

# Sur la distribution des températures à l'intérieur d'une étoile

Autor(en): **Tiercy, G.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Archives des sciences physiques et naturelles**

Band (Jahr): **16 (1934)**

PDF erstellt am: **21.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-741498>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

**G. Tiercy.** — *Sur la distribution des températures à l'intérieur d'une étoile.*

1. — Il s'agit dans cette note de préciser le *raccord* que l'on peut établir entre la solution par équilibre polytropique ( $n = 3$ ) valable dans la partie centrale de l'étoile et la solution approximative tirée de la théorie de l'équilibre radiatif en ce qui concerne la partie périphérique.

La solution polytropique ( $n = 3$ ) de Bialobrzewski, 1913, et d'Eddington, 1915, n'est applicable avec sécurité qu'à l'intérieur d'une sphère de rayon  $r'$  égal aux  $\frac{3}{4}$  du rayon  $r_0$  de l'étoile, comme l'a montré Eddington. Si l'on utilise les variables de la théorie d'Emden pour les sphères gazeuses, le rayon  $r$  d'une sphère sera mesuré par la variable  $\xi$ , qui va de  $\xi = 0$  pour  $r = 0$ , à  $\xi_0 = 6,9$  pour  $r = r_0$ ; le rayon  $r'$  à l'intérieur duquel on peut appliquer la solution polytropique correspond à  $\xi = 5$ ; cette sphère  $r'$  contient les 99,13% de la masse totale de l'étoile; à la valeur  $\xi = 5$ , la solution d'Eddington attache une température  $T'$ .

Pour la portion périphérique de l'étoile, allant de  $\xi = 5$  à  $\xi_0$ , on choisit une loi convenable respectant la continuité de la pression et de la température sur la sphère de séparation  $r'$ .

Dans la présente note, j'ai admis comme rayon de la surface limite de la photosphère le rayon pour lequel, dans la solution polytropique poussée plus loin que  $\xi = 5$ , la température atteint la valeur  $T_0$  de la température de surface; cela se produit pour la valeur  $\xi = 6,888$  de la variable  $\xi$ ; comme on voit, c'est à très peu près  $\xi_0$ , et le rayon correspondant est pratiquement égal à  $r_0$ . Rappelons que  $T_0$  est inférieure à la température effective  $T_e$  donnée par l'analyse spectrale; comme nous le verrons encore, plus loin, on a:

$$T_0^4 = \frac{7}{16} T_e^4.$$

Quant à la température  $T'$ , elle est de l'ordre de grandeur de  $10^6$  degrés.

Que se passe-t-il entre la sphère de rayon  $r'$  et la couche renversante, dont on sait que la température effective  $T_e$  est de l'ordre de  $10^4$  degrés ? En d'autres termes, quelle sera la distribution de température (et partant, celle de P) dans cette partie périphérique extérieure à  $\xi = 5$  ?

On peut répondre à cette question, au moins approximativement, en se basant sur la théorie de l'équilibre radiatif, dont les équations ont reçu diverses solutions approchées, notamment celles de Schwarzschild, Milne, Lindblad, Jeans et Eddington.

2. — Appelant I l'intensité de la radiation en un point donné, et F le flux net à travers une surface unité, on a :

$$\left\{ \begin{array}{l} F = \pi \bar{\mathcal{F}} = \int I \cos \theta d\omega , \\ I = \int_0^{\infty} I_\nu d\nu , \end{array} \right. \quad (1)$$

où  $\bar{\mathcal{F}}$  est l'intensité moyenne équivalente,  $d\omega$  l'angle solide élémentaire, et  $\theta$  l'angle que fait la direction de I avec la normale à la surface.

Si  $k$  désigne le coefficient d'absorption, on a pour l'absorption totale par gramme de matière et par seconde :

$$k \int I d\omega ,$$

l'intégrale étant étendue à l'angle solide tout entier. Nous ne considérerons ici que le cas où  $k$  est indépendant de la fréquence  $\nu$ . On sait qu'alors l'opacité totale  $\tau$  est exprimée par :

$$\left\{ \begin{array}{l} d\tau = k \rho dr , \\ \tau = \int_r^{r_0} \rho k dr ; \end{array} \right. \quad (2)$$

cette définition est essentielle; il convient de préciser, à son sujet, que j'ai compté  $d\tau$  de même signe que  $dr$ , c'est-à-dire positivement en direction centrifuge.

Enfin, nous désignerons par  $B_\nu(T)$ , comme d'habitude, la fonction de  $\nu$  et de  $T$  qui représente l'intensité de la radiation noire de fréquence  $\nu$  et de température  $T$ ; on a:

$$\left\{ \begin{array}{l} B(T) = \int_0^\infty B_\nu(T) d\nu ; \\ B(T) = \frac{\sigma}{\pi} T^4 ; \quad (\sigma = (5,7) \cdot 10^{-5}) . \end{array} \right. \quad (3)$$

Les équations à satisfaire sont alors les suivantes:

a) l'équation de transfert d'énergie:

$$\frac{dI}{ds} = -k\rho(I - B) ; \quad (dr = ds \cos \theta) ; \quad (4)$$

b) l'expression donnant la densité d'énergie:

$$u = \frac{1}{c} \int I d\omega ; \quad (5)$$

c) l'équation de l'équilibre radiatif:

$$k \int (B - I) d\omega = 4\pi\varepsilon , \quad (6)$$

où  $\varepsilon = 0$  lorsqu'il s'agit des couches de surface;

d) l'expression donnant la valeur du flux net:

$$F = \int I \cos \theta d\omega .$$

On choisit  $\tau$  comme variable indépendante; et l'équation de transfert devient:

$$\cos \theta \cdot \frac{dI}{d\tau} = B - I ; \quad (7)$$

$B(\tau)$  s'exprime alors en fonction de  $\tau$ . Et on voit bien que la connaissance de  $B(\tau)$  donne la clé du problème; car alors, l'équation de transfert donne  $I(\theta, \tau)$ ; puis on trouve les valeurs de  $u(\tau)$ , de  $\frac{\varepsilon}{k}$  en fonction de  $\tau$ , et de  $F(\tau)$ .

Si l'on suppose  $B(\tau)$  développable suivant les puissances de  $\tau$ , on montre que, soit pour l'intérieur du corps, soit pour les couches voisines de la surface, on peut réduire ce développement à deux termes:

$$B(\tau) = a_1 + a_2\tau, \quad (8)$$

sous la réserve toutefois d'une remarque que nous ferons à la fin de cette note.

Il faut alors déterminer les valeurs des constantes  $a_1$  et  $a_2$  de telle sorte que la solution obtenue se raccorde avec celle relative à l'intérieur, et que le flux net de surface ait la valeur voulue  $F = \sigma T_e^4$ .

3. — La solution de première approximation de Milne est la suivante:

$$\left\{ \begin{array}{l} B(\tau) = \frac{1}{2} \mathcal{F} \cdot \left(1 - \frac{3}{2} \tau\right); \\ I(\tau, \theta) = \frac{1}{2} \mathcal{F} - \frac{3}{4} \mathcal{F} \cdot (\tau - \cos \theta); \\ F = -\frac{4\pi}{3} B'(\tau) = \pi \mathcal{F}; \\ T^4 = \frac{1}{2} T_e^4 \left(1 - \frac{3}{2} \tau\right); \end{array} \right. \quad (9)$$

répétons que nous comptons ici  $\tau$  positive en direction centrifuge; et il faut adjoindre à ces égalités la relation fondamentale:

$$\tau = \int_r^{r_0} k \rho dr;$$

quant à l'expression donnant le coefficient  $k$ , on sait qu'elle est:

$$k = \frac{k_1}{\mu} \cdot \frac{\rho}{T^{7/2}}; \quad (10)$$

où  $\frac{k_1}{\mu} = (11,82) \cdot 10^{26}$ ; j'ai calculé la valeur de  $\frac{k_1}{\mu}$  en utilisant les données numériques connues de l'étoile Capella:

$$\begin{aligned} T_e &= 5200^\circ; & T_0 &= 4368^\circ; & r_0 &= (8,6) \cdot 10^{11} \text{ cm} \\ & & T_c &= (1,01) \cdot 10^7. \end{aligned}$$

On verra par le tableau numérique du n° 4, que cette solution (9) est en complet désaccord avec la distribution polytropicque entre  $\xi = 5$  et  $\xi_0$ , comme il fallait s'y attendre.

Je propose une autre approximation, exprimée par:

$$\left\{ \begin{array}{l} B(\tau) = \frac{7}{16} \mathcal{F} \cdot \left(1 - \frac{27}{14} \tau\right) ; \\ I(\tau, \theta) = \frac{7}{16} \mathcal{F} - \frac{27}{32} \mathcal{F} \cdot (\tau - \cos \theta) ; \\ T^4 = \frac{7}{16} T_e^4 \left(1 - \frac{27}{14} \tau\right), \end{array} \right. \quad (11)$$

avec les mêmes formules que plus haut pour  $\tau$  et  $k$ . Cette nouvelle solution est une seconde approximation; comme pour (9), on a pris soin qu'elle fournisse une valeur correcte pour le flux net de surface. Le tableau du n° 4 montre que cette solution, comme il est normal, n'est pas davantage que la première en accord avec la distribution polytropicque entre  $\xi = 5$  et  $\xi_0$ .

4. — Le tableau suivant a été calculé en portant dans l'expression de  $k$ , dont on a besoin pour le calcul de  $\tau$ , la *distribution provisoire* des températures obtenue en appliquant la solution polytropicque dans la couche périphérique en question. Si cette distribution provisoire était convenable, les solutions (9) et (11) donneraient des distributions de  $T$  qui ne s'en écarteraient que fort peu. Comme on le constate, ce n'est pas le cas; on s'est servi de l'étoile Capella pour exemple numérique:

$\xi$	Distribution provisoire T	Par 1 <sup>re</sup> solution Milne	Par solution Tiercy
5	1.119.000	1.076.000	1.109.000
5,50	750.000	779.800	823.700
6	441.500	530.600	546.500
6,50	180.200	262.000	269.900
6,80	41.800	74.500	76.700
6.876	10.100	19.700	20.300
6,888	4.368	4.368	4.229

La conclusion à tirer de cette constatation est celle-ci: pour que le résultat final tiré de la solution adoptée, (9) ou (11), soit satisfaisant, il faut modifier la distribution provisoire, dont le but est de permettre le calcul numérique de  $\tau$ .

5. — Modification de la distribution provisoire; et calcul par la solution (11).

Si l'on désigne, comme habituellement, la distribution de la solution polytropicque pour la température par:

$$\mathfrak{T} = T_c \cdot \psi ,$$

où  $T_c$  est la température centrale et  $\psi$  la fonction d'Emden, la nouvelle distribution provisoire est donnée par:

$$T = f \cdot T_c \psi , \quad (12)$$

où  $f$  est un facteur  $\geq 1$  et fonction de  $\xi$ .

Voici les résultats obtenus:

$\xi$	Nouvelle distribution provisoire	$f$	Par solution Tiercy
5	1.119.000	1,000	1.074.000
5,50	760.000	1,013	760.000
6	485.000	1,098	483.000
6,50	225.000	1,248	224.500
6,80	57.600	1,377	57.900
6,876	15.200	1,505	15.300
6,886	9.700	1,852	9.680
6,888	$T_0 = 4.230$	1,000	4.230

Numériquement, il y a accord complet entre la solution « radiative » et la nouvelle distribution provisoire; cette distribution est donc bonne, puisque les valeurs qu'on en tire pour  $\tau$ , portées dans les formules (11), restituent les températures voulues.

6. — *Variation du facteur f.* — On remarque immédiatement que, lorsqu'on s'éloigne du centre et qu'on traverse la dernière couche périphérique, la température présente une chute plus

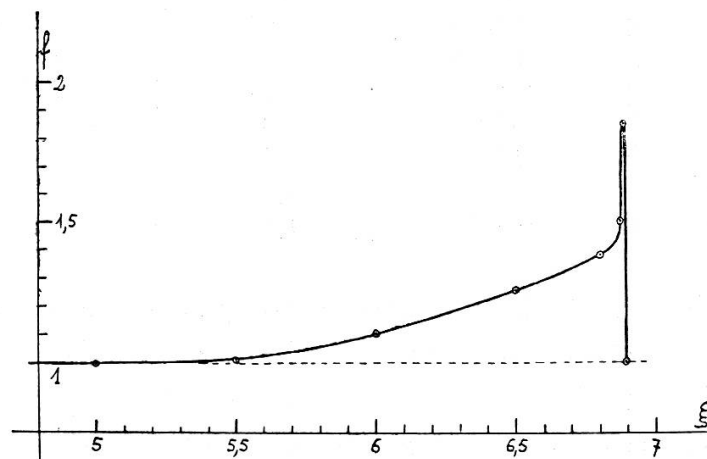
rapide que dans la solution polytropique. On a donc eu raison d'arrêter l'application de cette dernière à  $\xi = 5$ .

Remarquons d'ailleurs qu'on peut construire d'autres solutions pour la couche périphérique à partir de  $\xi = 5$ , en modifiant aussi la répartition des densités; il faudra toujours respecter l'obligation d'assurer le raccord avec la solution polytropique sur la sphère de rayon  $r'$ . Nous nous bornerons à la solution indiquée au n° 5; elle se raccorde d'une manière satisfaisante avec la  $T'$  de la distribution intérieure.

La variation du coefficient  $f$  montre bien que la couche *extérieure* se comporte de façon particulière; ce coefficient monte progressivement de 1 à 1,852 lorsque  $\xi$  passe de 5 à 6,886; puis il retombe brusquement à 1 pour  $\xi = 6,888$ .

On peut d'ailleurs penser que la valeur de  $f$  tend asymptotiquement vers 1 lorsqu'on pénètre dans l'étoile; de sorte que, pour  $\xi = 5$ , ce coefficient serait encore légèrement plus grand que 1.

La courbe de variation de  $f(\xi)$  est donnée par la figure ci-jointe, du moins dans le cas de Capella; il sera facile de recommencer ce calcul pour chaque étoile; mais on abrègera le travail en admettant que la fonction  $f(\xi)$  numériquement étudiée dans cette note s'applique à toute étoile.



Il y a donc chute rapide de température entre  $\xi = 6,886$  et  $\xi = 6,888$ ; la température, après s'être maintenue au-dessus de la simple distribution polytropique, rejoint brusquement celle-ci pour  $\xi = 6,888$  ( $T_0 = 4230^\circ$ ).



On constate d'ailleurs que le gradient de température, après s'être maintenu à peu près constant de  $\xi = 5$  à  $\xi = 6,886$  (avec un régime de  $500^\circ$  à  $550^\circ$  par 0,001 d'unité de  $\xi$ ), passe brusquement à une valeur *moyenne* de  $2500^\circ$  par 0,001 d'unité de  $\xi$  entre  $\xi = 6,886$  et  $\xi = 6,888$ . Comme il s'agit là d'une *moyenne* pour la couche extrême, épaisse de 0,002 d'unité de  $\xi$  seulement, on peut concevoir que le gradient prend une valeur beaucoup plus grande dans la dernière pellicule infiniment mince.

Cela revient à dire que, à travers cette dernière pellicule, la fonction  $B(\tau)$  ne saurait avoir la forme linéaire utilisée (8), valable d'ailleurs jusqu'à  $\xi = 6,886$  en tous cas; en effet,  $B'(\tau)$  doit prendre une valeur de plus en plus grande, à mesure qu'on approche de la surface limite.

$B(\tau)$  semble donc présenter une singularité pour  $\tau = 0$ , puisque cette fonction prend une valeur finie pour  $\tau = 0$ , tandis que  $B'(\tau)$  augmente indéfiniment.

On peut conclure en disant que, si l'on veut donner une distribution de  $T$  valable du centre à la surface de l'étoile, il faut multiplier la fonction  $\psi(\xi)$  de la solution polytropicque par un facteur  $f(\xi)$ , qui tende vers 1 pour  $\xi$  entre 5 et 0, et qui donne la courbe précédente pour  $\xi$  compris entre 5 et 6,888.

**G. Tiercy et A. Grosrey.** — *Sur la largeur des spectres photographiques pour les étoiles de type spectral  $K_0$ .*

Nous avons fait, pour le type spectral  $K_0$ , une recherche analogue à celles que nous avons effectuées précédemment<sup>1</sup> pour les types  $B_5$ ,  $A_0$  et  $A_5$ .

On a choisi huit étoiles  $K_0$ , dont les magnitudes visuelles apparentes vont de  $1^m,21$  à  $6^m,08$ ; pour chaque étoile, on a fait plusieurs poses, de durées respectives différentes; les durées utiles sont de  $2\frac{1}{2}$  min., 5 min., 10 min., 20 min., 40 min. et 80 min. Au total, on a effectué une soixantaine de poses.

<sup>1</sup> C. R. Soc. de Physique, 1933, I et II; les mêmes dans Publ. Obs. Genève, fasc. 21-22 et 23-24.