

**Zeitschrift:** Archives des sciences physiques et naturelles  
**Band:** 17 (1935)

**Artikel:** Sur la détermination des densités à l'intérieur d'une figure d'équilibre hétérogène  
**Autor:** Wavre, R.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-741611>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 04.10.2024

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

Ce procédé s'étend au cas où  $\omega^2$  est exprimée au moyen de polynômes de Legendre jusqu'à l'ordre  $n$ .

Il faut remarquer qu'aucune hypothèse sur la constitution intérieure et sur le mouvement à l'intérieur de l'astre n'est faite.

Je tiens à exprimer toute ma gratitude à M. Wavre pour ses précieux conseils dans ma recherche concernant cette note.

**R. Wavre.** — *Sur la détermination des densités à l'intérieur d'une figure d'équilibre hétérogène.*

Envisageons un fluide parfait dont les particules s'attirent suivant la loi de Newton. Supposons-le en état d'équilibre relatif, le fluide tournant tout d'une pièce autour d'un axe fixe Oz avec une vitesse  $\omega$ . On sait que si  $p$  est la pression,  $\rho$  la densité,  $U$  le potentiel newtonien et  $Q$  celui de la force centrifuge, les équations du mouvement se résument ainsi:

$$\Phi + k = U + Q \quad (1) \quad \text{avec} \quad \Phi = \int_0^p \frac{dp}{\rho(p)}, \quad (2)$$

$k$  étant une constante. Sur la surface libre qui est supposée à pression nulle l'on a  $\Phi = 0$  d'où

$$U = k - Q.$$

La masse totale détermine  $k$  et la fonction  $U$  étant harmonique en dehors de l'astre,  $y$  est entièrement déterminée, par la résolution du problème extérieur de Dirichlet, à partir des éléments stokiens  $S$ ,  $\omega$ ,  $M$ .

L'attraction est donc entièrement déterminée par les éléments précédents dans l'espace extérieur à l'astre. Peut-on bénéficier de ce fait pour déterminer les densités à l'intérieur de l'astre ? Sans prétendre apporter une solution à ce redoutable problème je voudrais indiquer ici une de ses transcriptions analytiques.

Remarquons tout d'abord que la recherche d'un corps créant le potentiel extérieur donné admettrait vraisemblablement une infinité de solutions qui seraient autant de répartitions équip-

tentiantes. Mais ces diverses répartitions ne satisferaient pas toutes aux exigences de l'hydrodynamique, c'est-à-dire de l'équation (1). Voici, au contraire, une méthode où l'on tient compte de ces exigences.

Soient  $U_e$  le potentiel à l'extérieur supposé connu (déterminé qu'il est par les éléments stokiens) et  $U_i$  le potentiel à l'intérieur. On devrait avoir l'équation de Poisson (où  $\rho$  ne dépend que de  $\Phi$  en vertu de l'équation (2)):

$$\Delta U_i = -4\pi\rho(U_i + Q - k) , \quad (3)$$

et sur la surface libre l'on devrait avoir

$$\frac{dU_i}{dn} = \frac{dU_e}{dn} \quad \text{et} \quad U_i = U_e ,$$

puisque le potentiel newtonien est continu ainsi que ses dérivées premières dans tout l'espace. Il s'agirait de déterminer à la fois les deux fonctions  $U_i$  et  $\rho$  de manière à satisfaire à cette double condition aux limites. Ces conditions sont suffisantes pourvu que les fonctions  $\rho$  et  $p$  restent positives.

Dans une conférence au congrès de Zurich j'ai exprimé une condition analogue mais pour la fonction  $\Phi$ .

On peut particulariser ce problème en exigeant que la densité dans l'astre tout entier soit une fonction holomorphe des trois coordonnées. Alors le problème peut être présenté sous une forme qui simplifie les deux conditions aux limites mais qui fait intervenir les singularités du potentiel extérieur prolongé à l'intérieur:  $U_{ei}$ . En effet, la fonction de passage  $P$  satisfait à la condition  $U_i = U_{ei} - P$ . En outre, elle doit satisfaire sur  $S$  aux deux conditions aux limites

$$P = 0 , \quad \frac{dP}{dn} = 0$$

et à l'intérieur à la condition équivalente à (3)

$$\Delta P = 4\pi\rho(U_{ei} - P + Q - k) .$$

Le problème posé revient donc à la recherche de la fonction  $\rho$  telle que les équations précédentes soient résolubles, la fonction

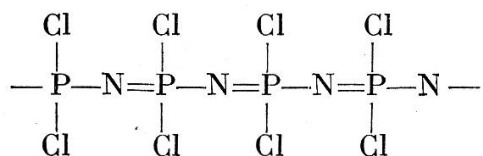
inconnue P devant avoir dans l'astre les mêmes singularités que le potentiel extérieur prolongé.

**Kurt H. Meyer et G. W. Pankow.** — *Sur le chlorure de polyphosphornitrile.*

On sait que le chlorure de phosphornitrile cyclique  $(\text{PNCl}_2)_3$  se transforme sous l'action de la chaleur en un produit polymère de propriétés analogues à celles du caoutchouc. Nous avons trouvé que ce « caoutchouc minéral » devient biréfringent lorsqu'on l'étire, et il donne alors un roentgénogramme de fibre qui disparaît en même temps que la tension. Ce produit se comporte donc exactement comme le caoutchouc dans lequel cet effet a été observé il y a bien longtemps par J. R. Katz.

La partie cristallisée a une cellule élémentaire rhombique. La période de fibre est de 5,16 Å.

L'interprétation la plus probable est la suivante: des longues chaînes à valences principales de formule générale



sont disposées parallèlement à la direction  $b$  de la fibre; la période de la fibre est remplie par deux chaînons  $\text{PCl}_2\text{N}$ .

Cette formation de chaînes à partir des chlorures cycliques à poids moléculaire peu élevé présente une grande analogie avec le comportement du soufre: dans les deux cas, des molécules cycliques commencent par s'ouvrir sous l'action de la chaleur et se soudent ensuite en de longues chaînes à valences principales. Ces dernières confèrent au produit final des propriétés analogues à celles du caoutchouc.