

Zeitschrift: Archives des sciences physiques et naturelles
Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève
Band: 19 (1937)

Artikel: Sur le bruit que produit un essaim d'insectes bourdonnants
Autor: Guye, Ch.-Eug.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-741809>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 04.05.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

SUR LE BRUIT

QUE PRODUIT

UN ESSAIM D'INSECTES BOURDONNANTS

PAR

Ch.-Eug. GUYE

(Avec 2 fig.)

Le problème que nous nous sommes proposé de résoudre est à la fois un problème de *physique* et un problème d'*acoustique physiologique*. D'une part, en effet, nous devons chercher à calculer l'amplitude de la pression acoustique qui se produit à l'endroit où se trouve l'oreille de l'auditeur et nous devons alors faire intervenir des notions d'interférences, de fluctuations, de probabilités, etc. D'autre part, connaissant cette pression, nous devons chercher à préciser l'impression sonore qu'elle doit produire sur l'oreille de l'auditeur.

Nous allons donc nous placer successivement à ces deux points de vue.

PREMIÈRE PARTIE

PROBLÈME PHYSIQUE.

Soit un essaim bourdonnant (abeilles, guêpes, mouches, etc.) formé d'un nombre *très grand* $2N$ d'insectes. Il s'agit, avons-nous dit, de déterminer quelle sera à un instant donné l'ampli-



tude p de la pression acoustique et cela en un point (P) où se trouve placée l'oreille de l'auditeur.

En réalité, la pression acoustique qu'exerce en un point (P) l'un quelconque des insectes qui composent l'essaim, dépend d'une foule de conditions.

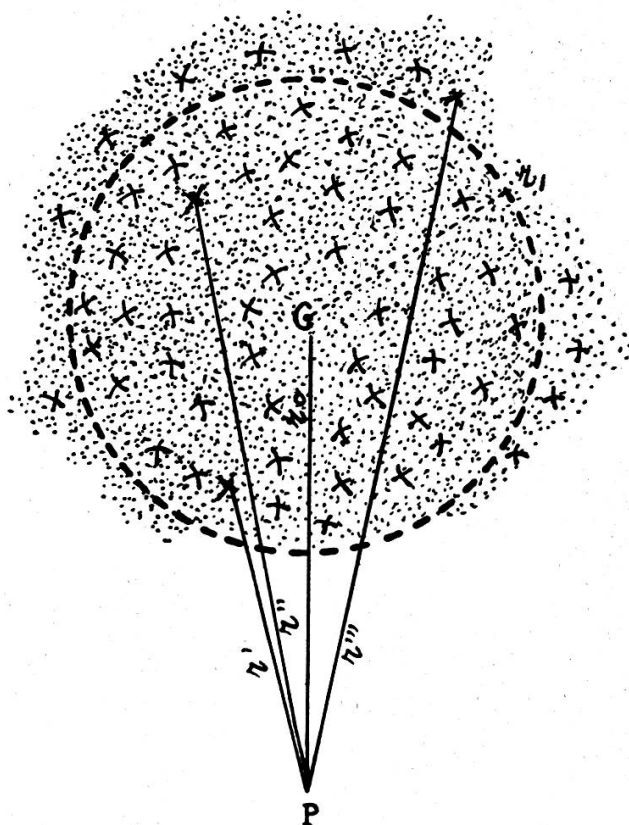


Fig. 1.

Points: insectes réels.
Croix: insectes efficaces.

Elle dépendra d'abord de la nature du mouvement périodique, correspondant au battement de ses ailes ou à quelque autre cause¹. On sait alors que, dans le cas le plus général, cette pression acoustique serait représentée par une série de Fourier;

¹ Il ne semble pas que le bruit que produisent les insectes dans leur vol soit toujours dû au battement de leurs ailes. Un bourdon, paraît-il, dont on a immobilisé les ailes, ne cesse pas de « bourdonner ».

c'est-à-dire par une somme de fonctions sinusoïdales dont les fréquences sont comme la suite des nombres simples ¹.

En second lieu, l'amplitude instantanée de la pression acoustique en (P) dépendra non seulement de la distance de l'insecte au point (P), mais de la phase du mouvement périodique lorsqu'il arrive en (P); de l'orientation momentanée qu'avait l'insecte et de l'amplitude, variable d'ailleurs, du mouvement de ses ailes au moment du départ des ondes, etc.

La pression résultante p qui agira à un instant donné sur l'oreille de l'observateur sera, en définitive, la somme algébrique des pressions envoyées par chacun des nombreux insectes qui composent l'essaim ².

Le problème, on le voit, est extrêmement complexe, mais il se simplifie considérablement lorsque les insectes qui composent l'essaim sont « très nombreux ». En effet, tous ces insectes peuvent avoir par rapport à l'auditeur les positions et les orientations les plus diverses; les amplitudes et les phases du mouvement de leurs ailes peuvent être quelconques; pour les uns, à un instant donné, les ailes battent d'arrière en avant, pour d'autres d'avant en arrière; leur distance à l'observateur

¹ On sait, d'autre part, que les mouvements périodiques susceptibles d'interférer « complètement » doivent satisfaire, en outre, à la condition que pour des instants t et $t + (2n + 1) \frac{\tau}{2}$ les valeurs de la fonction périodique soient égales et de signe contraire. Mais nous verrons plus loin que cette condition n'intervient pas nécessairement dans notre problème.

² Dans le cas où le mouvement des ailes serait représenté par une fonction sinusoïdale simple, la pression résultante p au point (P) serait

$$p = \sum_1^{2N} \alpha \sin (2\pi n t - \delta) ;$$

α représentant pour chaque insecte le coefficient d'amplitude résultant de toutes les conditions précédentes, distance, orientation, etc.; δ la phase du mouvement au point (P); n la fréquence du battement des ailes de l'insecte. Il convient de remarquer que si cette fréquence est la même pour tous les insectes d'un même essaim, la résultante p sera toujours de la forme:

$$p = \alpha \sin (2\pi n t - \beta) .$$

ne sont pas les mêmes, etc. Malgré cela, « si l'essaim est très nombreux » nous pourrions toujours admettre que la probabilité qu'il y ait au point (P) une pression acoustique positive $+p$ (compression) est exactement la même que celle d'une pression acoustique négative $-p$ (raréfaction) de même amplitude ¹.

En d'autres mots, nous pourrions toujours et à chaque instant subdiviser l'essaim en deux groupes, dont l'un envoie à l'auditeur une compression et l'autre une raréfaction, et admettre que *cette compression et cette raréfaction sont toutes deux également probables*.

Il est bien évident que si compression et raréfaction se compensaient exactement à chaque instant, l'auditeur placé en (P) ne pourrait percevoir aucun bruit. Mais, comme on sait, il ne peut en être ainsi; car il y a lieu de tenir compte des fluctuations et de *l'écart probable* qui devient la cause du bruit que nous percevons, « du moins, lorsque l'essaim se compose d'un très grand nombre d'insectes ».

En d'autres mots, une compensation exacte et à tout instant, des compressions et des raréfactions au point (P) est aussi improbable que si, dans une série de 2000 parties de pile ou face, on amenait exactement 1000 fois pile et 1000 fois face. Il y a, comme on sait, un « écart probable » qui croît avec le nombre $2N$ des parties et dont la valeur est:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{N}{\pi}}.$$

Nous allons voir qu'il en est vraisemblablement de même dans le cas de notre essaim et que les remarques qui précèdent vont nous permettre de simplifier considérablement notre problème.

¹ Remarquons que cette condition demeure même si les mouvements des ailes ne rentrent pas dans la catégorie des mouvements susceptibles d'interférer complètement. Car si à un instant donné un insecte envoie au point (P) une certaine pression, il est probable qu'il existe quelque part dans l'essaim et symétriquement un autre insecte dont l'orientation est à 180 degrés de celle du premier et qui, par conséquent, produira une pression égale et de signe contraire, quelle que soit d'ailleurs la forme périodique de cette pression.

On peut en effet assimiler l'essaim à une urne renfermant en nombre égal des boules noires et des boules blanches (insectes produisant en P une compression et insectes produisant au même point et au même instant une raréfaction) dans laquelle on effectuerait successivement $2N$ tirages, mais en ayant soin, bien entendu, de remettre chaque fois la boule tirée de façon à ne pas modifier la composition de l'urne et en prenant chaque fois la précaution de brasser entre deux tirages successifs. En répétant un très grand nombre de fois l'expérience, la moyenne des écarts (abstraction faite du signe et y compris les écarts nuls) nous donnerait l'« écart probable » ε .

Ce mode de raisonnement revient d'ailleurs à admettre qu'à chaque instant il y a un peu plus de la moitié des insectes qui apportent au point (P) soit une compression soit une raréfaction; et ce serait cet excédent moyen qui déterminerait, croyons-nous, l'amplitude de la pression acoustique en (P).

Soit N' le nombre d'insectes qui, à un instant donné, apportent au point (P) une compression; N'' le nombre d'insectes qui, au même instant, y apportent une raréfaction.

Comme ces deux éventualités sont également probables, nous aurons en moyenne

$$N' = N + \sqrt{\frac{N}{\pi}} \quad \text{compressions (boules blanches)}$$

$$N'' = N - \sqrt{\frac{N}{\pi}} \quad \text{raréfactions (boules noires)}$$

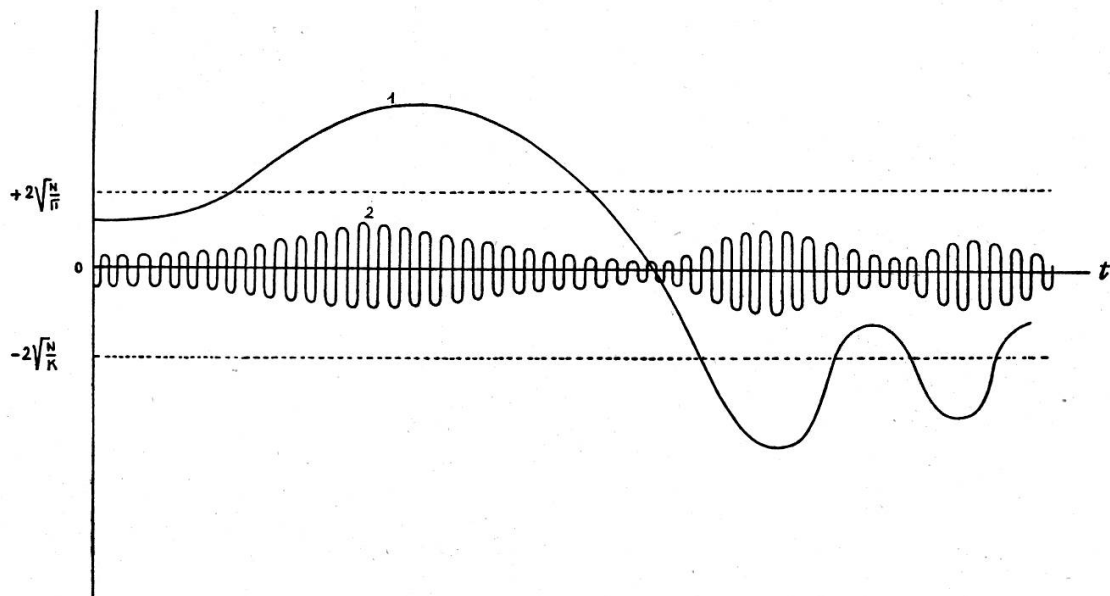
ou l'inverse. La différence

$$v = N' - N'' = 2\sqrt{\frac{N}{\pi}}$$

représentera ce que nous appellerons le nombre moyen d'*insectes efficaces*.

Il est évident que ce nombre d'insectes efficaces variera avec le temps, mais nous supposerons cependant que ces variations sont lentes relativement à la courte durée de la période du battement des ailes des insectes. La figure (2) illustre précisément cette condition.

Potentiel d'amplitude. — On sait que le coefficient d'amplitude d'un mouvement vibratoire¹, issu d'une source ponctuelle, diminue en raison inverse de sa distance au point d'émission, alors que la densité de l'énergie décroît en raison inverse du



Courbe 1. — Variations du nombre ($N' - N''$) d'insectes efficaces en fonction du temps.

Courbe 2. — Variations de la pression acoustique en fonction du temps.

Fig. 2.

carré de cette distance. De façon générale, nous aurons donc pour un insecte

$$\alpha = \frac{\alpha_1}{r}.$$

Si donc nous désignons par α' , α'' , α''' , etc. les coefficients d'amplitude de pression, qu'apportent respectivement au

¹ Nous avons, dans ce qui suit, désigné indifféremment par « coefficients d'amplitude » ou plus simplement par « amplitudes », les valeurs « maxima » des fonctions périodiques qui représentent les variations de la pression; elles sont désignées par les lettres α et μ . Quant aux valeurs « instantanées » qui n'interviennent guère dans notre problème, elles sont désignées par la lettre p .

point (P) chacun des insectes de l'essaim, nous aurons:

$$\alpha' = \frac{\alpha_1'}{r'} \quad \alpha'' = \frac{\alpha_1''}{r''} \quad \alpha''' = \frac{\alpha_1'''}{r'''} \quad \text{etc.,}$$

et nous appellerons *potentiel d'amplitude* au point (P) l'expression

$$(\mu)_{2N} = \frac{\alpha_1'}{r'} + \frac{\alpha_1''}{r''} + \frac{\alpha_1'''}{r'''} + \text{etc.} = \sum \frac{\alpha_1}{r}$$

et « potentiel moyen d'amplitude »

$$\mu_1 = \frac{(\mu)_{2N}}{2N}.$$

Nous aurions pu effectuer aussi la sommation (μ) pour les insectes efficaces seulement, supposés répartis uniformément dans tout le volume (fig. 1); ce qui donnerait pour μ_1 la même valeur

$$\mu_1 = \frac{(\mu)_v}{v}.$$

On remarquera que ce potentiel d'amplitude a la même forme que celui qui correspond aux forces inversement proportionnelles au carré de la distance, on pourra donc dans bien des cas utiliser l'ensemble des théorèmes connus, relatifs à la théorie habituelle du potentiel.

En particulier, si nous avons un essaim de forme sphérique, constitué par des insectes dont les battements d'ailes ont tous même amplitude et même fréquence, on aura

$$(\mu)_v = \frac{v \alpha_1}{r_0} \quad \mu_1 = \frac{\alpha_1}{r_0}$$

r_0 étant la distance du point (P) au centre de l'essaim.

Phase. — Le potentiel d'amplitude ne dépend donc que des amplitudes qu'ont les pressions périodiques à leur origine et des distances qui séparent le point (P) des divers insectes. Nous supposons au contraire que « les phases de ces mouvements périodiques en sont entièrement indépendantes, qu'elles peuvent être quelconques et qu'elles sont toutes également probables à leur arrivée en (P) ».

Il va de soi que si les pressions envoyées au point (P) par

les divers insectes efficaces y parvenaient toutes « en concordance parfaite de phase », l'amplitude de la pression au point (P) aurait pour valeur

$$\alpha_{\max} = 2 \mu_1 \sqrt{\frac{N}{\pi}}.$$

Mais on sait qu'il ne peut en être ainsi. Il faudra donc faire subir à cette valeur une réduction, en la multipliant par un coefficient η $\begin{smallmatrix} > 0 \\ < + 1 \end{smallmatrix}$ que nous allons chercher à évaluer.

Remarquons d'abord que si toutes les pressions périodiques qui arrivent en (P) à un instant donné sont de la forme $p = \alpha \sin (2\pi nt - \beta)$, on aura en ce point une amplitude de pression dont la valeur approchée sera

$$\alpha = (\Sigma \alpha)_{\nu} \cdot \overline{\sin \beta} = \alpha_{\max} \overline{\sin \beta} = \alpha_{\max} \eta$$

η désignant la valeur moyenne que peut prendre $\sin \beta$ entre 0 et π , soit: $2/\pi = 0.6366$ ¹.

En définitive et d'une façon générale, l'amplitude de pression au point (P) sera en moyenne

$$\alpha = 2 \eta \mu_1 \sqrt{\frac{N}{\pi}}. \quad (1)$$

¹ On remarquera que les pressions qui proviennent des insectes « efficaces » parviennent en P (par définition même) en concordance au moins partielle de phase. En d'autres mots, les insectes dits « efficaces » apportent toujours au même instant au point (P) ou tous une compression ou tous une raréfaction; les différences de phase que leurs pressions périodiques peuvent avoir entre elles ne peuvent donc pas être supérieures à π . — D'autre part, la pression en P a de façon générale pour valeur $p_{(P)} = \Sigma [\alpha \cdot \sin (2\pi nt - \beta)]_{2N}$.

Dans notre calcul, nous avons remplacé cette expression par la relation approchée

$$p_{(P)} = [\Sigma (\alpha)_{N'} - \Sigma (\alpha)_{N''}] \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \sin (2\pi nt - \beta) d\beta = \frac{2}{\pi} \Sigma (\alpha)_{\nu} \cos 2\pi nt.$$

Nous avons supposé de la sorte que tous les mouvements périodiques qui parviennent en P, en concordance partielle de phase à un instant donné, ont un même sinus moyen de phase. — C'est là une simplification du genre de celle que l'on se permet dans la théorie cinétique élémentaire des gaz, lorsque l'on suppose que toutes les molécules ont même vitesse. Notre démonstration n'est donc pas à l'abri de toute critique; mais il est à présumer qu'une démonstration plus rigoureuse ne conduirait pas à un résultat très sensiblement différent.

Intensité. — D'autre part, nous savons que *l'intensité d'un mouvement périodique* est proportionnelle au carré de son amplitude; nous aurons donc pour représenter *l'intensité I de la pression acoustique en (P)* une expression de la forme:

$$I = A \alpha^2 = \frac{4 A \eta^2 \mu_1^2 N}{\pi} . \quad (2)$$

Enfin, si nous avons à exprimer le rapport de deux intensités, lorsque le nombre des insectes est seul variable, toutes les autres conditions restant les mêmes, nous aurons:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_1}{N_2} . \quad (3)$$

Tels seraient deux essaims de même forme, de même volume, composés d'insectes de même espèce, mais différant par le nombre d'insectes qu'ils renferment par unité de volume.

Les formules (1), (2) et (3) résument donc les éléments essentiels du problème envisagé au point de vue physique. Voyons maintenant la question du point de vue physiologique; c'est-à-dire « audition ».

PROBLÈME PHYSIOLOGIQUE.

Rappelons d'abord que pour chaque son simple de fréquence n , il existe un *seuil d'audibilité* (variable d'ailleurs dans de larges limites d'un observateur à l'autre); c'est-à-dire une amplitude de pression acoustique α_0 au-dessous de laquelle aucune sensation sonore n'est perçue.

Prenons cette amplitude de pression, comme pression de référence, nous aurons:

$$\frac{I}{I_0} = \left(\frac{\alpha}{\alpha_0} \right)^2$$

et en introduisant la loi psycho-physique de Fechner *l'intensité sonore* sera

$$S = \log \frac{I}{I_0} = 2 \log \frac{\alpha}{\alpha_0} \quad (\text{exprimée en } \textit{bels})$$

$$S = 20 \log \frac{\alpha}{\alpha_0} \quad (\text{exprimée en } \textit{decibels}).$$

Remplaçons maintenant α par sa valeur (1), on aura:

$$S = 2 \log \frac{\mu_1}{\alpha_0} + \log \frac{4 \eta^2}{\pi} + \log N. \quad (I)$$

Le premier des termes du second membre ne dépend que de la nature des insectes et de leur position, ainsi que de la sensibilité de l'auditeur; le second est une constante; le troisième n'est fonction que du nombre $2N$ des insectes qui composent l'essaim.

Mais pour que le bruit de l'essaim soit perceptible, il faut évidemment que l'intensité sonore soit positive; c'est-à-dire que *la somme des logarithmes du second membre soit elle-même positive*, condition que nous pouvons d'ailleurs exprimer plus simplement en posant:

$$S = \log \frac{4 \eta^2}{\pi} \left(\frac{\mu_1}{\alpha_0} \right)^2 N$$

laquelle est positive pour:

$$\frac{4 \eta^2}{\pi} \left(\frac{\mu_1}{\alpha_0} \right)^2 N > 1$$

d'où pour la *condition générale d'audibilité*:

$$N > \frac{\pi}{4 \eta^2} \left(\frac{\alpha_0}{\mu_1} \right)^2. \quad (II)$$

Nous allons maintenant envisager trois cas selon que $\frac{\mu_1}{\alpha_0}$ est plus petit, égal ou plus grand que l'unité.

Premier cas. — $[\mu_1 < \alpha_0]$. Dans ce cas $\log \frac{\mu_1}{\alpha_0}$ est *toujours négatif*. C'est le cas où la pression acoustique μ_1 que produit en moyenne un insecte de l'essaim est inférieure au seuil α_0 d'audibilité.

Il faut donc, pour que l'essaim produise un bruit appréciable, que l'on ait:

$$N > \frac{\pi}{4 \eta^2} \left(\frac{\alpha_0}{\mu_1} \right)^2$$

conformément à la condition d'audibilité.

Deuxième cas. — $[\alpha_0 = \mu_1]$. Dans ce cas $\log \frac{\mu_1}{\alpha_0} = 0$ et la formule (1) devient:

$$S = \log N - \log \frac{\pi}{4 \eta^2}.$$

Le bruit de l'essaim ne devient donc perceptible que pour $N > \frac{\pi}{4 \eta^2}$.

On remarquera que dans le cas où $\mu_1 = \alpha_0$, c'est-à-dire lorsque l'amplitude de la pression acoustique produite en moyenne par un insecte de l'essaim est égale au seuil d'audibilité, l'intensité sonore de l'essaim devient indépendante de la nature des insectes qui le composent et ne dépend que de leur nombre.

Troisième cas. — $[\mu_1 > \alpha_0]$. Dans ce cas $\log \frac{\mu_1}{\alpha_0}$ est toujours positif et le bruit de l'essaim ne sera perçu qu'à partir de la condition (II).

Remarquons enfin que d'une façon générale (formule I), au fur et à mesure que N grandit, l'intensité sonore S tend à croître proportionnellement au log de N ; mais il se pourrait fort bien que cette condition ne soit que très difficilement atteinte pratiquement, car le log N ne croît que très lentement avec N .

Il est cependant un cas où l'intensité sonore demeure *rigoureusement* proportionnelle au log de N ; c'est celui où la condition $2 \log \frac{\mu_1}{\alpha_0} - \log \frac{\pi}{4 \eta^2} = 0$ se trouve réalisée dans l'expérience; mais c'est là, on le voit, un cas très particulier.

EXEMPLES NUMÉRIQUES. — Supposons, pour fixer les idées, un essaim de $2N$ guêpes, dont la fréquence de battement des ailes soit de l'ordre de 100 à la seconde¹; le seuil d'audibilité pour cette fréquence est d'environ $\alpha_0 = 10^{-2}$ baries.

¹ Voir Cinématographie jusqu'à 12.000 vues à la seconde par MAGNAN. *Actualités scientif. et industr.* (Hermann, Paris). *Vespa germanica*, 96 battements; *Vespa crabo*, 53; *Bombus lapidarius*, 90; *Bombus muscarum*, 128. Nous supposons le bourdonnement dû au battement des ailes.

Examinons à l'aide de ces données les trois cas précédents ¹.

Premier cas. — Supposons [$\mu_1 = 10^{-3}$ baries; $\alpha_0 = 10^{-2}$ baries]. L'essaim ne produira un bruit appréciable au point (P) qu'à partir de la condition $N \geq \frac{\pi}{4\eta^2} \left(\frac{\alpha_0}{\mu_1} \right)^2$, soit $N \geq 194$, d'où $2N = 388$ insectes.

Voyons maintenant comment variera dans ces conditions l'intensité sonore avec le nombre N des guêpes. Nous aurons:

$N = 10$	$N = 100$	$N = 10000$
S (négatif)	S (négatif)	$S = 1.713$ bels

Il faudrait donc 20.000 insectes pour produire un son de 17 décibels.

Deuxième cas. — [$\mu_1 = \alpha_0 = 10^{-2}$ baries]. L'audibilité se produira pour $N = 1.94$, soit $2N = 3$ à 4 guêpes.

Il peut sembler étrange à première vue qu'il faille 3 à 4 insectes pour produire l'audibilité, alors qu'un seul insecte volant isolément correspond déjà au seuil d'audibilité. En réalité, il faut tenir compte du fait que lorsque plusieurs insectes volent ensemble, le son peut être affaibli par interférence; en second lieu, 3 à 4 insectes ne constituent pas un nombre suffisamment grand pour que les compensations dont nous avons parlé puissent se produire de façon effective. En d'autres mots, les formules précédemment établies s'appliquent à un essaim nombreux et non à quelques guêpes seulement. Avec cette réserve, nous aurions:

$N = 10$	$N = 100$	$N = 10000$
$S = 0.713$ bels	$S = 1.713$ bels	$S = 3.713$ bels

Troisième cas. — [$\mu_1 = 10^{-1}$; $\alpha_0 = 10^{-2}$ baries]. Ici l'amplitude de pression μ_1 dépasse de beaucoup le seuil d'audibilité; le bruit sera perçu quel que soit le nombre des insectes.

¹ Nous tenons à spécifier que les valeurs que nous avons attribuées successivement à μ_1 ; soit $\mu_1 = 10^{-1}$, $\mu_1 = 10^{-2}$ et $\mu_1 = 10^{-3}$ baries ne reposent sur aucune base expérimentale; elles ont été choisies arbitrairement de façon à permettre une exemple numérique.

On verrait en effet que le bruit d'un seul insecte serait déjà d'environ 2 bels (soit 20 decibels, ce qui semble évidemment trop fort). On aurait alors:

$$\begin{array}{lll} N = 10 & N = 100 & N = 10000 \\ S = 2.713 \text{ bels} & S = 3.713 \text{ bels} & S = 5.713 \text{ bels}^1 \end{array}$$

Il en résulte que dans les conditions précédentes un essaim de 200 insectes produirait une intensité sonore de 37 decibels; ce serait un essaim terriblement bruyant². Un tel résultat provient sans doute du fait que la pression supposée $\mu_1 = 10^{-1}$ baries est probablement trop forte pour être produite généralement par un seul insecte, même si cet insecte est très rapproché.

Vérification expérimentale. — Les considérations qui précèdent ne sont malheureusement pas faciles à vérifier par l'expérience. Voyons cependant comment cette vérification pourrait être faite.

Nous allons montrer que pour y parvenir, il suffit de comparer l'intensité sonore que produit un essaim à diverses distances à celle qui résulte du bourdonnement d'un seul insecte.

Soit S' l'intensité sonore que produit *un* insecte à la distance r' ; S'' celle que produit un essaim à la distance r'' , on aura:

$$S' = 2 \log \frac{\alpha'}{\alpha_0} \quad S'' = 2 \log \frac{\alpha''}{\alpha_0} .$$

Plaçons-nous maintenant à une distance r'' de l'essaim, telle que l'intensité sonore demeure la même; nous aurons: $S' = S''$.

Mais lorsque l'essaim est de forme sphérique nous avons vu que $\mu_1 = \frac{\alpha_1}{r''}$; r'' étant alors la distance qui sépare l'auditeur du centre de l'essaim.

¹ Pour être exprimées en decibels toutes ces valeurs doivent être multipliées par 10.

² On estime à 40 decibels environ l'intensité sonore de la voix dans la conversation.

En remplaçant α'' par sa valeur formule (1), on aurait tout calcul fait :

$$\frac{r''}{r'} = 2 \eta \sqrt{\frac{N}{\pi}} \quad (\text{III})$$

$$N = \left(\frac{r''}{r'} \right)^2 \frac{\pi}{4\eta^2} \quad (\text{IV})$$

On voit par ces relations que le rapport $\frac{r''}{r'}$ étant connu, on peut en déduire le nombre $2N$ des insectes. D'autre part, la connaissance de N permettrait de déterminer très exactement le rapport $\frac{r''}{r'}$ et de voir s'il correspond à celui fourni par l'expérience.

On remarquera que les relations (III) et (IV) sont indépendantes de la nature des insectes qui composent l'essaim. Elles ne dépendent pas non plus du seuil d'audibilité de l'observateur pour la fréquence considérée, pourvu que ce soit le même observateur qui fasse les deux expériences.

En résumé, pour vérifier les formules précédentes, il suffirait de rechercher à quelle distance un essaim fait le même bruit qu'un insecte isolé.

En répétant les expériences à diverses distances, on devrait donc, si les formules sont exactes, toujours retrouver le même rapport $\frac{r''}{r'}$ ou inversement le même nombre N pour un même essaim.

Exemple numérique. — Soient trois essaims, composés respectivement de 20, 200 et 2000 abeilles, nous aurons

	r''/r'
(N = 10)	2.27
(N = 100)	7.18
(N = 1000)	22.71

En d'autres mots, un essaim de 20 insectes placé à une distance de 2.27 fera le même bruit qu'un seul insecte placé à la distance de 1; 200 insectes placés à la distance 7.18 mètres feraient le même bruit qu'un insecte à la distance d'un mètre.

Remarque importante. — Mais il ne faut pas oublier que toutes les considérations qui précèdent supposent un essaim constitué par un *très grand nombre* d'insectes, pour lequel les compensations statistiques peuvent se produire.

Il se pourrait fort bien que toutes les formules que nous avons établies ne soient que des formules « *limites* » dont la concordance avec l'expérience ne se produirait que lorsque le nombre des insectes est suffisamment grand.

En d'autres mots, il se pourrait fort bien que les essaims de guêpes, d'abeilles ou de mouches, etc., que l'on rencontre dans la nature ne soient pas composés d'un nombre suffisant d'individus pour que les formules qui précèdent leur soient applicables. L'expérience seule trancherait la question, et l'expérience, malheureusement, n'est pas facile.

Enfin les démonstrations précédentes supposent que les insectes, par leur présence, ne troublent en aucune façon la propagation des ondes qui traversent l'essaim; tels des points mathématiques. Nous reviendrons plus en détails sur ce point dans notre seconde partie.

DEUXIÈME PARTIE

Je me suis proposé, en second lieu, de rechercher, du point de vue physique seulement, quelle pouvait être la pression acoustique en un point (C) intérieur, situé au centre d'un essaim supposé sphérique (fig. 1).

Nous supposerons donc que les insectes bourdonnants sont enfermés dans une enceinte sphérique de rayon r_1 et qu'ils sont répartis uniformément à son intérieur. En désignant par n_1 le nombre total d'insectes par unité de volume, nous aurons pour le nombre total $2N$ des insectes:

$$2N = \frac{4}{3} \pi r_1^3 n_1 . \quad (1)$$

Si maintenant nous assimilons le volume de l'essaim à une urne dans laquelle puisse s'effectuer un « brassage parfait », il en résulte que les insectes pourront occuper n'importe quelle

position dans cet espace et que toutes ces positions seront également probables. C'est là une supposition fondamentale, si l'on veut conserver au problème toute sa généralité; en d'autres mots, si l'on suppose un essaim d'insectes quelconques dont les battements d'ailes peuvent avoir les fréquences, les amplitudes et les phases les plus différentes.

Le problème se simplifie beaucoup si nous supposons, comme nous l'avons fait précédemment, un essaim composé d'insectes de même espèce, dont les ailes battent avec une même fréquence et une même amplitude, mais avec des différences de phase qui peuvent avoir toutes les valeurs possibles.

D'ailleurs, de façon générale, on doit admettre que *la probabilité qu'il y ait à un instant donné au centre de l'essaim une pression acoustique positive est égale à celle d'une pression acoustique négative de même amplitude.*

Nous pourrions alors, comme dans la première partie, admettre que l'amplitude de la pression acoustique au centre de l'essaim est déterminée par un certain nombre d'« insectes efficaces » dont le nombre serait $\nu = 2 \sqrt{\frac{N}{\pi}}$ et qui seraient répartis uniformément dans tout le volume de l'essaim.

Si, d'autre part, chaque insecte efficace envoie en (C) une amplitude de pression acoustique (positive ou négative) inversement proportionnelle à la distance de l'insecte au point (C), soit $\alpha' = \frac{\alpha_1}{r'}$ l'amplitude non compensée de la pression acoustique en (C) sera, en désignant par ν_1 le nombre d'insectes efficaces par unité de volume:

$$\alpha = \eta \nu_1 \alpha_1 \int_0^{r_1} \frac{4\pi r^2}{r} \cdot dr = 2\pi \nu_1 \alpha_1 r_1^2 .$$

Comme, d'autre part, on a $\frac{\nu_1}{n_1} = \frac{2\sqrt{\frac{N}{\pi}}}{2N}$, soit $\nu_1 = \frac{n_1}{\sqrt{N\pi}}$, il vient, en utilisant la relation (1):

$$\alpha = [\eta \alpha_1 \sqrt{6n_1}] \sqrt{r_1} = M \sqrt{r_1} . \quad (V)$$

L'amplitude de la pression acoustique en (C) augmente donc comme la racine carrée du rayon r_1 de l'essaim; mais ce résultat,

ainsi que nous le verrons plus loin, ne sera vraisemblablement exact que si l'essaim n'a que de petites dimensions ou si sa densité n'est pas trop élevée.

Supposons, en effet, que le volume de l'essaim devienne de plus en plus grand, aurons-nous alors le droit d'appliquer les formules qui nous ont permis de calculer l'écart probable ? En d'autres mots, lorsque les dimensions de l'essaim deviennent de plus en plus grandes, pourrions-nous l'assimiler de façon générale à une urne dans laquelle se produit un « brassage parfait » ? Si, par exemple et pour envisager un cas extrême, l'essaim avait la dimension du globe terrestre, il est bien évident que les insectes se déplaceraient alors trop lentement pour que l'on puisse admettre que la probabilité qu'un insecte occupe telle position soit la même pour chacun d'eux.

C'est là un premier point délicat de notre raisonnement, mais qui intéresse plus spécialement le cas général où les battements d'ailes des insectes sont, à leur origine, de fréquence et d'amplitude quelconques.

Mais, lors même que les battements des ailes de tous les insectes auraient à l'origine même amplitude et même fréquence, on peut faire à la formule (V) une objection très sérieuse. Au fur et à mesure que l'essaim grandit et comprend un plus grand nombre d'insectes, l'ensemble des insectes qui entourent le point (C) doit finir par faire écran à la propagation directe des ondes qui partent des insectes les plus éloignés. Les insectes qui constituent un essaim ne sont pas, en effet, des points mathématiques entre lesquels les ondes se propagent sans altération. Il en résulte que les ondes qui proviennent des insectes les plus éloignés ne parviennent plus au point (C) qu'après une série de réflexions ou, pour mieux dire, de diffractions qui ne peuvent que les affaiblir. Il n'en est pas de même des ondes qui sont envoyées par les insectes qui avoisinent immédiatement le point (C) et qui y parviennent sans altération. C'est là une circonstance qui doit enlever à la formule $\alpha' = \frac{\alpha_1}{r'}$ son caractère de généralité et qui doit en limiter l'application, lorsque le nombre des insectes ou leur densité va en augmentant.

Domaine élémentaire macroscopique de probabilité. — Mais alors jusqu'à quelle dimension d'essaim, c'est-à-dire jusqu'à quelle valeur particulière ρ de r_1 nos formules seront-elles applicables pratiquement ? C'est ce que nous allons essayer de rechercher, théoriquement du moins.

Supposons donc que nous connaissions, d'une part l'amplitude de la pression acoustique que produit un insecte seul à une distance r et, d'autre part, l'amplitude α de cette pression au centre d'un essaim de très grand rayon; soit

$$\alpha' = \frac{\alpha_1}{r} \quad (\text{insecte isolé})$$

$$\alpha = [\eta \alpha_1 \sqrt{6 n_1}] \sqrt{\rho} \quad (\text{au centre de l'essaim}) .$$

Choisissons maintenant la distance r telle que l'intensité sonore de l'insecte isolé soit la même que celle perçue au centre de l'essaim; nous aurons

$$\frac{\alpha_1}{r} = M \sqrt{\rho} \quad \text{d'où} \quad \rho = \frac{1}{6 \eta^2 n_1 r^2} .$$

Le rayon ρ définit ce que l'on pourrait appeler le « rayon de l'essaim élémentaire équivalent », lequel permet de calculer l'action d'un essaim indéfini sur le point (C).

Bien que l'expérience précédente ne soit pas aisément réalisable par suite de la difficulté de mesurer l'amplitude de la pression acoustique au centre de l'essaim et de déterminer son volume exact, cet exemple nous montre cependant comment on peut concevoir, même macroscopiquement, un *domaine élémentaire efficace de probabilité*.

Que l'on considère un essaim d'insectes, de molécules, d'électrons ou même d'éléments plus petits, on pourra par des considérations de ce genre tenter de le décomposer en domaines élémentaires de probabilité, en quelque sorte indépendants, en ce sens que les calculs statistiques ne seront applicables que dans une étendue de l'ordre de grandeur de ces domaines élémentaires. En d'autres mots, ces domaines élémentaires nous paraissent jouer « en probabilités », un rôle analogue à la « sphère d'action sensible » dans la théorie des phénomènes capillaires.

Peut-être reviendrons-nous plus en détails sur ce dernier point, qui nous paraît digne d'intérêt.

Genève, avril 1937.