Zeitschrift: Archives des sciences physiques et naturelles
Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève
Band: 43 (1917)

Artikel: Les bases de la physique moderne [suite et fin]
Autor: Guillaume, Edouard
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-743028

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 17.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

LES BASES

DE LA

PHYSIQUE MODERNE

PAR

Edouard GUILLAUME

(Suite et fin [1]*)*

---

§ 7. La Covariance universelle

Le lecteur qui a suivi notre exposé jusqu'ici, aura certainement été frappé par le rôle fondamental qu'a pris la notion de *covariance*. On peut dire qu'elle est l'acquisition la plus importante de la Physique moderne ; toute la science du mouvement n'est qu'un problème de covariance.

Nous avons vu que les équations de la Mécanique classique ne sont covariantes que pour des transformations *linéaires*, c'est-à-dire, pour celles qui permettent de passer d'un système à un autre en mouvement uniforme par rapport au premier ; c'est ce que nous avons appelé le principe de la relativité restreinte. Physiquement, cela provient de l'existence d'axes absolus. Or, le mouvement absolu nous choque. Nous ne constatons, cinématiquement, que des mouvements relatifs. On peut se demander dès lors s'il n'y a pas quelque insuffisance dans les équations de la Physique et si celles-ci ne devraient pas être covariantes pour toutes les transformations, linéaires ou non, c'est-à-dire conserver leur forme lorsqu'on passe d'un système à un système en mouvement *quelconque* par rapport au pre-

[1]) Voir *Archives,* t. XLIII, p. 5 et 89.

mier. Les lois naturelles satisferaient ainsi à ce que l'on peut appeler le *Principe de la relativité générale.*

Pourquoi dit-on que l'accélération a un caractère absolu ? Parce qu'elle peut être décelée par les « effets » qu'elle produit sur les corps, et cela de telle manière qu'il est possible d'affirmer que ces corps sont animés d'un mouvement accéléré *sans avoir recours à des repères extérieurs.* Si donc l'on veut donner un caractère relatif à l'accélération, il faut trouver une « force » capable de produire des effets identiques sur la matière, de façon qu'il ne soit plus possible, en constatant ces seuls effets, de dire en définitive si ces corps sont immobiles ou en mouvement.

La question revient donc à celle-ci : existe-t-il une « force » jouissant des propriétés demandées ? Einstein n'hésite pas à répondre oui : la force cherchée n'est autre que la *gravitation* elle-même. Et si cela est, on voit combien simple devient l'étude de cette force mystérieuse, rebelle jusqu'ici à l'investigation humaine : pour connaître les actions de la gravitation sur la matière, il suffira d'étudier les effets de l'accélération ; le problème statique du champ gravitique est ramené au problème dynamique des mouvements variés.

Voyons maintenant quels sont les faits qui parlent en faveur de l'idée d'Einstein.

§ 8. Le Principe de l'équivalence de l'accélération et de la gravitation

Voici deux physiciens enfermés dans un laboratoire sans fenêtre. Ils constatent que la matière est « pesante », que les corps abandonnés à eux-mêmes ont tous la tendance d'aller dans une même direction et dans le même sens, disons « vers le bas », avec une accélération g. Cela tient, affirme l'un des observateurs, à ce que le laboratoire est lié à quelque corps céleste qui exerce son attraction sur toute la matière. Non, répond l'autre ; il n'y a aucun corps céleste dans le voisinage ; le phénomène observé provient du fait que le laboratoire est entraîné « vers le haut » avec l'accélération g.

Qui a raison ? Existe-t-il un critère permettant de distinguer les deux causes ?

Il y a longtemps déjà que les physiciens avaient remarqué l'allure paradoxale de maintes conséquences du mouvement accéléré. M. Ch.-Ed. Guillaume a exposé dans *La Nature* (1) les plus curieux de ces paradoxes ; nous allons en examiner quelques-uns. A propos du fameux boulet de Jules Verne, on y trouvera ce qu'on pourrait appeler la *réciproque* de l'expérience que nous venons d'imaginer : « Pour soustraire les voyageurs sélénites à l'action de la pesanteur, Jules Verne les amène au point de l'espace où les attractions de la Terre et de la Lune se font équilibre. Cela est-il bien nécessaire ? demande alors M. Guillaume : aussitôt libre de se mouvoir, l'obus de la Calumbiad tombait en *chute libre* vers la Terre. Sa vitesse ascendante était considérable, mais son attraction descendante n'en possédait pas moins sa valeur normale. Les voyageurs tombaient avec lui, et n'avaient nul besoin d'arriver jusqu'au point neutre des attractions pour se livrer aux plus folles cabrioles. » Et M. Ch.-Ed. Guillaume termine par cette remarque, d'une portée fondamentale : « La vérification complète de cette affirmation est malheureusement impossible, mais les vérifications partielles sont fréquentes. » En effet, cette vérification est impossible, c'est pourquoi Einstein n'hésite pas à introduire un nouveau postulat universel : celui de l'*équivalence de l'accélération et de la gravitation.* Nous le résumerons ainsi :

L'effet d'un champ gravitique sur un système quelconque est indiscernable de l'effet produit par un mouvement accéléré approprié du système, ayant lieu dans une région soustraite à l'action du champ.

Réciproquement, *pour soustraire un système quelconque à l'action d'un champ gravitique, il suffit de l'abandonner dans le champ, de façon qu'il prenne librement le mouvement accéléré correspondant.*

Cette réciproque a une conséquence importante qu'on aperçoit immédiatement : un système qui se meut *librement* dans un champ de gravitation est un système galiléen.

(1) *La Nature*, N° du 18 décembre 1909.

Ainsi donc, plus besoin d'étoiles fixes pour définir un système absolu ; la qualité de galiléen ne sera pas l'apanage exclusif de ce système ou des systèmes en mouvement uniforme par rapport à lui. Dans quelque coin de l'Univers qu'on se place, on pourra trouver un système galiléen.

Bien entendu, on devra, en général, rester dans une région suffisamment restreinte. Il faut nous débarrasser du préjugé des axes absolus traversant le Monde de part en part. C'est ce que nous comprendrons mieux un peu plus loin. Pour l'instant, passons encore en revue quelques exemples.

Au moment du lancement du boulet de Jules Verne, l'accélération serait telle, calcule M. Guillaume [1], qu'un chapeau de 100 grammes écraserait son propriétaire sous un « poids » de près de trois tonnes. Le mouvement accéléré rend les corps *pesants*, tout comme l'attraction newtonienne.

Voici maintenant des expériences basées sur la réciproque *(La Nature, loc. cit.)* :

Une cuve est séparée en deux parties par une cloison verticale ; d'un côté de la cloison, la cuve contient de l'eau ; son autre moitié est vide. On laisse tomber la cuve et, en même temps, on retire la cloison. Que fera l'eau, libre désormais de se mouvoir ? La réponse est simple, elle ne fera rien du tout ; c'est-à-dire qu'elle continuera à remplir la moitié de la cuve, gardant sa paroi verticale, comme lorsque la cloison était en place, puisque tout tombe ensemble. La cuve avec l'eau forme un système galiléen.

Le professeur G. de Metz, répète chaque année dans ses cours de l'Université de Kief la curieuse expérience suivante : Dans un verre d'eau flotte un bouchon relié au fond du verre par un ressort à boudin très faible et juste suffisant pour augmenter légèrement sa plongée. On laisse tomber le verre ; que fera le bouchon ? Il plongera : la pression interne a disparu, et, avec elle, la poussée d'Archimède.

Voici encore un cas intéressant : Lorsqu'on marche le long d'un vagon à couloir au moment de son départ ou de son arrêt, on peut constater un fait singulier : au départ, le plancher

[1]) Ch.-Ed. Guillaume, *Initiation à la Mécanique*, Paris, 1909.

semblera relevé à l'avant, à l'arrêt il sera relevé à l'arrière. Dans le métropolitain de Paris, où les accélérations sont considérables, le phénomène est très frappant : marchant vers l'avant au départ, on a le sentiment de gravir une pente assez raide. Pour expliquer ce phénomène, on peut dire que l'accélération *réelle* du train se combine avec l'accélération *virtuelle* de la pesanteur (accélération qu'elle nous communiquerait volontiers, mais à laquelle le plancher du vagon nous permet de résister) en une résultante oblique, qui fausse pour nous la notion de la verticale.

Les expériences que nous venons de décrire donnent des vérifications qualitatives. N'existe-t-il pas des phénomènes qui permettraient de vérifier quantitativement les conséquences les plus immédiates du nouveau principe ? On pourrait, par exemple, penser à l'influence de l'attraction luni-solaire sur la marche des horloges. Si la Lune tournait autour d'une terre immobile dans l'espace, les horloges retarderaient lorsqu'elle est au zénith, et avanceraient dans son passage au nadir, de quantités largement mesurables. Mais la Terre et la Lune *tombent* constamment l'une vers l'autre, comme si toute leur matière était rassemblée en leurs centres respectifs. L'action de la Lune serait donc rigoureusement nulle sur une horloge située au centre de la Terre ; comme nos pendules sont à sa surface, l'action de la Lune résulte seulement de la différence entre ce qu'elle est au centre et à la surface de notre globe ; elle est inférieure à l'ordre de grandeur des quantités aujourd'hui mesurables.

Mais il est un autre phénomène qui, comme l'a montré le physicien hongrois B. Eötvös[1], peut se prêter à des mesures d'une extrême précision et permet, par là, une vérification quantitative très exacte. A la surface de notre globe, les corps sont plongés dans deux champs de force coexistants : le *champ de pesanteur*, produit par l'attraction terrestre et le *champ de la force centrifuge*, produit par la rotation de la Terre. Si donc le Principe d'équivalence est exact, ces deux champs doivent agir exactement de la même façon sur toute la matière, et

[1]) B. Eötvös, Math. und naturw. Ber. aus Ungarn, VIII, 1890.

leurs actions doivent se composer comme si, toujours et partout, on n'avait à faire qu'à un champ unique, parfaitement homogène. Or, la pesanteur agi sur un corps proportionnellement à un certain coefficient qu'on nomme la « masse » de ce corps, disons la *masse pesante* pour spécifier ; il faut donc que l'accélération agisse aussi proportionnellement à un certain coefficient, que nous nommerons la *masse inerte*. Ces deux actions réunies forment le *poids apparent* à la surface de la Terre ; si elles dépendaient différemment de la nature du corps envisagé, il n'y aurait pas une verticale unique en un même lieu.

C'est à B. Eötvös que revient l'honneur d'avoir montré, par des mesures très délicates, faites à la balance de torsion, que le rapport des deux forces, force pesante et force d'inertie, était indépendant de la nature du corps. Il établit ainsi l'*identité* des deux masses avec une exactitude qui exclut des divergences relatives de l'ordre de 10^{-7}.

On peut donc dire que cette identité est une des lois physiques les mieux vérifiées. Il n'en est pas de plus générale.

Et maintenant, à quoi ce postulat de l'équivalence de l'accélération et de la gravitation va-t-il servir ? Nous avons déjà indiqué la réponse à cette question : toute l'étude des effets de la gravitation sur la matière se ramènera à l'étude des effets de l'accélération ; ou, si l'on veut, dans le langage employé plus haut : pour connaître les propriétés de l'accélération *virtuelle*, il suffit d'étudier celles de l'accélération *réelle*.

§ 9. La seconde théorie de la relativité : La théorie de la relativité générale

Pour adapter la mécanique à la théorie de la relativité restreinte, on procède de la façon suivante. On considère un point matériel libre, en mouvement par rapport au système absolu, ou, plus généralement, par rapport à un système galiléen, — au sens du § 2, — et l'on généralise le principe de l'inertie en postulant que ce point se meut suivant la « géodésique » :

$$(1) \qquad \delta \left\{ \int ds \right\} = \delta \left\{ \int \sqrt{-dx^2 - dy^2 - dz^2 + c^2 dt^2} \right\} = 0$$

c'est-à-dire suivant une droite einsténienne à quatre dimensions. Ici, x, y, z, t représentent des coordonnées, c'est-à-dire, établissent les rapports d'un événement élémentaire avec un « système de référence ».

L'équation (1) contient virtuellement à peu près toutes nos connaissances physiques. On comprend dès lors qu'Einstein tienne à la conserver ; il la prendra pour base, et, à cet effet, il considérera *la théorie de la relativité restreinte, alliée à la Mécanique, comme valable, mais dans l'infiniment petit seulement.* Il le peut parfaitement, car un élément de ligne d'univers ds est rectiligne ; il représente donc un mouvement uniforme, de sorte que dans l'infiniment petit, tous les mouvements étant uniformes satisfont à la relativité.

Ensuite, il faut que l'élément ds soit covariant pour *toutes* les transformations, linéaires ou non. Cela exige qu'il ait, dans le cas le plus général, la forme :

$$ds^2 = \sum_{i,j} g_{ij}\, dx_i\, dx_j \ , \quad (i,j = 1, 2, 3, 4,) \cdot \tag{2}$$

Nous pourrons alors, étant donné un certain mouvement accéléré, déterminer les fonctions g_{ij} par les effets produits, et en appliquant le principe de l'équivalence de l'accélération et de la gravitation, nous serons à même de connaître les « potentiels de gravitation » g_{ij} du champ équivalent. Le problème fondamental, et le plus difficile, sera de trouver la forme des fonctions g_{ij} lorsqu'on se donne la répartition des masses et de l'énergie productives du champ. Les 10 quantités g_{ij} caractérisent le champ et remplacent le potentiel scalaire de Newton. Toutefois on ne peut plus conserver la constance absolue de la vitesse de la lumière ; nous en verrons la raison physique dans un instant.

Mais ce n'est pas tout. Il faut se débarrasser du système d'axes absolu. Cela se fait d'une façon aussi simple que surprenante. Il suffit, en effet, d'admettre que les grandeurs x_1, x_2, x_3, x_4, ne sont plus liées à un système de référence, ne représentent plus des coordonnées. Ce seront des *nombres*, n'ayant aucune signification géométrique ou physique ; on abandonne ainsi jusqu'à la notion de distance. Chaque point dans l'Univers sera

caractérisé par *quatre* paramètres, sans liaison simple avec les quatre paramètres d'un autre point quelconque. L'absolu, si l'on ose dire, s'est réfugié dans les points, c'est l'absolu ponctuel.

Cette nouvelle façon d'envisager les choses exigera des méthodes mathématiques nouvelles. Il est très remarquable que ces méthodes non seulement existent, mais ont été créées il y a déjà près d'un demi-siècle par le mathématicien Christoffel ; reprises et perfectionnées par Ricci et Levi-Civita, elles forment maintenant ce que l'on appelle le *Calcul différentiel absolu*. Il est assez inattendu de constater que la relativité générale s'exprime à l'aide d'un calcul absolu. Cela signifie simplement que l'on ne fait plus usage de système de référence.

En définitive on abandonne tout ; non seulement on ne peut plus parler de géométrie, au sens ordinaire, mais même les propriétés métriques de l'espace varieront selon le point de vue. Ces propriétés dépendront, en effet, du champ de gravitation et de l'état de mouvement du système envisagé. *L'espace pur n'est autre que le champ de gravitation pur*, c'est-à-dire exempt de « matière ». Mais qu'est-ce que la « matière » pour Einstein ? C'est tout ce qui se superpose au champ de gravitation ; ainsi un champ électromagnétique est de la « matière ».

Il n'y a donc plus, physiquement, de vide « amorphe », dans lequel on pourrait, par exemple, supposer des points matériels s'attirant ou se repoussant suivant certaines lois. Le simple fait d'imaginer un espace physique « vide » postule un champ de gravitation, non pas simplement concomitant, mais *créateur* même de cet espace, c'est-à-dire de ses propriétés métriques et autres, peut-être même de son étendue.

Nous sommes de la sorte en présence d'une véritable *génération* de l'espace, qui peut conduire à des conséquences curieuses. Ainsi, il ne semble pas qu'on puisse supposer que l'Univers *entier* se réduise à un « vide » indéfini ne contenant qu'*un seul* point matériel. Il ne faut du reste pas oublier qu'Einstein met à la base de sa théorie le principe de l'inertie généralisé comme nous venons de le voir, et que, selon toute vraisemblance, c'est un principe *statistique*, provenant de l'action *moyenne* de toutes les masses réparties dans l'Univers. Il sem-

ble donc douteux que les conséquences de la théorie de la relativité générale, basée sur (1) et (2), puissent s'appliquer à un Univers qui ne comporterait qu'un nombre restreint de points matériels.

En définitive, nous assistons, quant aux notions de temps et d'espace, au parachèvement de l'évolution que nous avons signalée aux §§ 3 et 4, et qui conduisit Einstein à la théorie de la relativité restreinte. *L'élaboration d'une théorie générale des phénomènes physiques revient à la création d'un « espace » approprié et convenablement « chronométré »*. Une telle théorie est purement descriptive, ou, comme l'on dit, purement *phénoménologique*. Elle permettra de calculer et de prévoir les phénomènes, mais ne nous en fournira aucune « image ». Semblable en cela à la Thermodynamique, elle ne nous donnera pas la haute satisfaction d'une théorie cinétique. Bien plus, toute « théorie cinétique » devrait, semble-t-il, avoir nécessairement pour cadre les propriétés spatiales et « chronométrales » fondamentales que nous aurions reconnu être celles de notre Univers. Cela est-il bien certain ? Les considérations que nous avons développées au § 6 permettent de supposer que cette conclusion ne s'impose pas. Il est à présumer qu'on pourra toujours, par *un changement de variables* approprié, obtenir des images diverses des phénomènes, et qu'il sera dès lors possible de choisir celle de ces images qui parle le mieux à notre esprit. On peut prévoir par là l'importance que prendra le chapitre des changements de variables dans l'Analyse future.

Nous avons dit que la théorie de la relativité restreinte n'était valable que dans l'infiniment petit. Physiquement, cet infiniment petit peut être très grand, nous voulons dire que les variations dans l'espace seront si faibles que cette théorie restera utilisable, avec une bonne approximation, dans des étendues dépassant de beaucoup l'envergure du système solaire.

La partie analytique de la théorie est très nouvelle et très difficile. Néanmoins les résultats obtenus sont remarquables et pleins de promesses.

1° On retrouve en première approximation la loi de Newton.

2° En seconde approximation, la théorie fait prévoir une lente rotation des ellipses des planètes dans la direction du

mouvement. Calculée pour la planète Mercure, cette rotation est de 43″ par siècle, nombre correspondant exactement à celui constaté par Le Verrier, et que l'on n'avait pu expliquer par la Mécanique classique. Le calcul pour les autres planètes, où l'effet est moins fort, donne des nombres qui sont bien dans l'ordre de grandeur prévu. Ce sont là des résultats admirables, certainement parmi les plus beaux et les plus considérables de de la Science moderne.

3° La vitesse avec laquelle un phénomène physique quelconque se déroule dans un champ de gravitation, est d'autant plus petite que le potentiel de gravitation à l'endroit considéré est plus faible. Pour cette raison, les lignes spectrales de la lumière solaire, par exemple, doivent être légèrement déplacées vers le rouge par rapport aux lignes correspondantes des sources terrestres. Le déplacement est d'environ deux millionièmes de la longueur d'onde. Un tel déplacement a été signalé par M. Jawell et tout particulièrement par MM. Ch. Fabry et H. Buisson (C. R., 1909).

4° L'énergie ayant de la masse inerte, donc, en vertu du Principe d'équivalence, de la masse pesante, il en résulte qu'un rayon lumineux ne peut pas avoir une vitesse constante dans un champ de gravitation ; il subit une courbure lorsqu'il traverse un tel champ. Par exemple, si un rayon lumineux passe dans le voisinage du Soleil, il tombera sur lui tout comme un simple aérolithe, et sa trajectoire s'incurvera ; la déviation doit atteindre 0″,84, quantité qui n'est nullement inaccessible à l'expérience.

5° L'inertie devient une propriété *relative*, en ce sens que sa valeur dépendra des masses en présence.

Tels sont, trop brièvement résumés, les traits généraux de la Théorie de la relativité générale. Elle est, on peut dire, l'œuvre exclusive du physicien suisse Albert Einstein, et ce sera son plus beau titre de gloire.

NOTE

L'expérience de Michelson et Morley exprimée en fonction du temps et des longueurs universels

On m'a demandé comment il était possible d'expliquer le résultat négatif de l'expérience de Michelson et Morley dans la théorie que nous avons esquissée au § 6, puisque cette théorie ne connait ni la contraction ni le temps relatif, les deux éléments fondamentaux qui sont nés, peut-on dire, du résultat de la célèbre expérience.

Il y a, en effet, une petite difficulté, et, pour mieux la mettre en lumière, nous analyserons auparavant le mode de calcul habituel.

Considérons de nouveau les systèmes S et S′ du § 6, et supposons que les appareils sont installés sur S′ ; le miroir central, semi-transparent, sera par exemple à l'origine O′ et les deux autres miroirs M_x et M_y seront respectivement sur les axes x' et y', à la même distance d de O′.

Tout le problème consiste à montrer que le temps t_y employé par un faisceau lumineux pour parcourir $O'M_yO'$ est égal au temps t_x employé par le faisceau qui parcourt $O'M_xO'$.

Il y a deux cas (A) et (B), selon que l'on se place sur S′ ou sur S.

Calcul dans la théorie ordinaire.

(A). Pour l'observateur entraîné, on a immédiatement :

$$t'_{ex} = \frac{2d}{c} \; ; \; t'_{ey} = \frac{2d}{c} \cdot$$

(B). Pour l'observateur non entraîné, c'est-à-dire lié à S, la démonstration fait appel *a)* à la *règle du parallélogramme* ; *b)* à la *contraction.*

1. Faisceaux $O'M_yO'$. — Leur vitesse relative est :

$$c_y = \sqrt{c^2 - v^2}$$

de sorte que

$$t_{ey} = \frac{2d}{\sqrt{c^2 - v^2}} .$$

2. Faisceaux $O'M_xO'$. — Leurs vitesses relatives sont respectivement :

$$c_{+x} = c - v \; ; \; c_{-x} = c + v \; ;$$

d'autre part, la longueur d est raccourcie dans le rapport $1 : \beta$. On doit donc écrire :

$$t_{ex} = \frac{d}{\beta}\left(\frac{1}{c-v} + \frac{1}{c+v}\right) = \frac{2d}{\sqrt{c^2-v^2}} ,$$

et l'on a bien :

$$t_{ex} = t_{ey} .$$

Voici maintenant la remarque qui s'impose : l'emploi de la *règle du parallélogramme* n'est possible que parce que nous avons à faire à la vitesse de la lumière, qui est la vitesse limite et *absolue*, c'est-à-dire indépendante du système de comparaison, en l'espèce S'. Si l'on pouvait faire l'expérience avec des projectiles, par exemple, ayant une vitesse $\mathfrak{q}'$ par rapport à S' inférieure à celle de la lumière, cela ne marcherait plus. Il faudrait, en effet, non pas chercher la vitesse $\mathfrak{q}$ relative à S, — la seule physiquement intéressante et donnée immédiatement par la règle d'addition d'Einstein, — mais déterminer la vitesse *relative* $[\mathfrak{q}]$ qui, composée avec la vitesse *d'entraînement* v *suivant la règle du parallélogramme*, donne la vitesse *absolue* $\mathfrak{q}$. On aurait ainsi par exemple :

$$[\mathfrak{q}_x] = \mathfrak{q}_x' \frac{1 - \frac{v^2}{c^2}}{1 + \frac{v}{c^2}\mathfrak{q}_x'} ,$$

et ce n'est que dans le cas limite où $\mathfrak{q}_x' = c$, que cette formule dégénère en :

$$[\mathfrak{q}_x] = c - v ,$$

et est conforme à la règle classique suivant laquelle la vitesse relative est égale à la vitesse absolue moins la vitesse d'entraînement.

Calcul dans la théorie du § 6.

Ce qui, dans cette théorie, crée à première vue une difficulté, c'est qu'il n'est plus possible de se servir de la règle du parallélogramme, même pour la vitesse de la lumière. Il faut s'en tenir strictement aux formules indiquées. Le calcul est d'ailleurs facile ; le voici :

(A). Pour l'observateur entraîné, on a simplement :

$$t'_x = \frac{2d}{c'} \; ; \; t'_y = \frac{2d}{c'} .$$

(B). Pour obtenir les formules des temps par rapport à l'observateur non entraîné, c'est-à-dire lié à S, il faut, dans les expressions précédentes, effectuer un changement de variables de façon à exprimer c' en fonction de v et c. Cela se fait au moyen de la corrélative de l'équation (9) du § 6 :

$$(9') \qquad c' = \beta\,(c - \alpha q_x) .$$

1. Faisceaux $O'M_yO'$. — Dans leur direction, on a :

$$q_x' = 0 ,$$

c'est-à-dire, en vertu de la première équation (11) :

$$q_x = \alpha c .$$

et en substituant dans (9') :

$$c_y' = \beta c\,(1 - \alpha^2) = \sqrt{c^2 - v^2} ,$$

donc :

$$t_y = \frac{2d}{\sqrt{c^2 - v^2}} .$$

2. Faisceaux $O'M_xO'$. — La première des équations (11) montre que pour

$$q_x' = \pm c' ,$$

on a

$$q_x = \pm c .$$

Il en résulte, en substituant dans (9′), puisque $\alpha c = v$:

$$c'_{+x} = \beta(c-v) \; ; \; c'_{-x} = \beta(c+v) \; .$$

On obtient ainsi :

$$t_x = \frac{d}{\beta}\left(\frac{1}{c-v} + \frac{1}{c+v}\right) = \frac{2d}{\sqrt{c^2-v^2}} \; ,$$

et l'on a bien :

$$t_x = t_y \; .$$

En définitive, non seulement les temps sont aussi égaux pour l'observateur non entraîné, mais ils s'expriment en fonction de c et de v exactement comme dans la théorie de la relativité sous sa forme habituelle, et les *durées* t'_x , t_x et t'_y , t_y sont entre elles comme les durées einsténiennes t'_{ex} , t_{cx} et t'_{ey} , t_{ey} , puisqu'elles sont mesurées chacune dans leur système respectif.

Relevons enfin l'importance fondamentale de la *règle d'addition des vitesses d'Einstein*. Elle contient toute la théorie de la relativité, de même que la règle du parallélogramme contient la Cinématique classique, et il est à remarquer que les trois relations (12) qui déterminent l'*aberration,* n'en sont qu'un cas particulier. Einstein a eu la main heureuse le jour où il l'a écrite. C'est là, sans contredit, sa découverte fondamentale dans la relativité restreinte. Ici, notre système de notation confère à l'addition des vitesses une portée encore plus grande, puisque nous utilisons non seulement la forme *relative* (11), c'est-à-dire rapportée à la vitesse de la lumière prise comme étalon, mais aussi la forme *absolue.* Les formules (11) donnent ce que l'on pourrait appeler les valeurs « intérieures » des vitesses, tandis que les formules absolues en donneraient les valeurs « extérieures ». De la sorte, toutes les relations (12) se trouvent rattachées aux vitesses, puisque la première d'entre elles, qui détermine l'*effet Doppler,* est en liaison intime avec (9′). Il est très satisfaisant, au point de vue physique, que cet effet soit expliqué par des variations dans la vitesse de la lumière.