Zeitschrift: Archives des sciences physiques et naturelles

Band: 13 (1931)

Artikel: Sur les petites vibrations des astres fluides

Autor: Wavre, Rolin

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-742099

au point de vue mathématique la proposition me semble difficile à démontrer. On peut songer à modifier très peu les deux corps pour creuser une fenêtre à la partie commune par laquelle puisse se faire le prolongement analytique, mais cette altération des masses altère les deux potentiels dans la région commune. Le passage à la limite serait-il légitime ?

Remarque. — On sait que deux couches sphériques concentriques et homogènes peuvent très bien créer le même potentiel à l'intérieur de la plus petite des deux. Il y a donc des questions de topologie qu'il serait intéressant de mettre en évidence dans l'étude du potentiel newtonien.

Rolin Wavre. — *Sur les petites vibrations des astres fluides.*

Pour se rendre compte de la portée du procédé uniforme dans l'étude des figures planétaires il est intéressant de l'appliquer à des mouvements plus compliqués que les simples rotations envisagées jusqu'ici.

Supposons qu'il existe entre la densité ρ et la pression p une relation de la forme $F(\rho, p, t) = 0$, où t est le temps. Ceci revient à dire que les surfaces d'égale pression et d'égale densité coïncident toujours.

Il existera, dans ces conditions un potentiel des accélérations $- Q(x, y, z, t)$ et un potentiel de la pesanteur Φ lequel ne dépendra que de p et de t, et les trois équations fondamentales du mouvement s'écriront sous la forme abrégée

$$\Phi = U + Q \tag{1}$$

où U est le potentiel newtonien créé par l'astre fluide envisagé et par les corps extérieurs s'il y en a.

L'équation précédente est équivalente à la suivante

$$\int \frac{1}{r} \frac{d\Phi}{dn} dS + 4\pi i \int \frac{1}{r} \rho \, dZ + 4\pi Q_P + \int \frac{1}{r} \Delta Q \, dc - \int \Phi \frac{d\frac{1}{r}}{dn} dS = 0 , \tag{2}$$

où c est une cavité limitée par une surface S et Z est l'extérieur de S. Cette dernière relation devra avoir lieu quels que soient le point P intérieur à c et la surface fermée S.

Pour que cette dernière condition soit satisfaite, il suffit que les surfaces S forment une famille balayant l'astre entier.

Si l'on prend pour surface S les surfaces d'égale pression

$$p(x\,.\,y\,.\,z\,.\,t) = \text{constante}$$

le dernier potentiel se simplifie est donne la valeur de Φ sur S multipliée par 4π.

Pour les petits mouvements d'un fluide au voisinage d'une position d'équilibre stable, l'équation de continuité implique la suivante

$$\frac{1}{\rho}\frac{d^2\rho}{dt^2} = \Delta Q$$

où le premier membre est calculé en suivant la particule dans son mouvement.

Voici alors les résultats qui découlent très facilement du procédé uniforme, appliqué à l'équation (2) simplifiée par le choix spécial des surfaces S indiquée tout à l'heure, en développant $\frac{1}{r}$ comme on sait.

Pour un fluide homogène et incompressible les surfaces d'égale pression suivent les particules fluides et réciproquement les particules fluides restent au cours du mouvement à pression constante. Le potentiel crée par la répartition de la matière dans la zone p (x, y, z, t) = c *et* p (x, y, z, t) = 0 *reste constant à l'intérieur de la cavité limitée par la première de ces surfaces.*

Chaque cavité vibre comme si la zone n'existait pas.

Les vibrations fondamentales correspondent aux différentes fonctions sphériques $Y_q(\theta, \psi, t)$ et elles ont les périodes

$$\tau_q = \sqrt{\frac{3}{2}\pi}\sqrt{\frac{2q+1}{q(q-1)}}\;\frac{1}{\sqrt{i\rho}} \qquad q \geqq 2\,,$$

où i est le coefficient de l'attraction universelle et ρ la densité du fluide.

La déformation radiale rapportée au rayon j de la sphère qu'occupe la surface $p(i)$ à l'état de repos est

$$e = \sum_{q=2}^{\infty} j^{q-2}\, Y_q(\theta, \psi, t) .$$

On pourra se donner arbitrairement sur la surface libre e et $\frac{de}{dt}$ en chaque point θ, ψ.

Pour un fluide hétérogène et incompressible il est impossible que les particules restent à pression constante.

Il est même impossible que les surfaces d'égale densité coïncident, c'est-à-dire que l'on ait $F(\rho, p, t) = 0$.

Il en résulte: *que ni le potentiel de la pesanteur ni celui des accélérations n'existent pour les petits mouvements au voisinage de la sphère d'une masse fluide hétérogène et incompressible.*

La méthode indiquée s'applique encore très facilement au problème des marées sur un astre parfaitement fluide et encore aux petits mouvements autour d'un état stable d'équilibre relatif, très voisin d'une sphère; on retrouve même simultanément la théorie de Clairaut et celle des petites vibrations.

Séance du 18 juin 1931.

André Amstutz. — *Sur le caractère pétrographique des îles Banks, en Mélanésie.*

On sait que les îles Banks sont de nature essentiellement volcanique et d'âge relativement récent, mais les données pétrographiques énoncées à leur sujet se bornent à quelques lignes de Douglas Mawson, l'explorateur bien connu, qui en 1905 mentionnait l'existence en cet archipel de basaltes porphyriques à pyroxène [1]. Les roches qu'on y renconrte n'ayant pas fait depuis lors l'objet de la moindre étude, il m'a paru intéressant d'en définir ici les caractères essentiels.

La plus importante des îles Banks se nomme Vanua-Lava et se distingue par une configuration montagneuse qui ne semble pas avoir subi de modifications bien importantes depuis

[1] Proc. Linnean Soc. of N. S. Wales, t. 30, p. 400: *Geology of New Hebrides.*