

Zeitschrift: Archives des sciences physiques et naturelles
Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève
Band: 11 (1929)

Artikel: Nouvelle formule pour le calcul de l'index de couleur des étoiles
Autor: Tiercy, Georges
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-740986>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 06.05.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

NOUVELLE FORMULE
POUR LE
CALCUL DE L'INDEX DE COULEUR
DES ÉTOILES¹

PAR
Georges TIERCY

(Avec 2 fig.)

1. — Un certain nombre de formules importantes de l'astrophysique sont déduites de l'égalité suivante²:

$$M_{\lambda} = C_{\lambda} - 5 \log R + \frac{1,560}{\lambda T} + x_{\lambda}, \quad (1)$$

tirée elle-même de la formule de Planck donnant l'énergie d'une radiation de longueur d'onde λ . Pour l'application de cette formule (1), on a volontiers admis, ces dernières années, comme longueurs d'ondes effectives, celles indiquées par M. A. Brill³:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \lambda_v = cm(5,29) \cdot 10^{-5} & (\lambda \text{ effective visuelle}) ; \\ \lambda_p = cm(4,25) \cdot 10^{-5} & (\lambda \text{ effective photographique}) . \end{array} \right.$$

¹ Communication présentée à la réunion de la Soc. suisse de Géophysique, Météorologie et Astronomie, le 30-31.VIII.1929, à Davos.

² *Archives* (5), 10, p. 363 (1928); *Publ. de l'Obs. de Genève*, fasc. 6.

³ *Astronomische Nachrichten* (A. N.), 1923, n° 5254.

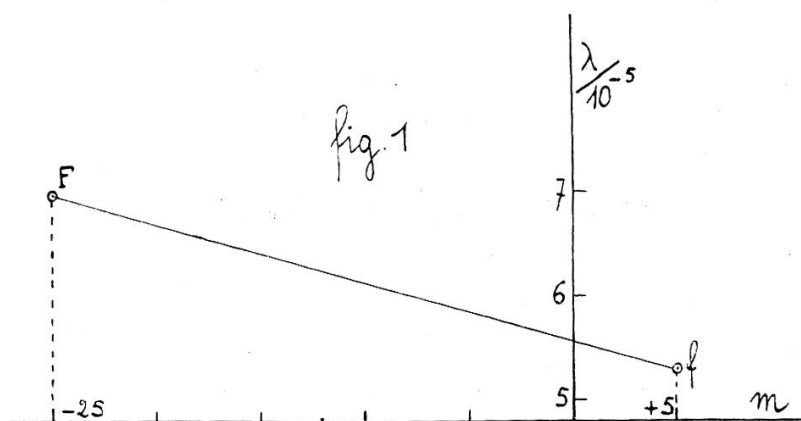
Par l'adoption provisoire de ces valeurs, j'ai été conduit aux relations approchées suivantes ¹:

$$\left\{ \begin{array}{l} T = \frac{7200}{1 - \alpha} ; \\ 0,819 I = \log R + 0,2 M_v + 0,819 \alpha - 0,2 \beta . \end{array} \right.$$

Mais, dans le même mémoire, j'ai laissé entrevoir ma pensée, qui est que les longueurs d'ondes effectives ne sont pas les mêmes, suivant que l'on considère une source lumineuse faible, ou une source très forte; ce qui conduit à poser que λ_p et λ_v peuvent être envisagées comme des fonctions de la magnitude.

§ 1. — MAGNITUDES M_v VISUELLES.

2. — Examinons d'abord les longueurs d'ondes effectives visuelles λ_v . On peut admettre que la valeur donnée par M. A. Brill (radiation verte) est satisfaisante pour une source (f) modérée ou faible, par exemple pour une étoile de 5^{me} magnitude environ.



Mais si l'on envisage une source très forte (F), dont la magnitude visuelle serait de l'ordre de grandeur de -25 (par exemple, notre Soleil), la longueur d'onde effective ne sera plus dans le « vert » du spectre, mais bien dans le « rouge »; et l'on pourra prendre $\lambda_v = cm (7,00) 10^{-5}$.

¹ *Archives* (5), 10, p. 363 (1928); *Bubl. de l'Obs. de Genève*, fasc. 6.

La valeur λ_v est donc certainement une fonction de m ; mais quelle fonction ? Il est impossible de le dire pour l'instant. Dans ces conditions, nous admettrons provisoirement une variation linéaire de λ_v avec m ; autrement dit, dans la figure (1), nous joindrons les points représentatifs F et f par une droite et cette droite représentera la variation de λ_v d'une manière approchée entre les magnitudes -25 et $+5$.

Il en résulte que, pour un cas intermédiaire m_i , on aurait :

$$\lambda_i = cm \cdot 10^{-5} \left[5,29 + (1,71) \frac{5 - m_i}{30} \right] ; \quad (2)$$

lorsque le nombre m_i augmente (c'est-à-dire lorsque la source diminue d'intensité), la valeur de λ_i diminue.

Pour une variation de magnitude de une unité, la valeur λ_i varie de :

$$cm \cdot 10^{-5} \left[\frac{1,71}{30} \right] = cm (0,057) 10^{-5} .$$

En prenant la valeur de Brill $\lambda_v = cm (5,29) \cdot 10^{-5}$, la formule (1) devient :

$$M_v = \frac{29490}{T} - 5 \log R + C_v + x_v , \quad (3)$$

qu'on adoptera pour une étoile de 5^{me} magnitude. Pour une étoile de magnitude $m = 6$, la formule (1) devient :

$$M'_v = \frac{29811}{T} - 5 \log R' + C'_v + x'_v . \quad (4)$$

3. — Le numérateur du 1^{er} terme a donc augmenté de 321, lorsqu'on a passé de la 5^{me} à la 6^{me} magnitude.

D'une manière générale, ce numérateur est donné par l'expression :

$$Y = \frac{(1,560) 10^5}{5,290 - (0,057) \Delta m} ,$$

où Δm représente la variation de la magnitude m à partir de $m = 5$; pour la 6^{me} magnitude, on a $\Delta m = 1$; pour la 4^{me} magnitude, on a $\Delta m = -1$. Cette expression est de la forme :

$$Y = \frac{a}{b - cx} :$$

elle est représentée graphiquement par une hyperbole; l'asymptote parallèle à OY est située à $x = + \frac{b}{c} = + 92,8$; la courbe coupe l'axe OY à l'ordonnée:

$$\frac{a}{b} = 29490 .$$

Il est donc facile d'avoir le numérateur Y pour n'importe quelle magnitude m . On a le tableau suivant:

Magnitude m	1	2	3	4	5	6
Numérateur Y	28271	28566	28868	29176	29490	29811
Différences	295	302	308	314	321	

En désignant par ΔY l'accroissement algébrique de Y à partir de 29490; on a:

m	1	2	3	4	5	6
ΔY	— 1219	— 924	— 622	— 314	0	+ 321

(5)

Graphiquement, c'est presque une ligne droite; on pourra donc simplement interpoler par parties proportionnelles, et avoir très rapidement ΔY et Y à l'aide du tableau (5).

On pourra même simplifier encore le calcul numérique en écrivant:

$$M_v = \frac{29490 + (308) \Delta m}{T} - 5 \log R + C_v + x_v ; \quad (6)$$

on assimile ainsi la courbe tirée du tableau (5) à une ligne droite.

4. — Ainsi, lorsqu'il s'agit d'une Céphéide et qu'on passe du maximum au minimum de lumière ($\Delta m > 0$), le numérateur du 1^{er} terme du second membre de (6) augmente tandis que le dénominateur T diminue.

§ 2. — MAGNITUDES M_p PHOTOGRAPHIQUES.

5. — Il en est de λ_p comme de λ_v ; la valeur n'est probablement pas constamment égale, quelle que soit la source considérée, à celle de M. A. Brill.

Les données expérimentales précises manquent encore; mais il me semble qu'on peut admettre en première approximation que λ_p passe de $cm(4,25) \cdot 10^{-5}$ à $cm(4,31) \cdot 10^{-5}$ lorsque la magnitude m passe de 5 à 3; le λ_p correspondant à $m = -25$, serait donc $\lambda_p = cm(5,15) \cdot 10^{-5}$. Autrement dit, nous considérons que λ_p , comme λ_v , varie linéairement avec m , du moins pour les magnitudes des étoiles voisines de $m = 5$. On a ainsi, pour une magnitude m_i :

$$\lambda_{p_i} = cm 10^{-5} [4,25 + 0,03(5 - m_i)] . \quad (7)$$

Prenons alors la formule (1); elle s'écrit ici:

$$M_p = \frac{1,560}{\lambda_p T} - 5 \log R + C_p + x_p ;$$

le premier terme du second membre devient:

$$\frac{1,560}{\lambda_p T} = \frac{1}{T} \left[\frac{(1,560) \cdot 10^5}{4,25 - 0,03 \cdot \Delta m} \right] = \frac{Y_p}{T} ;$$

où Δm représente encore la variation de la magnitude m à partir de $m = 5$; avec $\Delta m = 0$, on a $Y_p = 36700$. On peut répéter pour Y_p ce qu'on a dit de Y à propos des magnitudes visuelles M_v ; et l'on arrive à la formule simplifiée suivante:

$$M_p = \frac{36700 + 250 \Delta m}{T} - 5 \log R + C_p + x_p . \quad (8)$$

Si, par exemple, on envisage le problème d'une Céphéide, le premier terme du second membre de (8) augmente lorsqu'on passe du maximum de lumière au minimum de lumière; en effet Δm est positif et T diminue.

§ 3. — L'INDEX DE COULEUR.

6. — Par soustraction des égalités (6) et (8), il vient:

$$I = M_p - M_v = \frac{7210 - 58 \cdot \Delta m}{T} + (C_p - C_v) + (x_p - x_v) . \quad (9)$$

ou, en posant $\alpha = (C_p - C_v) + (x_p - x_v)$:

$$I = \frac{7210}{T} + \left(\alpha - \frac{58 \cdot \Delta m}{T} \right) . \quad (10)$$

Dans un mémoire antérieur¹, nous avons écrit simplement:

$$I = \frac{7210}{T} + \alpha , \quad (11)$$

et nous avons été amené à considérer α comme fonction du type spectral de la source. On voit par la formule (10) que la quantité comprise dans la parenthèse dépend en effet de T , donc du type spectral; par contre, α pourra être considéré comme constante, comme on va le voir au n° 7; par conséquent, ce qu'on considérait comme variation de α dans la formule (11) était en réalité le terme en Δm de la formule (10); le fait d'avoir, primitivement (*loc. cit.*), adopté une valeur unique de λ_v et une valeur unique de λ_p obligeait à envisager α lui-même comme variable avec la source. Dans la nouvelle conception, α est une constante.

7. — La constance, au moins approximative, de α résulte du tableau numérique suivant, tiré d'études antérieures:

Type spectral	Etoile variable utilisée	Magni- tude m de la phase utilisée	T	I	α	$C_v + x_v$	$C_p + x_p$
F ₀	SU Cassiopeae	6,60	7400	0,32	— 0,64	— 0,33	— 0,97
F ₅₋₆	SU Cassiopeae	6,98	6400	0,47	— 0,64	— 0,60	— 1,24
G ₀	T Vulpeculae	6,32	5800	0,60	— 0,64	— 0,79	— 1,43
G ₅	S Sagittae	6,06	4700	0,92	— 0,63	— 1,56	— 2,19

¹ Le calcul de l'index de couleur, *Archives* (5), 10, p. 363 (1928); *Publ. de l'Obs. de Genève*, fasc. 6.

En tenant compte de l'incertitude entachant les valeurs de T , I et m , on peut dire que la valeur de α est $-0,64$ constamment. On retrouve ainsi la valeur donnée par M. H.-N. Russell¹ dans la formule (11).

La formule (10) devient ainsi:

$$I = \frac{7210}{T} - 0,64 - \frac{58 \Delta m}{T} ; \quad (12)$$

d'où:

$$\frac{1}{T} = \frac{I + 0,64}{7210 - 58 \cdot \Delta m} ;$$

et, en portant cette valeur dans l'égalité (6), on trouve:

$$M_v = 29490 \left(\frac{I + 0,64}{7210 - 58 \cdot \Delta m} \right) - 5 \log R + C_v + x_v . \quad (13)$$

Connaissant M_v , R et m , on pourra calculer I par cette relation (13), à condition toutefois d'avoir une indication relative à $(C_v + x_v)$.

8. — *De la valeur de $(C_v + x_v)$.* Ne considérons que la classe des géants.

Spectre	T	10000/T	$-(C_v + x_v)$
F ₉	7400	1,35	0,33
F ₅	6400	1,56	0,60
G ₀	5800	1,72	0,79
G ₅	4700	2,13	1,56

Si nous portons en abscisses les valeurs de $\left(\frac{10000}{T}\right)$ et en ordonnées celles de $-(C_v + x_v)$, on obtient le graphique suivant (fig. 2):

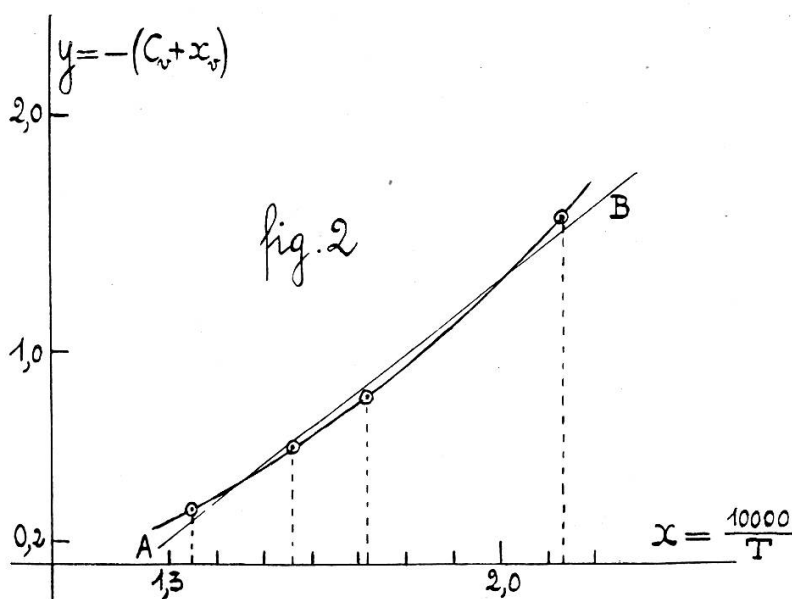
Il est visible qu'entre les valeurs $x = 1,3$ et $x = 2,2$, la courbe représentative de la variation de $-(C_v + x_v)$ suivant le type

¹ RUSSELL-DUGAN-STEWART. *Astronomy*, II.

spectral peut être assimilée à un arc de parabole. L'équation de celle-ci est :

$$y = 0,65x^2 - 0,68x + 0,06 ; \quad (14)$$

x étant donné, l'équation (14) donnera à très peu près la valeur de $-(C_v + x_v)$; on pourrait d'ailleurs avoir celle-ci par simple lecture du graphique (4).



La parabole approchée (14) donne alors :

$$-(C_v + x_v) = 0,65 \left(\frac{10^4}{T} \right)^2 - 0,68 \left(\frac{10^4}{T} \right) + 0,06 , \quad (15)$$

valeur que l'on portera dans la relation (13) à la place de $(C_v + x_v)$.

D'ailleurs, si l'on estime l'expression (15) trop lourde, on pourra la remplacer par une approximation linéaire, plus grossière évidemment, mais plus maniable; elle correspond à la droite AB de la fig. 2, et a pour équation :

$$-(C_v + x_v) = 1,58 \left(\frac{10^4}{T} \right) - 1,86 ; \quad (16)$$

il va sans dire que l'expression (16), comme (15), n'est valable qu'entre $x = 1,3$ et $x = 2,2$.

Dans ces limites, elle donne la valeur de $-(C_v + x_v)$ avec une erreur de 0,08 au plus; et comme on sera appelé à diviser l'expression (13) par 5, l'erreur résultant de l'emploi de (16) à la place (15) sera réduite à 0,02 dans le résultat.

9. — Reprenons alors l'expression (13) et portons-y la valeur (16) de $(C_v + x_v)$; on obtient, à cause de (12):

$$C_v + x_v = -15800 \left(\frac{I + 0,64}{7210 - 58 \Delta m} \right) + 1,86 ,$$

et:

$$M_v = 29490 \left(\frac{I + 0,64}{7210 - 58 \Delta m} \right) - 5 \log R - 15800 \left(\frac{I + 0,64}{7210 - 58 \Delta m} \right) + 1,86 ;$$

$$M_v = 13690 \left(\frac{I + 0,64}{7210 - 58 \Delta m} \right) - 5 \log R + 1,86 ,$$

$$0,2 M_v = 2738 \left(\frac{I + 0,64}{7210 - 58 \Delta m} \right) - \log R + 0,372 ;$$

d'où:

$$\begin{cases} I = \frac{7210 - 58 \Delta m}{2738} [\log R + 0,2 M_v - 0,372] - 0,64 ; \\ I = (2,633 - 0,0212 \Delta m) [\log R + 0,2 M_v - 0,372] - 0,64 . \end{cases} \quad (17)$$

Telle est la nouvelle formule approchée que nous proposons pour le calcul de l'index I, du moins lorsqu'il s'agit de géants.

Elle présente sur la solution antérieure (*Archives* 1928 (5), 10, p. 363, et *Publ. de l'Obs. de Genève*, fasc. 6) l'avantage considérable de permettre le calcul de I sans qu'on ait déterminé au préalable le type spectral du cliché; il suffit de connaître M_v , R et m .

Cette remarque serait d'ailleurs encore valable si l'on avait porté, dans (13) la valeur de $(C_v + x_v)$ tirée de (15); la formule finale serait plus compliquée que (17), voilà tout.

Il va sans dire qu'on pourra aussi utiliser l'équation (13), si l'on a pris soin de déterminer au préalable les types spectraux; car alors, on pourra trouver facilement la valeur de $(C_v + x_v)$ par graphique.

10. — *Vérifications numériques.*

Etoile	Phase	Spectre	log R	M_v	m	I par (17)	Valeur de I trouvée antérieu- rement
SU Cass.	près du max.	F ₀	0,968	— 1,12	6,60	0,33	0,33
SU Cass.	av. le min.	F ₅₋₆	0,966	— 0,73	6,98	0,52	0,48
T Vulp.	min. lum.	G ₀	1,018	— 0,91	6,32	0,57	0,60
S Sagitt.	av. le min.	G ₅	1,419	— 2,18	6,07	0,95	0,93
X Sgii	max. lum.	F ₁₋₂	1,280	— 2,60	4,60	0,38	0,38
X Sgii	min. lum.	G ₄₋₅	1,331	— 1,93	5,27	0,84	0,88
η Aquilae	max. lum.	A ₉	1,179	— 2,30	3,70	0,28	0,29
η Aquilae	min. lum.	G ₄	1,272	— 1,70	4,30	0,84	0,82
W Sgii	min. lum.	G ₁	1,171	— 1,20	5,85	0,82	0,75
W Sgii	max. lum.	A ₉	1,179	— 2,30	4,75	0,28	0,29
etc., etc.							