Généralisation de la formule de Russel pour le calcul de l'index de couleur d'une étoile

TABLEAU IV.

Courbe	m_i	λ_i	Pour une pose de :					
			150s	300s	600s	1200s	2400s	4800s
C_1	3.18	λ_1	0.091	0.139	0.176	0.219	0.293	0.390
C_2	3.68	λ_2	0.078	0.124	0.161	0.214	0.285	0.381
C_3	4.20	λ_3	0.084	0.123	0.162	0.211	0.285	0.376
C_4	4.52	λ_4	0.078	0.110	0.164	0.215	0.273	0.372
C_5	4.73	λ_5	0.068	0.114	0.152	0.203	0.267	0.366
C_6	5.22	λ_6	0.056	0.092	0.126	0.172	0.241	0.339
C_7	5.66	λ_7	0.060	0.088	0.118	0.155	0.212	0.294
C_8	6.09	λ_8	0.056	0.090	0.117	0.151	0.206	0.280
C_9	6.59	λ_9	0.066	0.089	0.121	0.161	0.217	0.295
C_M	Cas moyen (4.0)	λ_M	0.071	0.107	0.144	0.189	0.253	0.344

La courbe moyenne λ_M correspondrait à une étoile de magnitude 4.0 environ.

On trouve une assez bonne représentation avec:

$$\lambda_M = 0.020 [\log x]^2 .$$

En procédant comme il est dit dans la note précédente (type F_0), on obtient six groupes de neuf points chacun. Chaque groupe de neuf points fixe approximativement une droite; les six droites ont le même coefficient angulaire, égal à — 0.020.

Comme la valeur calculée de λ_M pour $x = 300$ est 0.124 (ce qui correspond à une étoile de magnitude 4.0 environ, d'après le graphique), on a finalement:

$$\lambda_{300} = 0.124 - 0.020 (m - 4.0) ;$$

$$\lambda = 0.020 [\log x]^2 - 0.020 (m - 4.0) .$$

P. Rossier. — *Généralisation de la formule de Russel pour le calcul de l'index de couleur d'une étoile.*

On calcule facilement cet index en faisant sur l'œil et la plaque photographique l'hypothèse que la sensibilité est concentrée sur une longueur unique, λ_v pour l'œil et λ_p pour la plaque. On obtient ainsi la formule de Russel

$$I = A + \frac{1,56}{T}\left(\frac{1}{\lambda_p} - \frac{1}{\lambda_v}\right)$$

où les λ sont exprimés en cm. T est la température effective de l'étoile [1].

L'hypothèse de la sensibilité concentrée est trop rigide; elle ne permet pas d'expliquer entièrement les valeurs numériques de l'index I, quelles que soient les valeurs choisies pour λ_v et λ_p; elle conduit aux conclusions absurdes suivantes: la longueur d'onde effective et la couleur des étoiles sont constantes; son application au calcul de l'index absolu ne conduit à aucun résultat satisfaisant.

Pour assouplir le problème, on peut faire l'hypothèse suivante sur la sensibilité des récepteurs

$$\sigma(\lambda) = \left(\frac{\lambda_s}{\lambda} e^{1-\frac{\lambda_s}{\lambda}}\right)^n$$

où λ_s est la longueur d'onde du maximum de sensibilité et n mesure l'acuité de ce maximum. Cette hypothèse, suggérée par l'étude directe de la sensibilité de l'œil, évite les difficultés signalées ci-dessus. L'index de couleur est alors [2], en admettant comme précédemment la validité de l'équation spectrale de Wien

$$I = A + 2,5 \log \left(n'\lambda' + \frac{b}{T}\right)^{n'+4} \left(n''\lambda'' + \frac{b}{T}\right)^{-n''-4} .$$

A est une constante d'étalonnage et b la constante 1,432 cm-degré.

Le calcul numérique donne pour n' et n'' des valeurs voisines;

[1] RUSSEL, DUGAN, STEWART, Astronomy, II, p. 733.
G. TIERCY, *Le calcul de l'index de couleur.* Archives (5), 10; Publ. Obs Gen., fasc. 6, 1928.

[2] P. ROSSIER, *Le problème de l'index de couleur en astronomie.* Archives (5), 12; Publ. Obs. Gen., fasc. 11, 1930.

on peut donc poser $n' = n''$. Il vient alors

$$I = A + 2{,}5\,(n + 4)\log\left(\frac{n\lambda'T + b}{n\lambda''T + b}\right).$$

Nous allons montrer que cette formule, dite à simple exposant, contient celle de Russel comme cas particulier. Introduisons les logarithmes naturels. Cela revient à remplacer le facteur 2,5 par 1,08574. Faisons enfin croître n indéfiniment. Chaque facteur devient une exponentielle:

$$\lim_{n=\infty}\left(1 + \frac{b}{n\lambda T}\right)^{n+4} = \lim\left(1 + \frac{b}{n\lambda T}\right)^{4}\lim\left(1 + \frac{b}{\lambda T}\cdot\frac{1}{n}\right)^{n} = 1\cdot e^{\frac{b}{\lambda T}},$$

et la formule à simple exposant prend la forme

$$I = A + 1{,}08574\,\frac{b}{T}\left(\frac{1}{\lambda'} - \frac{1}{\lambda''}\right) = A + \frac{1{,}56}{T}\left(\frac{1}{\lambda'} - \frac{1}{\lambda''}\right),$$

identique à celle de Russel.

La formule de Russel est le cas particulier de celle à simple exposant où l'acuité du maximum de sensibilité des récepteurs devient infinie.

Observatoire de Genève.

P. Rossier. — *Relation entre la longueur d'onde effective et l'index de couleur absolu d'une étoile.*

On entend par longueur d'onde effective apparente d'une étoile la longueur d'onde du maximum d'énergie apparente dans un spectrogramme étudié au moyen du récepteur considéré. L'index de couleur absolu est la différence entre les magnitudes d'une étoile mesurées avec un récepteur sélectif, d'une part, et avec un récepteur bolométrique d'autre part.

Dans l'hypothèse que la sensibilité du récepteur est représentée par une fonction de la forme

$$\sigma(\lambda) = \left(\frac{\lambda_s}{\lambda}e^{1-\frac{\lambda_s}{\lambda}}\right)^{n},$$