depuis  $S$ , on a en vertu de (7) :

$$\alpha = \frac{x}{u} = \frac{x}{ct} = \frac{v}{c} \text{ avec } v = \frac{x}{t} ,$$

d'où pour (9') :  $c' = \sqrt{c^2 - v^2} .$

Cherchons l'expression du *théorème d'addition des vitesses* ; pour cela dérivons par rapport au temps la première des équations (7') et divisons-la par (9) ; faisons de même pour les composantes suivant les autres axes. On trouve :

$$(11) \quad \left\{ \begin{array}{l} q_x = c \frac{q_x' + \alpha c'}{c' + \alpha q_x'} \\ q_y = c \frac{q_y'}{\beta(c' + \alpha q_x')} \\ q_z = c \frac{q_z'}{\beta(c' + \alpha q_x')} \end{array} \right.$$

Si le point  $x'$  est immobile dans  $S'$ , on a simplement

$$q_x = v , \quad q_y = 0 , \quad q_z = 0 ,$$

autrement dit, *le système  $S'$  se meut comme un tout rigide pour le système  $S$ , avec la vitesse  $v$ .*

Cherchons s'il y a « contraction » apparente et réciproque pour les deux systèmes, comme dans la théorie de Lorentz-Einstein. Aux 2 points  $x_1'$  et  $x_2'$  fixes dans  $S'$ , correspondent, en vertu de (10), les valeurs particulières de  $r$  :

$$r_1 = \frac{v}{c+c'} x_1' ; \quad r_2 = \frac{v}{c+c'} x_2' .$$

La distance  $x_1' - x_2'$  jugée depuis  $S$  aura pour longueur :

$$x_1 - x_2 = \frac{c}{c'} (x_1' - x_2' - (r_1 - r_2)) = \frac{c}{c'} \left( 1 - \frac{v^2}{c(c+c')} \right) (x_1' - x_2')$$

c'est-à-dire :

$$x_1 - x_2 = x_1' - x_2' ,$$

car le produit des deux facteurs contenant les vitesses, se réduit à l'unité. Ainsi, *la contraction apparente et réciproque a disparu : la longueur cinématique devient identique à la longueur géométrique.*

Mais il y a plus. Eliminons  $r$  entre les deux équations (7') ; puis supposons  $x'$  au repos dans  $S'$ , c'est-à-dire tenons compte de (9'). On trouve le résultat suivant, aussi simple que remarquable :

$$x = x' + v t, \quad \text{où } v \leq c.$$

En considérant le système  $S$  depuis  $S'$ , on trouverait :

$$x' = x - v' t,$$

en posant :

$$\alpha = - \frac{x'}{u'} = - \frac{x'}{c' t} = - \frac{v'}{c'}, \quad v' \leq c'.$$

Ainsi donc, lorsqu'on suppose que dans chacun des systèmes les points sont au repos relatif, les systèmes se meuvent comme des touts rigides ordinaires, non déformés. Le changement de notation pour la vitesse relative signifie que nous avons à faire à un *groupe* différant du groupe euclido-newtonien habituel. Ce qui reste invariant, c'est le rapport  $\alpha$  entre le chemin parcouru et le chemin optique concomitant considérés dans un même système. La vitesse de la lumière joue le rôle d'une sorte de vitesse étalon, à laquelle il faut rapporter toutes les autres. Cela tient à ce que, avec nos horloges universelles, nous mesurons les longueurs, non plus avec des mètres, mais par le temps que la lumière met à les parcourir dans leur système respectif. Bien entendu, selon que l'on se placera sur  $S$  ou  $S'$ , c'est  $c$  ou  $c'$  qu'il faudra prendre égal à 300 000 km/sec, et calculer  $c'$  ou  $c$  avec la formule.

La première des équations (11) conduit d'une façon simple au résultat de l'*experimentum crucis* de Fizeau sur l'*entraînement partiel des ondes*. On a, en effet, en développant le dénominateur et en négligeant les termes de l'ordre de  $\alpha^2$  :

$$q_x = \frac{c}{c'} \left[ \left( q_{x'} + \alpha c' \right) \left( 1 - \frac{\alpha q_{x'}}{c'} \right) \right] = \frac{c}{c'} q_{x'} + \alpha c \left( 1 - \frac{q_{x'}^2}{c'^2} \right),$$

et en posant :

$$q_{x'} = \frac{c'}{n}, \quad \alpha = \frac{v}{c}$$

où  $n$  est l'indice de réfraction du liquide supposé lié à  $S'$ , on trouve la formule :

$$q_x = \frac{c}{n} + v \left( 1 - \frac{1}{n^2} \right),$$

identique à celle que nous avons donnée au § 3.

La première des équations (11) contient un autre résultat intéressant. Supposons que le point  $x'$  se meuve dans  $S'$  avec la vitesse de la lumière,  $c'$ . On a alors pour la vitesse du point par rapport à  $S$  :

$$v_x = c ;$$

le point se meut donc aussi avec la vitesse de la lumière. C'est le résultat connu.

Pour trouver les expressions analytiques des lois de l'*aberration* et du *phénomène de Doppler*, nous considérerons avec Einstein des ondes planes dont la propagation dans le système  $S$  se fait suivant un vecteur proportionnel à

$$\sin \frac{2\pi}{Tc} (ct + r - \{lx + my + nz\})$$

et dans le système  $S'$  suivant un vecteur proportionnel à

$$\sin \frac{2\pi}{T'c'} (c't - r - \{l'x + m'y + n'z'\})$$

Les équations de transformation (6) ou (6') et (8) exigent qu'entre les quantités  $T, l, m, n$  et  $T', l', m', n'$ , il y ait les relations :

$$(12) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{T'} = \frac{\beta}{T} (1 - \alpha l) \\ l' = \frac{l - \alpha}{1 - \alpha l} \\ m' = \frac{m}{\beta(1 - \alpha l)} \\ n' = \frac{n}{\beta(1 - \alpha l)} \end{array} \right.$$

La première de ces équations a la signification suivante. Désignons par  $\varphi$  l'angle que fait le rayon lumineux (normale aux ondes) avec la direction du mouvement dans le système  $S$  (axes  $x$  et  $x'$ ). L'expression :

$$\frac{1}{T'} = \frac{1 - \alpha \cos \varphi}{\sqrt{1 - \alpha^2}}$$

est la *fréquence apparente*  $\nu'$  dans  $S'$ , de sorte que l'on a la relation :

$$(13) \quad \nu' = \nu \frac{1 - \alpha \cos \varphi}{\sqrt{1 - \alpha^2}} \quad \text{avec } \nu = \frac{1}{T}$$

qui exprime le *principe de Doppler*, sous sa forme générale.

L'*aberration* résulte de la seconde des formules (12), qu'on peut écrire :

$$(14) \quad \cos \varphi' = \frac{\cos \varphi - \alpha}{1 - \alpha \cos \varphi}$$

On pourrait, de la même façon, transformer les équations de Maxwell-Lorentz. Nous n'insisterons pas.

La relation (13) contient en particulier la célèbre relation entre deux intervalles de temps einsténiens  $\Delta t_e'$ ,  $\Delta t_e$ . Si, en effet, un observateur lié à  $S'$  regarde passer devant lui une « horloge », c'est-à-dire une source lumineuse, on doit poser

$\varphi' = \frac{\pi}{2}$ , d'où, en vertu de (14) :

$$\cos \varphi = \alpha$$

et (13) devient :

$$\nu' = \nu \sqrt{1 - \alpha^2},$$

autrement dit, la source lui paraît plus rouge qu'une source identique au repos par rapport à lui. De la dernière relation on tire la relation d'Einstein § 4 :

$$\Delta t_e' = \frac{\Delta t_e}{\sqrt{1 - \alpha^2}}.$$

En résumé, nous retrouvons les résultats de la théorie de la relativité sous sa forme primitive, c'est-à-dire fondée sur le principe de la constance absolue de la vitesse de la lumière. Ce principe n'est donc pas essentiel, comme on le croyait jusqu'ici.

Nous arrêtons là ces considérations. Elles suffisent pour montrer la possibilité du problème. Nous développerons ailleurs la relativité fondée sur le temps universel. Nous allons poursuivre notre rapide revue, et dire en quelques mots comment Einstein a généralisé la notion de relativité pour attaquer les phénomènes de gravitation. (A suivre.)