Variation de la densité dans la couche extérieure d'une céphéide

Nous ne constatons aucune action accélérante, même à des doses très faibles, mais au contraire une action toxique très rapide puisqu'elle est nette déjà à une dose voisine du millionième.

Nous n'observons pas de différences entre les sels employés D'autre part les doses de sel de thallium ajoutées sont suffisamment voisines les unes des autres et suffisamment graduées, et leur action est assez régulièrement croissante pour qu'on ne puisse invoquer la loi de Arndt-Schulz.

Dans les conditions de nos expériences [1] le thallium n'intervient pas dans le développement et la sexualité de *Phycomyces* comme un facteur ayant les propriétés du « bios ».

Cependant les observations de Richards, comme les nôtres sur le maltose, attestent la nécessité absolue pour l'expérimentateur qui se livre à une étude analytique précise, de vérifier la pureté de ses produits chimiques même s'ils sont, comme le maltose et l'asparagine, parmi les plus utilisés en microbiologie. Souvent l'analyse chimique n'est pas suffisante; seule une étude comparative physiologique d'échantillons de provenances variées peut nous mettre sur la voie.

G. Tiercy. — *Variation de la densité dans la couche extérieure d'une céphéide.*

Le rapport des flux totaux lancés dans une certaine direction et correspondant respectivement à deux phases de la variation d'une Céphéide, est égal à [2]:

$$X = \frac{T^4_{e,1} \cdot R^2_1}{T^4_{e,2} \cdot R^2_2} ; \tag{1}$$

et comme le rayon R est proportionnel à $\rho_m^{-1/3}$, où ρ_m désigne la densité moyenne de l'étoile tout entière, on a aussi:

$$X = \frac{T^4_{e,1} \cdot (\rho_m^{-1/3})_1}{T^4_{e,2} \cdot (\rho_m^{-1/3})_2} . \tag{2}$$

[1] Celles précisément dans lesquelles le facteur de croissance que nous avons mis en évidence exerce son action.

[2] Voir C.R. 1933, I.

Comme cette expression est fonction des températures effectives T_e, qui concernent la couche renversante, il m'a paru qu'il était désirable d'introduire la densité moyenne ρ_e de la couche superficielle à la place de la densité moyenne ρ_m de l'étoile entière.

Mais on voit immédiatement la difficulté; on ignore la relation entre ρ_m et ρ_e.

Rappelons ici que les Céphéides sont des géantes. En posant

$$\frac{\rho_m}{\rho_e} = \mathrm{N} \ ,$$

on verra facilement que N est un très grand nombre, de l'ordre de grandeur de 10^4 par exemple.

On pourra s'en faire une idée en étudiant le modèle d'étoile géante d'Eddington[2]; c'est une étoile de densité moyenne égale à 0,02 par rapport à l'eau, avec une masse M valant 1,5 fois celle du Soleil, et dont le poids atomique moyen a été pris égal à 2,83 (valeur primitivement admise par l'auteur); le coefficient d'absorption k moyen a été supposé égal à 23 C.G.S., et constant pour toute l'étoile (valeur adoptée par Eddington pour le type moyen des géants).

En prenant le rayon de l'étoile comme unité, on a le tableau suivant pour la répartition des densités et des masses:

r	ρ (par rapport à l'eau)	T (temp. abs.)	log P (atm.)	Proportion de la masse extér. à la sphère de rayon r
0	0,1085	6.590.000°	7.40	100
0,145	0.0678	5.640.000°	7.13	88
0,290	0.0215	3.840.000°	6.47	48
0,435	0.0050_{300}	2.360.000°	5.63	18
0,580	0.0010_{000}	1.380.000°	4.69	5
0,725	0.0001_{490}	730.000°	3.59	0.7
0,870	0.0000_{093}	285.000°	1.98	0.005
1	0	x	X	—

[2] Astrophysical Journal, 1918, p. 213.

On voit aisément que, si l'on considère comme couche extérieure la couche allant de $r = 0{,}95$ à $r = 1$, et dont la densité moyenne vaut environ $\rho = 0{,}0000002$, on trouve $N = 10^4$. Il est entendu que ce n'est là qu'un ordre de grandeur.

Alors, en reprenant le rapport des flux totaux correspondant à deux phases de la variation d'une Céphéide, on écrira:

$$X = \left[\frac{T_e^4}{(N\rho)^{2/3}}\right]_1 : \left[\frac{T_e^4}{(N\rho)^{2/3}}\right]_2 = \frac{T_{e,1}^4 \cdot N_2^{2/3} \cdot \rho_2^{2/3}}{T_{e,2}^4 \cdot N_1^{2/3} \cdot \rho_1^{2/3}} ; \tag{3}$$

et il s'agit maintenant d'étudier la valeur du rapport $\frac{N_2}{N_1}$ en fonction des températures effectives $T_{e,1}$ et $T_{e,2}$ et des pressions P régnant dans la couche renversante aux deux phases considérées.

On a, d'autre part, les relations connues:

$$p + p_r = P ,$$

$$p = \rho \mathcal{R} T , \qquad p_r = \frac{1}{3} a T^4 ,$$

où p est la pression due à la force élastique du gaz, p_r la pression de radiation, et P la pression totale; (a) est la constante déduite de celle de Stephan; elle vaut $(7{,}64).10^{-15}$ C.G.S. On a encore:

$$\left\{\begin{aligned} p_r &= (1-\beta)P ; \\ p &= \beta P ; \\ P &= \frac{\mathcal{R}}{\beta}\rho T = \frac{1}{3}\cdot\frac{a}{1-\beta}\cdot T^4 ; \\ P &= K\rho^{4/3} \quad \text{avec} \quad K = \left[\frac{3\mathcal{R}^4(1-\beta)}{a\beta^4}\right]^{1/3}. \end{aligned}\right. \tag{4}$$

En appliquant ces relations à la couche renversante de l'étoile, celle qui donne T_e, on obtient, pour les deux phases considérées:

$$\frac{T_{e,1}^4}{T_{e,2}^4} = \frac{1-\beta_1}{1-\beta_2}\cdot\frac{P_1}{P_2} ; \qquad \frac{P_1}{P_2} = \frac{\rho_1 \cdot T_{e,1} \cdot \beta_2}{\rho_2 \cdot T_{e,2} \cdot \beta_2} ;$$

$$\frac{\rho_{e,1}}{\rho_{e,2}} = \left(\frac{T_{e,1}}{T_{e,2}}\right)^3 \cdot \frac{(1-\beta_2)\cdot\beta_1}{(1-\beta_1)\cdot\beta_2} = \left(\frac{T_{e,1}}{T_{e,2}}\right)^3 \cdot \frac{\left(\frac{1-\beta_2}{\beta_2}\right)}{\left(\frac{1-\beta_1}{\beta_1}\right)} .$$

De sorte que le rapport des deux flux totaux correspondant respectivement aux deux phases (1) et (2) devient:

$$\frac{\Phi_1}{\Phi_2} = X = \left(\frac{T_{e,1}}{T_{e,2}}\right)^4 \cdot \frac{N_2^{2/3} \cdot \rho_{e,2}^{2/3}}{N_1^{2/3} \cdot \rho_{e,1}^{2/3}} = \left(\frac{T_{e,1}}{T_{e,2}}\right)^2 \cdot \frac{N_2^{2/3}}{N_1^{2/3}} \cdot \frac{\left(\frac{1-\beta_1}{\beta_1}\right)^{2/3}}{\left(\frac{1-\beta_2}{\beta_2}\right)^{2/3}} \,. \tag{5}$$

Rappelons ici que la quantité β, pour un poids atomique moyen donné, ne dépend que de la masse totale M:

Masse	0,6	1	6,5	10
β	0,910	0,893	0,513	0,444
$1 - \beta$	0,090	0,107	0,487	0,556

Maintenant, on sait que β dépend du poids atomique moyen μ de l'étoile par une équation du 4[me] degré:

$$(1 - \beta) - 0{,}0031\,M^2\mu^4\beta^4 = 0 \,.$$

On peut donc concevoir que, pour une Céphéide (M est alors constant), β soit plus fort lors du maximum d'ionisation que lors du minimum d'ionisation.

Si, par exemple, la phase (1) est celle du maximum d'ionisation x, et la phase (2) celle du maximum de lumière, on aura:

$$\beta_1 > \beta_2 \,, \qquad 1 - \beta_1 < 1 - \beta_2 \,,$$
$$\frac{1-\beta_1}{\beta_1} < \frac{1-\beta_2}{\beta_2} \;;$$

et pour ces deux phases-là, on sait[1] qu'on a $X < 1$ et $T_{e,1} > T_{e,2}$; nous verrons plus loin qu'on a $\frac{N_2}{N_1} < 1$.

Mais revenons au cas de deux phases quelconques.

Ecrivons le rapport (5) comme suit:

$$X = \left(\frac{T_{e,1}}{T_{e,2}}\right)^2 \cdot \left[\frac{1-\beta_1}{1-\beta_2} \cdot \frac{\beta_2}{\beta_1}\right]^{2/3} \cdot \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^{2/3} . \tag{6}$$

[1] Voir les notes précédentes sur les Céphéides, C.R. 1933, I.

Les égalités (4) donnent:

$$\frac{1-\beta_1}{1-\beta_2} = \left(\frac{T_{e,1}}{T_{e,2}}\right)^4 \cdot \frac{P_2}{P_1} \; ; \qquad (7)$$

puis:

$$p_r = (1-\beta)P = \frac{1}{3}aT^4 \; ,$$

$$\beta = \frac{P - \frac{1}{3}aT^4}{P} \; ,$$

$$\frac{\beta_2}{\beta_1} = \frac{P_2 - \frac{1}{3}aT^4_{e,2}}{P_1 - \frac{1}{3}aT^4_{e,1}} \cdot \frac{P_1}{P_2} \; ; \qquad (8)$$

d'où, par (7) et (8), le produit:

$$\frac{1-\beta_1}{1-\beta_2} \cdot \frac{\beta_2}{\beta_1} = \left(\frac{T_{e,1}}{T_{e,2}}\right)^4 \cdot \frac{P_2 - \frac{1}{3}aT^4_{e,2}}{P_1 - \frac{1}{3}aT^4_{e,1}} \; .$$

Si l'on prend encore, pour phases (1) et (2), respectivement celles d'ionisation maxima et du maximum de lumière (on a vu qu'alors le rapport (7) est inférieur à l'unité), il est facile de vérifier que le produit ci-dessus est plus petit que le rapport (7); car on a:

$$\frac{1}{3}aT^4_{e,1} < \frac{1}{3}aT^4_{e,2} \cdot \frac{P_1}{P_2} \; .$$

Revenons de nouveau au cas général de deux phases quelconques. Le rapport (6) des deux flux totaux s'écrit:

$$X = \left(\frac{T_{e,1}}{T_{e,2}}\right)^{14/3} \cdot \left(\frac{P_2 - \frac{1}{3}aT^4_{e,2}}{P_1 - \frac{1}{3}aT^4_{e,1}}\right)^{2/3} \cdot \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^{2/3} \; ; \qquad (9)$$

et rappelons ici qu'en mettant en jeu l'expression donnée par Eddington pour le coefficient moyen d'absorption, ce même rapport peut s'écrire [1]:

$$X = \frac{T^{4/5}_{e,1}}{T^{4/5}_{e,2}} \cdot \frac{1-\beta_1}{1-\beta_2} = \left(\frac{T_{e,1}}{T_{e,2}}\right)^{24/5} \cdot \frac{P_2}{P_1} \; . \qquad (9\,bis)$$

[1] C.R. 1933, I, 1re note.

Connaissant X par la courbe de lumière, l'expression (9) permettra le calcul numérique de $\frac{N_2}{N_1}$; en effet, les températures T_e sont connues pour toute la variation d'une Céphéide, grâce à la connaissance de la courbe des vitesses radiales; il en est de même des rapports $\frac{P}{P_2}$; et comme on peut avoir une idée de l'ordre de grandeur [1] de P_2, on en tire les valeurs de toutes les pressions P. On peut aussi, partant de P_2, calculer de proche en proche toutes les P au moyen des deux relations suivantes:

$$\left\{\begin{aligned} g_{\text{surface}} &= \frac{f}{R^2}\int_0^R 4\pi r^2 \rho\, dr = \frac{4}{3}\pi R \rho_m f = \frac{fM}{R^2} \;; \\ \frac{dP}{dR} &= -\, K g \rho \;, \end{aligned}\right.$$

où K est un coefficient convenablement choisi, et où les variations de R sont données par la courbe des vitesses radiales.

Bref, connaissant X, les T_e et les P, l'expression (9) permet de calculer $\frac{N_2}{N_1}$.

Mais on peut aussi égaler les valeurs X données par (9) et (9 *bis*); et l'on trouve:

$$\frac{N_2}{N_1} = \left(\frac{T_{e,1}}{T_{e,2}}\right)^{1/5} \cdot \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{3/2} \cdot \left(\frac{P_1 - \frac{1}{3} a T_{e,1}^4}{P_2 - \frac{1}{3} a T_{e,2}^4}\right) . \qquad (10)$$

Il suffira alors de connaître numériquement l'un des N pour en déduire tous les autres; c'est-à-dire qu'on connaîtra la variation de la densité ρ_e de la couche renversante.

Ainsi, le rôle de la courbe des vitesses radiales et celui du coefficient k d'absorption permettent, non seulement de rendre compte du fait essentiel que les phases des extrema d'ionisation (spectres extrêmes) semblent précéder quelque peu les phases correspondantes des extrema lumineux [2], mais encore de voir

[1] On a: $(p_r)_2 = \frac{a}{3} T_{e,2}^4$ où $T_{e,2}$ est connue; puis $P_2 = \frac{(p_r)_2}{1 - \beta_2}$.

[2] C.R. 1933, I; deux notes citées.

clairement que la densité ρ_e de la couche extérieure ne reste pas proportionnelle à la densité moyenne ρ_m de l'étoile entière pendant la variation de celle-ci.

Remarque. Comme, dans la couche renversante, la valeur de $p_r = (1 - \beta)\mathrm{P} = \frac{1}{3} a \mathrm{T}_e^4$ est très petite, on pourra simplifier un peu l'expression (10) et calculer avec:

$$\frac{\mathrm{N}_2}{\mathrm{N}_1} \sim \left(\frac{\mathrm{T}_{e,1}}{\mathrm{T}_{e,2}}\right)^{1/5} \cdot \left(\frac{\mathrm{P}_2}{\mathrm{P}_1}\right)^{3/2} \cdot \frac{\mathrm{P}_1}{\mathrm{P}_2} = \left(\frac{\mathrm{T}_{e,1}}{\mathrm{T}_{e,2}}\right)^{1/5} \cdot \left(\frac{\mathrm{P}_2}{\mathrm{P}_1}\right)^{1/2} ; \qquad (11)$$

et l'on voit bien vite que, dans le cas où l'indice (1) désigne la phase d'ionisation maxima et l'indice (2) celle du maximum de lumière, on a $\frac{\mathrm{N}_2}{\mathrm{N}_1} < 1$, comme il a été annoncé plus haut.

Vérification de cette remarque pour huit Céphéides: Les premières colonnes du tableau donnent les renseignements numériques préalablement établis; on sait d'ailleurs que la phase moyenne d'ionisation maxima est presque confondue avec celle du minimum de l'index I de couleur.

Etoile	$\mathrm{T}_{e,1}$	$\mathrm{T}_{e,2}$	$\log \frac{\mathrm{P}_1}{\mathrm{P}_2}$	$\frac{\mathrm{N}_2}{\mathrm{N}_1}$
η Aquilae	7725	7684	0,03644	0,961
T Vulpeculae . .	7956	7885	0,06680	0,928
X Sagittarii . . .	7050	7000	0,01072	0,989
S Sagittae. . . .	6630	6600	0,01917	0,979
W Sagittarii . . .	7759	7650	0,01641	0,984
Y Sagittarii . . .	7310	7285	0,01700	0,981
SU Cygni	7930	7920	0,00640	0,993
SU Cassiopeae . .	7650	7603	0,01704	0,982

La dernière colonne donne les valeurs de $\frac{\mathrm{N}_2}{\mathrm{N}_1}$ tirées de la formule (11) pour les deux phases en question.

Observatoire de Genève.