

**Zeitschrift:** Archives des sciences physiques et naturelles  
**Band:** 17 (1935)

**Artikel:** Remarque à propos de temps multiples dans la théorie d'interaction des charges entre elles  
**Autor:** Stueckelberg, E.C.G.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-741596>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 04.10.2024

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

réactif à ajouter pour l'essai définitif sera:  $0,93 \text{ cm}^3 + 0,3 \text{ cm}^3 = 1,23 \text{ cm}^3$ .

*Nettoyage des filtres.*

Pour nettoyer les filtres, on dissout le précipité avec l'acide chlorhydrique, on lave avec l'eau et l'alcool, et on sèche comme pour l'analyse.

Les dosages pour l'établissement de cette méthode ont été faits avec une solution de sulfate de zinc ( $\text{Zn SO}_4, 7\text{H}_2\text{O}$ ) puriss. de Merck, dont le titre a été établi par la méthode classique au pyrophosphate de zinc <sup>1</sup>.

Titre de la solution:  $2,018 \text{ mgr-cm}^3$ .

*Laboratoire d'analyse microchimique de l'Université  
de Genève.*

**Séance du 6 juin 1935.**

**E. C. G. Stueckelberg.** — *Remarque à propos des temps multiples dans la théorie d'interaction des charges entre elles.*

La formulation de la théorie des quanta d'après Dirac, Fock et Podolsky<sup>2</sup>, introduit des temps propres à chaque particule. Pour deux particules, de coordonnées  $x_1, x_2, x_3, x_4 = ict$  et  $X_1, X_2, X_3, X_4 = icT$ , on doit résoudre les équations

$$\left\{ \frac{1}{i} \left( \gamma, \frac{\partial}{\partial x} \right) + \frac{\mu c}{h} - \frac{ze}{hc} (\gamma, a(x)) \right\} \psi = 0, \quad (1)$$

$$\left\{ \frac{1}{i} \left( \Gamma, \frac{\partial}{\partial X} \right) + \frac{\mu c}{h} - \frac{Ze}{hc} (\Gamma, a(X)) \right\} \psi = 0, \quad (2)$$

( $a, b$ ) signifie un produit scalaire dans l'espace de Minkowski;  $\gamma$  et  $\Gamma$  représentent les opérateurs de Dirac et  $a(x)$  les opérateurs correspondant au potentiel <sup>3</sup>.

<sup>1</sup> TREADWELL, F. P., *Analyse quantitative*, 4<sup>me</sup> édit. franç., 1925, p. 134.

<sup>2</sup> P. A. M. DIRAC, V. A. FOCK and B. PODOLSKY, *Sov. Phys.*, Bd. 2, p. 468, 1932.

<sup>3</sup> E. C. G. STUECKELBERG, *Ann. d. Phys.* Bd. 21, p. 367, 1934.

Si l'on exprime  $\psi$  et  $a$  par des intégrales

$$\left. \begin{aligned} \psi &= \int dL^4 dL'^4 e^{i(l, x) + i(L, X)} A(l, L) \\ \text{et} \quad a(x) &= \int dk^4 e^{i(k, x)} a(k), \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

on peut développer  $\psi = \psi^0 + \psi^1 + \dots$  où  $\psi^n$  est proportionnel à la  $n^{\text{ième}}$  puissance de la charge  $e$ . Les coefficients  $A$  sont alors des séries  $A^0 + A^1 + \dots$ . En substituant (2) et (3) dans (1) et en demandant que  $\psi^0$  satisfasse (1) pour  $e = 0$ , on trouve

$$A^1(l, L) = + \frac{zeK(l)}{hcR(l)} \sum_{\alpha} \int dk^4 a_{\alpha}(k) (\sigma^{\alpha}, \gamma) A^0(l - k, L) \quad (4)$$

avec

$$K(l) = -(\gamma, l) + \frac{\mu c}{h}; \quad R(l) = (l, l) + \left(\frac{\mu c}{h}\right)^2,$$

plus un terme  $A''^1$  obtenu en remplaçant  $z, \gamma$  et  $l$  par  $Z, \Gamma$  et  $L$  dans (4). On a posé  $a = \sum a_{\alpha} \sigma^{\alpha}$ ,  $\sigma^{\alpha}$  étant quatre vecteurs orthogonaux.

C'est la deuxième approximation qui contient l'interaction entre les deux charges. En négligeant les termes proportionnels à  $z^2$  et à  $Z^2$  qui correspondent à la « self-energy », on trouve

$$A^2(l, L) = \frac{zZe^2 K(l) K(L)}{h^2 c^2 R(l) R(L)} \int dk^4 dm^4 \{ a_{\alpha}(k) a_{\beta}(m) + a_{\beta}(m) a_{\alpha}(k) \} \\ (\sigma^{\alpha}, \gamma) (\sigma^{\beta}, \Gamma) A^0(l - k, L - m). \quad (5)$$

Nous ne considérons que la partie de  $\psi^2$  qui fournit la même distribution de quanta que  $\psi^0$ . Il s'agit donc de trouver l'élément diagonal de la matrice

$$a_{\mu}(k) a_{\nu}(m) + a_{\nu}(m) a_{\mu}(k)$$

par rapport à la distribution des quanta pour la distribution initiale. En vertu des règles de commutation de Dirac, Fock et Podolsky cet élément doit être proportionnel à  $\delta(k + m)$ , où  $\delta(k) = 0$  pour  $k \neq 0$  et  $\int \delta(k) dk^4 = 1$ . Posons-le égal à

$$- \frac{hc}{4\pi^3} \frac{1}{(k, k)} \delta(k + m) \cdot (\sigma^{\alpha}, \sigma^{\nu}) \quad (6)$$

Si nous donnons à  $A^0$  la forme

$$A^0(l, L) = \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{1}{(\bar{l}_4 - l_4)(\bar{L}_4 - L_4)} \delta(\vec{l} - \vec{l}^0) \delta(\vec{L} - \vec{L}^0) u^0$$

où  $u^0$  est un spineur normé,  $\vec{l}$  est formé au moyen des composantes spatiales, et où

$$\frac{1}{i} \bar{l}_4 = \pm \sqrt{\frac{u^2 c^2}{h^2} + |\vec{l}|},$$

$\psi^0$  est un paquet d'ondes d'impulsions déterminées  $\vec{l}$  et  $\vec{L}$  qui n'existent que pour des temps  $t$  et  $T > 0$ . (On le voit en intégrant sur  $dl_4$  si l'on déforme le chemin d'intégration dans la direction imaginaire positive du plan complexe de  $\frac{l_4}{i}$ ).

Le spineur  $\varphi^2(l)$ , amplitude de l'onde  $e^{i(\vec{l}, \vec{x}) + i\bar{l}_4 x_4}$ , est défini par

$$\varphi^2(l) = \int dl_4 dL_4 e^{i(l_4 - \bar{l}_4)X_4 + i(L_4 - \bar{L}_4)X_4} A^2(l, L).$$

On tire de (5) et (6)

$$\varphi^2(l) = -\frac{e^2}{hc} \frac{K(l)K(L)}{4\pi^3 l_4 L_4} \sum_{\alpha} \int dk_4 \frac{(\sigma^{\alpha}, \sigma^{\alpha})}{(k, k)}$$

$$\frac{1 - e^{-is_4 X_4}}{2s_4} \frac{1 - e^{-iS_4 X_4}}{2S_4} (\sigma^{\alpha}, \gamma) (\sigma^{\alpha}, \Gamma) \delta(\vec{l} - \vec{l}^0) \delta(\vec{L} - \vec{L}^0) u^0. \quad (7)$$

$$\left( \text{où } s_4 \cong l_4^0 + k_4 - l_4; \quad S_4 \cong L_4^0 - k_4 - L_4 \right).$$

Lors de l'intégration de (7) sur  $dk_4$ ,  $\varphi^2$  ne dépend que du temps  $\tau$  le plus court des deux temps  $t$  et  $T$ . Si on développe  $\varphi^2 = \sum u_s^2 e^{i(\vec{l}, \vec{x}) + i(\bar{L}, X)} b(s, \vec{l}, \vec{L})$  en termes des fonctions propres des particules libres (à sommer sur les spins  $s$  et les états  $\vec{l}, \vec{L}$ ) on trouve la formule de Möller <sup>1</sup>):

$$b(s, \vec{l}, \vec{L}) = -zL 2e^2 (2\pi h)^4 \delta(\vec{p} + \vec{P} - \vec{p}^0 - \vec{P}^0)$$

$$\frac{e^{2\pi i \nu \tau} - 1}{2\pi \nu} \frac{u_s^2 (1 - (\vec{\alpha}, \vec{A})) u^0}{|\vec{p} - \vec{p}^0|^2 - \frac{1}{c^2} |E - E^0|^2}$$

<sup>1</sup> MÖLLER, Zs. f. Phys., Bd. 70, p. 786 (1931).

$\nu$  est la différence d'énergie totale entre les états  $l, L$  et  $l^0, L^0$ , divisée par  $2\pi h$ .  $\vec{p} = h\vec{l}$  et  $E = \mu ch l_4/i$  sont l'impulsion et l'énergie de la particule  $x$ .  $\vec{\alpha}$  et  $\vec{A}$  ( $= \gamma_4 \vec{\gamma}$  et  $= \Gamma_4 \vec{\Gamma}_4$ ) sont les opérateurs ordinaires de Dirac.

D'après Bloch <sup>1</sup> les temps  $t$  et  $T$  intervenant dans une valeur attendue (« Erwartungswert ») signifient que l'observation à la particule  $x$  est faite au temps  $t$  et celle de la particule  $X$  au temps  $T$ . On voit que la probabilité de mesurer des impulsions  $\vec{l} \neq \vec{l}^0$  et  $\vec{L} \neq \vec{L}^0$  (proportionnelle à  $|b|^2$ ) ne dépend que du temps de la première observation, ce qui est évident puisque, si l'on a constaté qu'à un temps  $t = \tau$  une particule a passé à l'impulsion mesurée  $\vec{l}$ , l'autre particule doit avoir passé à une impulsion  $\vec{L} = \vec{l}^0 + \vec{L}^0 - \vec{l}$ . Le temps  $T$  auquel on observe cette seconde particule n'importe pas, pourvu que  $T > \tau$ .

Comme Bloch l'a montré les équations (1) et (2) ne sont pas intégrables si les paquets d'ondes décrits par  $\varphi$  se touchent dans l'espace. La partie considérée de notre deuxième approximation  $\varphi = \varphi^0 + \varphi^1 + \varphi^2$  satisfait quand même (1) et (2) simultanément à des grandeurs de  $e^3$  près, si on annule les termes diagonaux de  $a_\alpha(x) a_\beta(X)$  pour  $t > T$  et si on néglige la « self énergie ». Cette nouvelle condition initiale imposée à  $\varphi^0$  ajoutée à la relation de commutation

$$a_\alpha(x) a_\beta(X) - a_\beta(X) a_\alpha(x) =$$

$$\frac{hc}{i} \frac{1}{|\vec{z}|} \left\{ \delta(|\vec{z}| - iz_4) - \delta(|\vec{z}| + iz_4) \right\}; \quad z = x = X$$

nécessite l'emploi de l'expression (6).

Une discussion détaillée de ce procédé sera publiée dans les « Annalen der Physik ».

<sup>1</sup> BLOCH, Sow. Phys. (1934) Bd. 5, p. 301, 193.