**Zeitschrift:** Archives des sciences physiques et naturelles
**Band:** 10 (1928)

**Artikel:** Sur les figures d'équilibre d'une masse fluide hétérogène
**Autor:** Wavre, R.
**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-742820

une action directe d'un champignon sur le noyau d'un organisme.

Ces faits justifient le titre que nous avons donné à cette note préliminaire; le parasite isolé du Mycosis est transmissible à la souris, dont il semble bien provoquer la mort, par lésion directe ou par intoxication.

La souris est donc l'animal de choix pour cette étude, que je poursuivrai pour rechercher dans quelles conditions il serait possible de reproduire les lésions typiques de la maladie.

*(Laboratoire de la Clinique dermatologique de l'Hôpital cantonal de Genève.)*

**R. Wavre.** — *Sur les figures d'équilibre d'une masse fluide hétérogène.*

Cette note fait suite à la précédente, mais elle ne concerne que le cas particulier des figures d'équilibre relatif. Nous appellerons *stratification* la répartition au point de vue strictement géométrique des surfaces d'égale densité supposées de révolution autour de l'axe polaire de rotation. Soit $\omega$ la vitesse angulaire, $\rho$ la densité, $\varepsilon$ la constante de l'attraction universelle et $g$ l'intensité de la pesanteur. Appelons encore *densité transformée* l'expression

$$f = -4\pi\varepsilon\rho + 2\omega^2 . \qquad (1)$$

Enfin, faisons choix d'un système de coordonnées orthogonales $t$ et $\vartheta$ pour repérer un point dans un plan méridien; $t$ caractérisera les surfaces d'égale densité et $\vartheta$ les lignes de force de la pesanteur normales, comme on sait, aux surfaces précédentes. Quoique cela n'ait rien d'essentiel nous supposerons que $\vartheta = 0$ soit l'axe polaire et que $t$ soit la distance comptée sur cet axe, de la surface libre $t = 0$ à la surface $t$.

L'accroissement de la pesanteur est donnée par la relation, où $c$ est le double de la courbure moyenne des surfaces $t$ et $dn$ un élément de normale dirigé vers l'intérieur:

$$\frac{dg}{dt} = (cg + f)\frac{dn}{dt} . \qquad (2)$$

D'autre part, l'existence du potentiel du champ de la pesanteur implique que l'on ait, quelles que soient les lignes de force $\theta'$ et $\theta''$

$$\left(g\frac{dn}{dt}\right)_{\theta'} = \left(g\frac{dn}{dt}\right)_{\theta''}. \tag{3}$$

Dérivons (3) et tenons compte de (2) et nous parviendrons à former le rapport $\Psi(t)$ de la densité transformée et de la pesanteur sur l'axe polaire. Ce rapport, d'une part, ne dépend que de $t$ et, d'autre part, ne dépend que de la stratification et l'on a

$$\Psi(t) = \frac{f(t)}{g(t,\,o)} = -\frac{y_{\theta''} - y_{\theta'}}{x_{\theta''} - x_{\theta'}} \tag{4}$$

en posant

$$x_\theta = \left(\frac{dn}{dt}\right)_\theta^2 \qquad y_\theta = \left(c\frac{dn}{dt} + \frac{d}{dt}\,\mathrm{L}\frac{dn}{dt}\right)_\theta.$$

La relation (4) doit avoir lieu quelles que soient les valeurs $\theta'$ et $\theta''$. La densité transformée $f$ est donc donnée par l'équation

$$f(t) = g(t,\,\theta)\,\Psi(t)\left(\frac{dn}{dt}\right)_\theta$$

et cette valeur introduite dans l'équation (2) donne

$$g(t,\,\theta) = g(o,\,o)\left(\frac{dt}{dn}\right)_\theta e^{\int_0^t (c+\Psi)_{\theta=0}\,dt}$$

$$f(t) = g(o,\,o)\,\Psi(t)\,e^{\int_0^t (c+\Psi)_{\theta=0}\,dt}.$$

*La pesanteur et la densité sont données à partir de la stratification et de l'attraction au pôle par les formules précédentes qui ne deviennent illusoires que dans le cas banal d'une superposition de sphères concentriques.*

La fonction $\Psi(t)$ donne lieu à l'identité en $\theta'$, $\theta''$, $\theta'''$

$$\frac{y_{\theta'''} - y_{\theta'}}{y_{\theta''} - y_{\theta'}} = \frac{x_{\theta'''} - x_{\theta'}}{x_{\theta''} - x_{\theta'}} \tag{5}$$

*Cette identité* (5) *exprime la condition nécessaire et suffisante pour assurer l'équilibre relatif, pourvu que sur la surface libre la dérivée* $\frac{\mathrm{dn}}{\mathrm{dt}}$ *ait la valeur déduite du théorème de Stokes.*

La condition (5) est d'ordre purement géométrique, elle est non seulement indépendante de $\rho$, de $g$, mais aussi, fait remarquable, de la masse totale et de la vitesse angulaire et ces deux derniers éléments interviennent seuls dans la condition à la limite.

En désignant par $D\sigma$ une aire élémentaire de la surface $t$, par $\delta$ une différentielle relative à un $\delta\theta$, par $d$ une différentielle relative à $dt$ on peut représenter le rapport de la densité transformée à la pesanteur d'une manière intrinsèque

$$\frac{f}{g} = \frac{1}{2} \frac{\delta d \, \mathrm{l}.\frac{D\sigma}{dn}}{\delta dn}.$$

On voit l'avantage de cette méthode pour l'étude rigoureuse des figures d'équilibre et le rôle de premier plan qu'elle fait jouer au théorème de Stokes.

---

**Séance particulière.**

Nominations:

M. Paul FOURMARIER, professeur à l'Université de Liége, est nommé membre honoraire.

M. Louis DESHUSSES, professeur à l'école cantonale d'horticulture de Genève,

M. Albert LEEMANN, docteur ès-sciences, sont nommés membres ordinaires.