Zeitschrift: Archives des sciences physiques et naturelles

Band: 4 (1922)

Artikel: Représentation graphique de l'univers espace-temps à quatre dimensions

Autor: Gruner, P.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-741962

et nous avons trouvé que les 6 positions de coordination étaient effectivement aux sommets d'un octaèdre. Les 6 atomes occupant ces positions sont collés contre l'atome métallique, alors que les atomes ionisés se trouvent un peu plus éloignés dans une deuxième sphère. Ce n'est que par cette plus grande distance que s'explique la combinaison moins stable et la dissociation en solution aqueuse. Comme exemple nous reproduisons dans une figure la répartition des atomes pour le sel $[Pt\,Cl]_6\,K_2$.

Le réseau est cintré sur la surface; il contient dans le domaine élémentaire 4 molécules de $[PtCl_6]\,K_2$. (Nous avons indiqué dans la figure les atomes de Cl pour une seule des 4 molécules). La longueur d'arête du cube élémentaire est

$$a = 9,7 \times 10^{-8} \text{ cm}.$$

La distance Pt $\longrightarrow$ Cl est égale à $1,6 \times 10^{-8}$ cm.

La distance Pt $\longrightarrow$ K est par contre $4,2 \times 10^{-8}$ cm.

Gruner, P. (Berne). — a) *Représentation graphique de l'univers espace-temps à quatre dimensions.*

L'auteur développe les idées qu'il avait présentées l'an dernier à la Société de physique (*Arch. Sc. Phys. Nat.* (5) **3**, 295, 1921). Le mouvement d'un point peut être donné par les quatre équations suivantes:

$$\Phi(xy) = 0 \;,\; \mathrm{X}(yz) = 0 \;,\; \Psi(zx)) = 0 \quad \text{et} \quad x = f(t) \;,$$

qui représentent les projections d'une courbe à quatre dimensions sur quatre plans de coordonnées dans l'univers espace-temps. En rabattant ces projections dans un même plan, il devient facile de représenter les phénomènes de l'univers à quatre dimensions par les méthodes simples de la géométrie descriptive.

Ainsi le mouvement rectiligne et uniforme d'un point sera représenté dans le plan des XOY par une droite, à laquelle correspond dans le plan des XOT, que l'on nommera le « sous-espace », une droite $x = v.t$, la ligne d'univers du mouvement. Pour développer les phénomènes de la théorie de la relativité restreinte, il est utile de mesurer le temps par le chemin parcouru par la lumière $u = c.t$, c étant la vitesse de la lumière égalée à l'unité. En outre il est préférable de choisir pour le « sous-espace » un système de coordonnées XOU qui n'est pas orthogonal; avec ce choix il est possible de rapporter les deux systèmes XOY et X'O'Y' qui se meuvent parallèlement à l'axe des OX avec une vitesse relative α, à deux « sous-espaces » dont les axes OX $\perp$ O'U' et OU $\perp$ O'X' sont réciproquement orthogonaux et pour lesquels l'angle XOX' $=$ UOU' $= \varphi$ détermine la vitesse relative: $\alpha = \sin \varphi$.

En projetant maintenant la ligne d'univers $x = v.t$, construite pour le sous-espace XOU dans le sous-espace X'O'U' et de là dans l'espace X'O'Y', on obtient le mouvement du point tel qu'il apparaît dans le système X'O'Y'. Les figures donnent immédiatement les formules de transformation de Lorentz-Einstein, les vitesses du point, le théorème d'addition, l'aberration, etc.

Les mêmes constructions peuvent être appliquées aux phénomènes de propagation d'ondes, soit planes, soit sphériques. Dans ces constructions quelque peu compliquées il s'agit de ne jamais confondre les phénomènes qui sont synchrones dans l'un des systèmes de coordonnées avec ceux qui sont synchrones dans l'autre: dans les sous-espaces des phénomènes synchrones devront toujours être sur une ligne d'univers parallèle à l'axe des OX, respectivement des O'X'. En tenant compte de ces remarques il est facile de construire directement les longueurs d'ondes et les fréquences du mouvement ondulatoire dans ces deux systèmes; on obtient exactement les expressions données par Einstein dont les déductions reçoivent par là une nouvelle confirmation géométrique.

b) *Représentation graphique du temps universel dans la théorie de la relativité.*

Dans les constructions, indiquées dans l'article précédent, les bissectrices de l'angle φ jouent un rôle spécial. Elles forment un système orthogonal de coordonnées pour la longueur x et le temps u qui est symétrique par rapport aux deux systèmes XOU et X'O'U' du sous-espace. Il est donc très naturel de rapporter les phénomènes du sous-espace à ce système unique et orthogonal, et d'introduire pour les deux systèmes une coordonnée commune pour le temps, le « temps universel » t, et de même pour la longueur, la « longueur universelle » r. Une simple considération géométrique permet d'entrevoir que les coordonnées xx' uu' peuvent être projetées d'une manière convenable sur l'axe des r, respectivement des t, en changeant la valeur des unités.

On retrouve alors entre x, x' et t l'ancienne formule de relativité de Galilée-Newton: $x = x' + 2 \operatorname{tang} \frac{\varphi}{2} . t$. C'est le mérite de M. Ed. Guillaume d'avoir trouvé et développé ces résultats il y a déjà plusieurs années.

Mais il ressort de cette construction d'une manière frappante ce que M. Mirimanoff a déjà fait remarquer (*Arch. Soc. Phys. nat.* (5) **3**, 46, 1921). Les indications u et u' des horloges de chaque système peuvent naturellement être corrigées de sorte qu'elles donnent ce temps universel t ; mais cette correction dépend de φ, c'est-à-dire de la vitesse relative α des deux systèmes comparés. Ainsi les corrections à donner à l'horloge réglée sur le temps local, dépendraient du système avec lequel on a l'intention de se comparer; la notion de temps universel devient alors illusoire.

M. Guillaume (Berne), à la fin de la communication suivante, revient sur la conclusion de M. le Prof. Gruner et remarque que cette conclusion permet de montrer ce qu'il y a justement d'inacceptable dans les raisonnements relativistes, que l'on voudrait substituer aux solides méthodes classiques. Appliquons ces dernières à l'élégante construction de M. Gruner. Celle-ci, remarquerons-nous, repose sur 3 relations indépendantes entre les 5 variables x, x', u, u', t. Il reste donc deux variables indépendantes à choix. Il est naturel de prendre pour celles-ci une variable spatiale x ou x', et l'une des trois variables temporelles u, u' ou t. Pour exprimer que les deux systèmes se meuvent comme des galiléens ordinaires, on prendra nécessairement la variable t et, dans ce cas, cette variable étant indépendante, elle ne saurait être fonction de φ, donc de la vitesse relative α des systèmes, contrairement à la conclusion de M. Gruner. Et que l'on ne dise pas que les horloges H et H' des systèmes S et S' marquent les temps u et u' à l'exclusion du temps t. Pourquoi ? Parce qu'en relativité, on postule « l'identité des unités physiques de mesure dans tous les systèmes » (principe énoncé explicitement pour la première fois par Max Born), et que c'est ce postulat qui permet aux relativistes de prendre, selon les cas, tantôt u, tantôt u' comme variable temporelle *indépendante*. Les horloges donnent une suite d'indications numériques auxquelles on fait correspondre les valeurs que peuvent prendre les paramètres u, u' ou t. Supposons que l'on fasse correspondre les valeurs de u aux indications des horloges H ; alors u est la variable *indépendante*; on calculera u', et, par définition, u' sera l'« indication einsteinienne » de cette *même* horloge H « jugée » de S′ (vom S′ aus beurteilt). Un raisonnement symétrique s'applique aux horloges H′, auxquelles correspondront les valeurs du paramètre u', qui devient alors la variable temporelle indépendante; les valeurs de u, que l'on calculera, donneront les indications einsteiniennes de H′, « jugée » de S. Exemple : lorsque les indications des horloges H et H′ augmentent chacune d'une seconde, quelles sont, « jugées » de S′ et de S respectivement, les augmentations einsténiennes de ces horloges ? Elles sont égales et leur valeur se calcule en posant respectivement, par définition:

$$\text{(I)} \qquad \Delta x = 0 \,, \quad \Delta u = 1 \text{ sec}, \quad \text{d'où} \quad \Delta u' = \Delta u \sqrt{1 - \alpha^2}$$

$$\text{(II)} \qquad \Delta x' = 0 \,, \quad \Delta u' = 1 \text{ sec}, \quad \text{d'où} \quad \Delta u = \Delta u' \sqrt{1 - \alpha^2}$$

Or, de même que les formules (I) et (II) ne sont nullement contradictoires, de même il n'est pas contradictoire de demander par exemple de combien les horloges se déplacent simultanément l'une par rapport à l'autre pendant cette *même* seconde. La réponse est immédiate si l'on utilise la formule $x = x' + \alpha t$ et que l'on pose:

$$\text{(III)} \qquad \Delta t = 1 \text{ sec}, \quad \text{d'où} \quad \Delta x' = -\alpha \Delta t \,, \quad \text{et} \quad \Delta x = +\alpha \Delta t \,.$$

L'on tombe sur le résultat même d'Einstein, et l'on ne pourra pas prétendre que $\Delta t = 1$ sec dépend de α ! En outre, on voit qu'il n'est nullement question de « corriger » les indications u et u' à l'aide de t. Cela résulte d'ailleurs du fait que les formules étant homogènes, les paramètres u, u', t sont exprimés dans la même unité de temps, la *seconde*, par exemple.