

Zeitschrift: Archives des sciences physiques et naturelles
Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève
Band: 6 (1924)

Artikel: À propos d'une tentative de conciliation de la théorie des quanta et de la théorie de la relativité
Autor: Wavre, R.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-741890>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 05.05.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

A PROPOS
D'UNE
**Tentative de conciliation de la théorie des quanta
et de la théorie de la relativité.**

Exposé sommaire d'une idée émise par M. EINSTEIN

PAR

R. WAVRE

Ce petit exposé n'apporte rien de nouveau aux théories physiques; il ne vise qu'à attirer une fois de plus l'attention des lecteurs des *Archives* sur la théorie des quanta et à exposer l'essentiel de l'idée que contient le mémoire de M. Einstein, « Bietet die Feldtheorie Möglichkeiten für die Lösung des Quantenproblems ? »¹ Suggérée par les expériences sur le rayonnement noir, l'hypothèse des quanta est en contradiction plus ou moins flagrante avec la mécanique classique, la thermodynamique et la mécanique statistique.

Elle contredit au vieil adage *natura non facit saltus* et nous incline à ne voir au contraire que sauts brusques et discontinuités dans la nature. Il ne semble pas non plus facile de la concilier avec la théorie électromagnétique classique de la lumière; c'est cette dernière discordance qui nous occupera seule dans cet exposé.

* * *

Au point de vue de la mécanique, le mouvement de l'électron de l'atome d'hydrogène autour du noyau est un mouvement planétaire, la loi d'attraction de Coulomb se substituant à la

¹ *Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften.* Berlin, 1923.

loi d'attraction de Newton. Les équations du mouvement planétaire sont des équations différentielles définissant le mouvement de la planète au cours du temps, et la trajectoire est bien déterminée pourvu que l'on se donne position et vitesse initiales. C'est là une propriété bien connue des équations différentielles du second ordre. Les conditions initiales, position et vitesse à l'instant $t = 0$, peuvent être choisies arbitrairement et les trajectoires possibles remplissent dans leur ensemble l'espace entier.

On peut en particulier se donner les conditions initiales de telle sorte que l'année pour la planète ait une durée fixée à l'avance.

D'autre part, l'électrodynamique veut que l'électron soit le centre d'ébranlement d'une onde lumineuse dont la période égale l'année de l'électron.

Mais alors comment expliquer que le spectre de l'hydrogène soit formé de raies séparées, formant un ensemble discret ? Autant de raies autant d'électrons serait-on tenté de répondre ; cette explication doit être rejetée pour des raisons que je ne puis rappeler ici ; l'électron étant unique, les raies correspondent-elles aux harmoniques d'une vibration fondamentale ? Le petit excitateur qu'est l'électron n'ébranlerait dans l'éther (nous n'osons presque plus employer ce terme désuet) que les résonateurs harmoniquement associés avec lui ; pas encore, car l'on ne voit pas d'analogie, tout au moins pas d'analogie simple, entre la répartition des harmoniques et celle des raies.

Une troisième hypothèse s'offre d'elle-même qui se trouvera, après quelques modifications, être celle que les physiciens tels que MM. Bohr et Sommerfeld adoptent aujourd'hui. L'électron ne pourrait se mouvoir que sur une suite discrète de trajectoires, disons, pour simplifier, de cercles concentriques qui rappellent les sphères célestes qu'imaginaient les anciens, et les trajectoires possibles seraient réparties d'une manière analogue à ce que prescrit la loi de Bode pour les planètes du système solaire. Pour que les mouvements forment une suite discrète il suffirait d'ailleurs que les conditions initiales ne pussent être choisies elles-mêmes que dans une suite discrète contrairement à ce que prévoit la mécanique.

Il faut qu'une loi d'aspect arithmétique limite le nombre des conditions initiales possibles. L'hypothèse des quanta revient à supposer qu'il existe une telle loi.

Sous la forme primitive que lui donnait Planck elle s'exprime: l'énergie ne peut varier que par sauts brusques et ne peut prendre qu'un ensemble discret de valeurs.

On lui donne aujourd'hui un énoncé plus précis et plus savant qui exige l'introduction des variables d'Hamilton p et q (celles qui figurent dans les équations canoniques de la mécanique) et de l'intégrale de phase

$$J = \int p dq .$$

L'hypothèse des quanta se formulerait ainsi; les intégrales de phase ne peuvent être que des multiples n du quantum d'action de Planck h qui est une constante universelle. On aurait donc

$$J = nh . \quad (1)$$

Il subsiste à vrai dire une certaine indétermination dans le choix de la coordonnée canonique q . Pour le mouvement circulaire de tout à l'heure, prenons pour coordonnée q l'angle polaire; la variable p sera dans ce cas le moment de la quantité de mouvement de l'électron.

Soit m la masse de l'électron, ω sa vitesse angulaire, e sa charge, a le rayon du cercle, E la charge du noyau; à l'équation mécanique

$$ma\omega^2 = \frac{eE}{a^2}$$

qui exprime que la force de Coulomb fait équilibre à la force centrifuge, s'ajouterait la loi arithmétique ou quantique (1) qui dans notre cas donne

$$2\pi ma^2\omega = nh .$$

Ces deux équations permettent de déterminer la suite discrète des valeurs de a et ω

$$a = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 meE} \quad \omega = \frac{8\pi^3 me^2 E^2}{n^3 h^3} ;$$

on donne au nombre quantique n les valeurs 1, 2, 3, 4. Chacun de ces mouvements sera dit stationnaire.

Jusqu'ici qu'avons-nous fait. Nous avons adjoint la loi arithmétique (1) aux équations de la mécanique, et si la troisième hypothèse que nous imaginions était exacte sous la forme que nous lui donnions, la suite discrète des fréquences ou des raies spectrales de l'onde émise serait exprimée par la relation $\nu = \omega/2\pi$.

Mais l'expérience ne confirme pas cette formule, il faut modifier encore notre conception et c'est ici qu'intervient la curieuse hypothèse de M. Bohr.

En se mouvant sur les trajectoires stationnaires, l'électron n'ébranlerait pas l'éther, mais il serait capable de sauter brusquement d'une de ces trajectoires sur une autre et ce n'est que ces sauts qui émettraient une onde. Sur la trajectoire de rang n l'énergie est constante; elle a pour valeur

$$W = E_{\text{cin}} + E_{\text{pot}} = - \frac{2\pi^2 m e^2 E^2}{h^2} \frac{1}{n^2} ,$$

mais elle varie d'une trajectoire à l'autre. La formule de Bohr lie la fréquence ν de l'onde émise à la variation ΔW d'énergie, de la façon suivante:

$$\Delta W = h\nu . \quad (2)$$

Donnons à n deux valeurs distinctes n et k et remplaçons dans (2) ΔW par la valeur correspondante tirée de l'équation précédente et nous trouverons

$$\nu = \frac{2\pi^2 m e^2 E^2}{h^3} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right) ,$$

et cette répartition des fréquences rend compte de la série de Balmer du spectre de l'hydrogène. Quant on tient compte de ce que les trajectoires sont elliptiques et non circulaires, que le noyau se meut lui aussi, et quand on fait les corrections qu'impose la théorie de la relativité, la confirmation expérimentale de cette dernière formule est éclatante et s'étend à d'autres séries que celle de Balmer.

Il n'en faut pas moins pour que la conception si étrange des quanta (formule (1)) et la conception non moins curieuse de

M. Bohr (formule (2)) puissent avoir droit de cité dans la science ; d'autant plus que la théorie de Bohr est en contradiction avec l'électro-dynamique classique.

D'après celle-ci, en effet, l'électron, qui est une charge en mouvement accéléré, doit créer un champ magnétique, doit rayonner, non seulement lorsqu'il saute mais même sur les trajectoires stationnaires.

On sait que M. Sommerfeld formule en plus d'autres relations que celle de fréquence entre la modification intraatomique et les caractéristiques de l'onde.

Quoi qu'il en soit, les formules de MM. Bohr et Sommerfeld expriment comme une formalité de passe-port qu'une modification intraatomique doit subir en traversant la frontière de l'atome pour devenir modification du champ électro-magnétique ; formalité qui n'est rien moins qu'un changement complet d'état-civil comme celui des Alsaciens qui durant la grande guerre s'échappaient d'Alsace et s'engageaient dans l'armée française.

La physique intraatomique est en contradiction avec la physique extraatomique, les lois à l'échelle microscopique ne sont pas celles de l'échelle macroscopique.

Examinons la discordance d'un point de vue strictement mathématique.

Dans la mécanique comme dans la théorie du champ électro-magnétique, les lois s'expriment par des équations différentielles dont les solutions sont déterminées sitôt que sont données les conditions initiales, celles-ci pouvant être quelconques et former un ensemble continu.

La théorie des quanta, au contraire, requiert l'introduction d'équations aux différences finies d'aspect arithmétique, et l'état initial ne peut par ce fait être choisi que dans une suite discrète.

Les physiciens se sont demandé si la continuité apparente n'était pas due à l'incapacité de nos sens à percevoir des discontinuités très petites ; s'il n'était pas possible de considérer l'électro-magnétisme et la mécanique classique comme des sciences statistiques relatives à l'aspect macroscopique, des sciences de moyennes. Mais cette idée rencontre de grosses difficultés.

Toutefois, le principe de correspondance de M. Bohr est très suggestif. Le voici : pour des mouvements stationnaires correspondants à des nombres quantiques très grands, le nombre de révolutions de l'électron, qui n'est autre que la fréquence de l'onde émise d'après la théorie classique, est précisément égal au nombre de vibrations que la formule de Bohr assigne à l'onde quand l'électron saute d'une trajectoire à une trajectoire voisine. Pour de grands nombres quantiques, les deux théories donnent les mêmes résultats relativement aux fréquences.

Les compléments mathématiques au livre de M. Sommerfeld, le §10 notamment, montrent bien que les nombres quantiques étant très grands vis-à-vis de leur variation, certains quotients de différences finies sont sensiblement égaux aux dérivées qui s'en déduisent par simple passage à la limite. Ainsi l'on est en droit de se demander si les équations différentielles du champ sont autre chose qu'un aspect limite des équations aux différences finies par lesquelles s'exprime la théorie des quanta.

Mais alors les équations différentielles du champ ne représentent qu'un état limite, jamais atteint, tandis que les équations quantiques représentent seules l'état physiquement réalisé.

* * *

Si cette idée a gagné quelque crédit durant ces vingt dernières années, M. Einstein ne s'en inspire toutefois pas. La théorie des quanta lui doit déjà d'importantes contributions. Dans son mémoire de 1923, il tente, au contraire, un ultime effort pour conserver aux équations différentielles du champ la valeur d'expressions adéquates.

Constatant que ce qui fut abondamment confirmé par les expériences, ce ne sont pas les équations du mouvement de l'électron, mais celles du champ, il cherche à définir, après Mie, la matière à partir du champ. Il remarque que les équations de l'électromagnétisme de Maxwell en présence d'un champ de gravitation, telles que les formule la théorie générale de la relativité

$$R_{\mu\nu} = - x E_{\mu\nu} ,$$

où $R_{\mu\nu}$ est le tenseur de Riemann-Christoffel contracté et $E_{\mu\nu}$ le tenseur d'énergie électro-magnétique, admettent des solutions trop nombreuses. Il leur adjoint alors un nouveau système d'équations différentielles du champ, de manière, semble-t-il, que l'état initial ne puisse plus être choisi arbitrairement.

Il cherche à « surdéterminer » l'état initial de façon à définir la physique quantique au sein de la physique relativiste comme une espèce dans un genre par l'adjonction d'un caractère spécifique.

Notre exposé de la théorie des quanta nous montre bien qu'en effet les équations arithmétiques (1) « surdéterminent » l'état initial, mais les équations qu'introduit M. Einstein ne sont pas des équations arithmétiques, mais bien de nouvelles équations aux dérivées partielles du champ.

Citons l'exemple que donne M. Einstein d'une « surdétermination ». La loi de la gravitation dans le vide

$$R_{\mu\nu} = 0$$

admet une infinité de solutions; il y a en effet une infinité de ds^2 , c'est-à-dire de géométries, qui satisfont à de telles équations, et l'on peut s'imposer des conditions supplémentaires, par exemple une condition de symétrie sphérique comme on le fait quand on cherche la formule de Schwarzschild.

Qu'on annule le tenseur de Riemann-Christoffel lui-même

$$R_{\mu\nu\rho\sigma} = 0,$$

ce qui représente un nombre d'équations supérieur, un état « surdéterminé », et il n'y a plus qu'une géométrie possible, l'euclidienne. Aucune autre condition ne peut alors être imposée. M. Einstein paraît estimer essentielle l'idée de la « surdétermination », mais il ne prétend nullement que les équations complémentaires qu'il introduit soient précisément celles qui conviennent.

En étudiant le mémoire de M. Einstein et en relisant le § 32 du livre de M. H. Weyl, *Temps, Espace, Matière*, traduction de M. Juvet, on se rendra compte que cette tentative de n'écrire

que des équations du champ nous porte à concevoir l'électron comme une singularité véritable du champ, et la question physique qui se pose est de savoir si le comportement de cette singularité rend compte des expériences quantiques.

M. Einstein ne cache pas les grandes difficultés qu'il faudrait surmonter pour répondre à cette question. Les équations ne revêtent pas une forme telle que l'expérience puisse être dès aujourd'hui consultée.

Et puis une question d'ordre mathématique se pose : le système adjoint étant formé d'équations différentielles, sont-ce des constantes ou des fonctions formant un ensemble discret ou continu qui resteront arbitraires et permettront de traduire l'état initial ?

* * *

La tentative de M. Einstein nous dispensera-t-elle d'écrire une fois de plus les premières pages des traités de physique ou faudra-t-il les récrire encore et combien de fois ?

La rigidité des théories physiques due à leur forme déductive est telle que la moindre expérience nouvelle en contradiction avec les théories nous oblige à refondre jusqu'aux notions les plus fondamentales; de telles expériences furent toujours le germe de progrès nouveaux. En même temps qu'elle cherche à rendre compte d'un plus grand nombre d'expériences, la science s'approfondit.

Si la tentative de conciliation de M. Einstein ne réussit pas, l'hypothèse des quanta nous obligera à procéder à un remaniement profond; faut-il le souhaiter ou le redouter ?

Si les conceptions quantiques devaient se généraliser au point que non seulement les intégrales de phase, mais encore les positions d'un mobile dans l'espace, le temps lui-même dussent ne varier que par sauts brusques, si la matière ne devait passer que par une succession discrète d'états, eh bien, cette conception, si extraordinaire et déconcertante qu'elle puisse paraître à première vue, aurait au moins un avantage: celui de nous affranchir des difficultés d'ordre logique auxquelles s'est heurtée dès la science hellénique la notion du continu.
