

**Zeitschrift:** Archives des sciences physiques et naturelles  
**Herausgeber:** Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève  
**Band:** 46 (1918)  
  
**Artikel:** La mesure des hauts voltages au moyen du «scléromètre Klingelfuss»  
**Autor:** Joye, Paul  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-743169>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 04.05.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# LA MESURE DES HAUTS VOLTAGES

AU MOYEN DU

« SCLÉROMÈTRE KLINGELFUSS »

PAR

**Paul JOYE**

---

La mesure exacte des hauts voltages (tension efficace) d'un transformateur ou d'une bobine d'induction présente certaines difficultés qui peuvent être surmontées par l'emploi de transformateurs de mesure très coûteux, ou encore, en utilisant un milliampèremètre de haute sensibilité et des résistances très élevées dépourvues de self induction. Ce procédé, le plus simple, a l'inconvénient d'absorber beaucoup d'énergie.

Afin d'établir une mesure de la dureté des rayons X, le constructeur bien connu Klingelfuss, à Bâle, a eu l'ingénieuse idée d'introduire dans la bobine d'induction un troisième circuit indépendant, qui est enroulé au milieu de la bobine, dans l'espace qui sépare les portions droites et gauches du secondaire<sup>1</sup>. Ce circuit est relié à un voltmètre et constitue ce que le constructeur a dénommé « scléromètre ». Les indications de cet instrument doivent être une fonction du champ magnétique de la bobine<sup>2</sup>, donc une fonction du flux résultant produit par les intensités du courant circulant dans le primaire, le secondaire et le troisième circuit.

<sup>1</sup> KLINGELFUSS, Fr. Das Sklerometer, seine physikalischen Grundlagen und seine Verwendung bei der Röntgenstrahlen-Therapie. *Strahlen-Therapie*, Bd. III, 1913, p. 789-816.

<sup>2</sup> DÉGUISNE, C. Die Aufzeichnung von Magnetfeldern mit dem Oscillographen. *Phys. Zeits.*, 1910, p. 512.

Le présent travail a pour but de voir si les indications du voltmètre peuvent être, dans certaines conditions, indépendantes de la tension primaire, c'est-à-dire, être simplement proportionnelles à la tension secondaire ; il donne les résultats de séries de mesures effectuées sur une bobine d'induction. L'étude plus précise de l'influence de la dispersion magnétique, de la résistance, sur les indications du troisième circuit, ainsi que l'application du scléromètre à un transformateur sont laissées à de futures publications.

Des expériences qualitatives faites en superposant à l'oscillographe la courbe de tension aux bornes du troisième circuit et celle de la tension aux bornes d'un transformateur de mesure 20 000/110 volts, branché aux bornes secondaires de la bobine, ont montré entre ces courbes une concordance presque parfaite, que la bobine travaille à vide ou en charge.

On peut développer ainsi la théorie de ce transformateur à trois circuits ou, si l'on veut, de cette bobine d'induction possédant elle-même son transformateur de mesure.

Les équations qui régissent les actions électriques dans les trois circuits sont, avec les notations usuelles :

$$\begin{aligned} E_1 &= r_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M_{12} \frac{di_2}{dt} + M_{13} \frac{di_3}{dt} \\ 0 &= r_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M_{12} \frac{di_1}{dt} + M_{23} \frac{di_3}{dt} \\ 0 &= r_3 i_3 + L_3 \frac{di_3}{dt} + M_{13} \frac{di_1}{dt} + M_{23} \frac{di_2}{dt} \end{aligned}$$

Si  $U_1$  est la tension imaginaire,  $I_1, I_2, I_3$ , les intensités de courants imaginaires,

$$\begin{aligned} x_1 &= \omega L_1 ; \quad x_2 = \omega L_2 ; \quad x_3 = \omega L_3 \quad \text{et} \quad x_{12} = \omega M_{12} ; \\ x_{13} &= \omega M_{13} ; \quad x_{23} = \omega M_{23} \end{aligned}$$

on a

$$\begin{aligned} U_1 &= r_1 I_1 - j x_1 I_1 - j x_{12} I_2 - j x_{13} I_3 \\ 0 &= r_2 I_2 - j x_2 I_2 - j x_{12} I_1 - j x_{23} I_3 \\ 0 &= r_3 I_3 - j x_3 I_3 - j x_{13} I_1 - j x_{23} I_2 \end{aligned}$$

$Z_1, Z_2, Z_3$  étant les impédances imaginaires de forme  $r - jx$ , il vient :

$$U_1 = Z_1 I_1 - jx_{12} I_2 - jx_{13} I_3 \quad (1)$$

$$0 = Z_2 I_2 - jx_{12} I_1 - jx_{23} I_3 \quad (2)$$

$$0 = Z_3 I_3 - jx_{13} I_1 - jx_{23} I_2 \quad (3)$$

L'équation (1) peut s'écrire :

$$U_1 = (Z_1 + Z_m + Z_n) I_1$$

en posant l'impédance

$$Z_m = -jx_{12} \frac{I_2}{I_1}$$

et l'impédance

$$Z_n = -jx_{13} \frac{I_3}{I_1}.$$

En substituant  $I_2$  et  $I_3$  tirées de (2) et (3) on a :

$$Z_m = \frac{x_{12}^2}{Z_2} + \frac{x_{12} x_{23}}{Z_2} \cdot \frac{I_3}{I_1}$$

$$Z_n = \frac{x_{13}^2}{Z_3} + \frac{x_{13} x_{23}}{Z_3} \cdot \frac{I_2}{I_1}$$

d'où

$$U_1 = \left( Z_1 + \frac{x_{12}^2}{Z_2} + \frac{x_{13}^2}{Z_3} \right) I_1 + \frac{x_{12} x_{23}}{Z_2} I_2 + \frac{x_{13} x_{23}}{Z_3} I_3.$$

Posons

$$Z_t = Z_1 + \frac{x_{12}^2}{Z_2} + \frac{x_{13}^2}{Z_3} = r_1 - jx_1 + \frac{x_{12}^2}{r_2 - jx_2} + \frac{x_{13}^2}{r_3 - jx_3}$$

$$Z_s = \frac{x_{12} x_{23}}{Z_2} = \frac{x_{12} x_{23}}{r_2 - jx_2} \quad \text{et} \quad Z_r = \frac{x_{13} x_{23}}{Z_3} = \frac{x_{13} x_{23}}{r_3 - jx_3}$$

et finalement

$$U_1 = Z_t I_1 + Z_s I_2 + Z_r I_3$$

d'où

$$I_1 = \frac{U_1 - U_s - U_r}{Z_t} = \frac{U_1'}{Z_t}.$$

$Z_s I_2$  et  $Z_r I_3$  expriment, par des tensions s'exerçant au primaire, l'effet des circuits 2 et 3 réagissant l'un sur l'autre;  $U_1'$  est la tension d'après laquelle se calcule, dans un transformateur ordinaire, le rapport de transformation.

Si  $r_2''$  et  $x_2''$  sont la résistance et la self-induction du circuit d'utilisation et  $U_2$  la différence de potentiel aux bornes du secondaire, on peut écrire :

$$U_2 = I_2 \sqrt{r_2''^2 + x_2''^2}.$$

Si  $r_3''$  et  $x_3''$  sont la résistance et la self-induction extérieures du troisième circuit formé par un voltmètre indiquant une tension  $U_3$ , on a :

$$U_3 = I_3 \sqrt{r_3''^2 + x_3''^2}.$$

En tirant  $I_2$  et  $I_3$  des équations (2) et (3), on trouve :

$$I_2 = I_1 \frac{jx_{12}Z_3 - x_{13}x_{23}}{Z_2Z_3 + x_{23}^2}$$

$$I_3 = I_1 \frac{jx_{13}Z_2 - x_{12}x_{23}}{Z_2Z_3 + x_{23}^2}.$$

On pourrait ici former les expressions de  $\frac{U_1}{U_2}$  et de  $\frac{U_1}{U_3}$ ; elles sont très compliquées et ne trouvent pas application dans les limites de ce travail; formons :

$$\frac{U_2}{U_3} = \sqrt{\frac{r_2''^2 + x_2''^2}{r_3''^2 + x_3''^2}} \cdot \frac{jx_{12}Z_2 - x_{13}x_{23}}{jx_{13}Z_2 - x_{12}x_{23}}.$$

En ramenant à la forme habituelle, par élimination des expressions imaginaires, on obtient :

$$\frac{E_2}{E_3} = \sqrt{\frac{r_2''^2 + x_2''^2}{r_3''^2 + x_3''^2}} \cdot \frac{x_{12}}{x_{13}} \cdot \sqrt{\frac{r_3^2 + x_3^2 - 2x_3 \frac{x_{13}}{x_{12}} x_{23} + \left(\frac{x_{13}}{x_{12}}\right)^2 x_{23}^2}{r_2^2 + x_2^2 - 2x_2 \frac{x_{12}}{x_{13}} x_{23} + \left(\frac{x_{12}}{x_{13}}\right)^2 x_{23}^2}}$$

qui peut s'écrire :

$$\frac{E_2}{E_3} = \sqrt{\frac{r_2''^2 + x_2''^2}{r_3''^2 + x_3''^2}} \cdot \frac{x_{12}}{x_{13}} \cdot \sqrt{\frac{r_3^2 + x_3^2 \left(1 - \frac{x_{13}}{x_{12}} \frac{x_{23}}{x_3}\right)^2}{r_2^2 + x_2^2 \left(1 - \frac{x_{12}}{x_{13}} \frac{x_{23}}{x_2}\right)^2}}.$$

Les conditions d'expériences introduisent les simplifications suivantes :

1. Au troisième circuit la réactance du voltmètre est très faible, donc  $x_3''^2$  est négligeable devant  $r_3''^2$ .

2. La valeur  $x_3^2$  est négligeable devant  $r_3^2$ . Elle est d'ailleurs, comme on peut s'en rendre compte en introduisant les paramètres donnés plus loin, multipliée par le carré d'un nombre plus petit que l'unité.

3. Le circuit extérieur sur lequel le secondaire se débite est non-inductif  $x_2'' = 0$ ;  $x_2$  représente alors uniquement la self-induction du secondaire de la bobine.

Il reste l'expression :

$$\frac{E_2}{E_3} = \frac{r_3}{r_3''} \cdot \frac{r_2''}{r_2} \cdot \frac{x_{12}}{x_{13}} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{x_2^2}{r_2^2} \left(1 - \frac{x_{12}}{x_{13}} \cdot \frac{x_{23}}{x_1}\right)^2}}.$$

En appelant  $\sigma$  la dispersion et en se fondant sur les relations entre les coefficients d'induction mutuelle et les coefficients de self-induction, on peut écrire :

$$1 - \sigma_{12} = \frac{x_{13}^2}{x_1 x_2}$$

et les deux autres expressions analogues. Le binôme du dénominateur devient alors :

$$1 - \frac{x_{12}}{x_{13}} \cdot \frac{x_{23}}{x_2} = 1 - \sqrt{\frac{(1 - \sigma_{12})(1 - \sigma_{23})}{1 - \sigma_{13}}} = 1 - \alpha.$$

et enfin :

$$\frac{E_2}{E_3} = \frac{r_3}{r_3''} \cdot \frac{r_2''}{r_2} \cdot \frac{x_{12}}{x_{13}} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{x_2^2}{r_2^2} (1 - \alpha)^2}}. \quad (4)$$

#### PARTIE PRATIQUE.

La vérification de cette formule a été exécutée sur une bobine d'induction à circuit magnétique ouvert ayant les caractéris-

tiques suivantes : longueur d'étincelle 80 cm ; nombre de tours du primaire donné par le constructeur 585 ; résistance du primaire 1 ohm, son impédance pour  $\omega = 314$  (50 périodes), varie entre 58 et 62 ohms suivant l'intensité du courant, Nombre de tours du secondaire 92 000, sa résistance  $r'_2 = 40\,270$  ohms ; la réactance du secondaire varie de 2,20 à 2,70 . 10<sup>6</sup> ohms pour la même pulsation et suivant l'intensité du courant. Nombre de tours du troisième circuit 280, sa résistance  $r'_3 = 23$  ohms, sa réactance  $x'_3 = 33,5$  ohms environ. Les rapports de transformation sont :

$$\frac{n_2}{n_1} = 157,2 ; \quad \frac{n_2}{n_3} = 328,6 ; \quad \frac{n_3}{n_1} = 2,09 .$$

Pour déterminer les réactances d'induction mutuelle

$$M_{12}\omega = x_{12} ; \quad M_{13}\omega = x_{13} \quad \text{et} \quad M_{23}\omega = x_{23}$$

on pourrait partir de la formule connue qui donne le rapport de transformation d'un transformateur en l'appliquant tour à tour aux trois circuits pris deux à deux (dans cette formule,  $x_0$  est le coefficient d'induction mutuelle et la résistance du primaire est négligeable)

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{x_0 \sqrt{r_2''^2 + x_2''^2}}{\sqrt{(x_0^2 - x_1 x_2')^2 + x_1^2 r_2'^2}} .$$

Mais la difficulté de connaître exactement, pour chaque valeur de l'intensité du courant,  $x'_1$  et  $x'_2$  c'est-à-dire  $L_1\omega$  et  $L_2\omega$  rend ce procédé peu sûr.

Le radical de la formule (4) peut être considéré comme un terme de correction. Les résistances, le voltage  $E_3$  sont immédiatement connus ;  $E_2$  est mesuré en fermant le secondaire sur un circuit composé d'un miliampèremètre et de boîtes de résistances étalonnées ; en déterminant par cette voie l'expression

$$C = \frac{r_3''}{r_3''} \cdot \frac{x_{12}}{x_{23}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{x_2'^2}{r_2'^2} (1 - \alpha)^2}} = \frac{E_2}{E_3} \frac{r_2''}{r_2''}$$

on obtient les tableaux suivants ; la tension primaire est chaque fois maintenue constante.

| E <sub>1</sub> = 100 volts       |                                              |                |                |                                |       |                |                                |                 |
|----------------------------------|----------------------------------------------|----------------|----------------|--------------------------------|-------|----------------|--------------------------------|-----------------|
| I <sub>2</sub> . 10 <sup>3</sup> | r <sub>2</sub> <sup>''</sup> 10 <sup>3</sup> | E <sub>2</sub> | E <sub>3</sub> | E <sub>2</sub> /E <sub>3</sub> | C     | E <sub>3</sub> | E <sub>2</sub> /E <sub>3</sub> | C <sub>II</sub> |
| 13.76                            | 1298                                         | 17865          | 56.8           | 314.6                          | 324.4 | 56.4           | 316.8                          | 326.6           |
| 15.21                            | 1156                                         | 17590          | 56.2           | 312.8                          | 323.7 | 55.8           | 315.2                          | 326.2           |
| 16.42                            | 1056                                         | 17350          | 55.7           | 311.6                          | 323.8 | 55.2           | 314.3                          | 326.3           |
| 18.51                            | 914.7                                        | 16930          | 54.6           | 310.2                          | 323.8 | 54.1           | 312.9                          | 326.7           |
| 20.29                            | 814.8                                        | 16535          | 53.5           | 308.9                          | 324.2 | 53.2           | 311.1                          | 326.3           |
| 21.19                            | 770.5                                        | 16330          | 53.1           | 307.7                          | 323.8 | 52.6           | 310.5                          | 326.6           |
| 23.47                            | 672.8                                        | 15790          | 51.6           | 306                            | 324.3 | 51.3           | 307.8                          | 326.2           |
| 27.59                            | 529.6                                        | 14615          | 48.6           | 300.9                          | 323.8 | 48.2           | 303.2                          | 326.2           |
| Moyennes :                       |                                              |                |                |                                | 324   | 326.4          |                                |                 |

La première série d'expériences ainsi que les suivantes ont été faites avec un voltmètre de grande résistance  $r_3'' = 2385,5$  ohms ;  $r_3'$  étant 23 ohms,  $r_3 = 2408,5$  et le rapport  $\frac{r_2''}{r_3} = 0,99$ .

On obtient finalement  $\frac{x_{12}}{x_{13}} = C_1 \cdot 0,99 = 320,7$  en posant le radical égal à l'unité.

Dans la seconde série du même tableau  $r_3'' = 1189$  ohms d'où  $\frac{r_2''}{r_3} = 0,981$  et  $C_{II} = 320,2$ .

Moyenne du rapport pour la tension de 100 volts au primaire :

$$\frac{x_{12}}{x_{13}} = 320,4 .$$

| E <sub>1</sub> = 120 volts       |                                                |                |                |                                |       |
|----------------------------------|------------------------------------------------|----------------|----------------|--------------------------------|-------|
| I <sub>2</sub> . 10 <sup>3</sup> | r <sub>2</sub> <sup>''</sup> . 10 <sup>3</sup> | E <sub>2</sub> | E <sub>3</sub> | E <sub>2</sub> /E <sub>3</sub> | C     |
| 10.77                            | 2089                                           | 22500          | 70.9           | 317.8                          | 323.9 |
| 12.17                            | 1838                                           | 22370          | 70.5           | 317.2                          | 324.1 |
| 14.05                            | 1569                                           | 22050          | 69.8           | 315.9                          | 324   |
| 16.60                            | 1298                                           | 21550          | 68.6           | 314.2                          | 323.9 |
| 17.80                            | 1199                                           | 21335          | 68.1           | 313.4                          | 323.9 |
| 19.20                            | 1100                                           | 21110          | 67.5           | 312.7                          | 324.1 |
| 20.80                            | 999.8                                          | 20800          | 66.8           | 311.4                          | 323.9 |
| 22.41                            | 912.4                                          | 20450          | 65.9           | 310.2                          | 324   |
| 23.57                            | 858.8                                          | 20220          | 65.3           | 309.6                          | 324.1 |
| 24.50                            | 813.6                                          | 19930          | 64.6           | 308.5                          | 323.8 |
| 28.37                            | 671.5                                          | 19050          | 62.3           | 305.8                          | 324.1 |
| Moyenne :                        |                                                |                |                |                                | 324   |

$$\frac{x_{12}}{x_{13}} = 320,7 .$$

| E <sub>1</sub> = 150 volts       |                                                |                |                |                                |                  |
|----------------------------------|------------------------------------------------|----------------|----------------|--------------------------------|------------------|
| I <sub>2</sub> . 10 <sup>3</sup> | r <sub>2</sub> <sup>''</sup> . 10 <sup>3</sup> | E <sub>2</sub> | E <sub>3</sub> | E <sub>2</sub> /E <sub>3</sub> | C                |
| 13.49                            | 2089                                           | 28180          | 88.5           | 318.5                          | 324.6            |
| 15.21                            | 1838                                           | 27960          | 88             | 317.7                          | 324.7            |
| 17.61                            | 1569                                           | 27635          | 87.3           | 316.6                          | 324.7            |
| 20.79                            | 1298                                           | 26990          | 85.7           | 315                            | 324.7            |
| 22.32                            | 1199                                           | 26750          | 85.1           | 314.3                          | 324.9            |
| 24.05                            | 1100                                           | 26450          | 84.4           | 313.4                          | 324.9            |
| 26.06                            | 999.8                                          | 26055          | 83.4           | 312.4                          | 325              |
| 28.03                            | 912.4                                          | 25575          | 82.4           | 310.4                          | 324.9            |
|                                  |                                                |                |                |                                | Moyenne : 324.80 |

$$\frac{x_{12}}{x_{13}} = 321,6 .$$

| E <sub>1</sub> = 190 volts       |                                                |                |                |                                |                 |
|----------------------------------|------------------------------------------------|----------------|----------------|--------------------------------|-----------------|
| I <sub>2</sub> . 10 <sup>3</sup> | r <sub>2</sub> <sup>''</sup> . 10 <sup>3</sup> | E <sub>2</sub> | E <sub>3</sub> | E <sub>2</sub> /E <sub>3</sub> | C               |
| 17.13                            | 2089                                           | 35790          | 112.2          | 319                            | 325.1           |
| 19.30                            | 1838                                           | 35480          | 111.5          | 318.2                          | 325.1           |
| 22.32                            | 1569                                           | 35030          | 110.5          | 317                            | 325.1           |
| 26.37                            | 1298                                           | 34230          | 108.6          | 315.2                          | 325             |
| 28.31                            | 1199                                           | 33930          | 108            | 314.4                          | 325             |
|                                  |                                                |                |                |                                | Moyenne : 325.1 |

$$\frac{x_{12}}{x_{13}} = 321,8 .$$

L'étude de ces tableaux met en relief les constatations suivantes :

1. Sous tension constante, le rapport de transformation entre le secondaire et le troisième circuit est constant ; donc la construction de ce circuit est telle que le terme sous le radical est égal à l'unité.

2. Le rapport varie dans la limite des tensions expérimentées ; cette variation est faible, en effet :

$$\frac{x_{12}}{x_{13}} = \sqrt{\frac{1 - \sigma_{12}}{1 - \sigma_{13}}} \cdot \frac{L_2}{L_3} .$$

L<sub>2</sub> et L<sub>3</sub> varient de façon concomitante et les coefficients de dispersion de même. La moyenne de tous les rapports trouvés est 321,2 ; elle permet, dans les limites indiquées, une mesure de la tension secondaire suffisamment exacte. Faute de résis-

tances suffisamment grandes, la recherche du rapport n'a pu être poussée plus loin.

3. La valeur du rapport C, lorsque le secondaire est à circuit ouvert, doit être égale, pour les différentes tensions aux nombres trouvés ; les mesures faites jusqu'à 20 000 volts en fermant le secondaire sur un transformateur de mesure ont donné pour rapport C 329,5, valeur bien différente. Dans ce cas, la formule simplifiée n'est plus applicable à cause du circuit inductif du transformateur de mesure. Afin d'utiliser la formule (4) à la mesure du voltage secondaire, on peut introduire une modification utile en remplaçant  $r_2''$  en fonction de l'intensité du courant :

En posant

$$\frac{x_{12}}{x_{13}} = K ; \quad \frac{r_3}{r_3''} = a ; \quad \frac{r_2}{r_2''} = 1 + \frac{r_2'}{r_2''}$$

il vient

$$E_2 \left( 1 + \frac{r_2'}{r_2''} \right) = E_3 K a.$$

et en posant

$$r_2'' = \frac{E_2}{i_2}$$

on a finalement

$$E_2 = E_3 \cdot K a. - i_2 r_1'$$

$r_1'$  est la résistance intérieure du secondaire.

4. Il y aurait avantage à construire le troisième circuit avec une résistance ohmique faible afin de faire tendre le rapport

$\frac{r_2}{r_3''}$  le plus près possible de l'unité.

Pour terminer, remarquons qu'on pourrait calculer  $E_2$  par la formule (5) mais elle a l'inconvénient de comporter les valeurs de  $x_1$  et  $x_2$  qui varient avec l'intensité du courant, tandis que la méthode du scléromètre fait abstraction de ces valeurs.

Institut de Physique de l'Université de Fribourg.