Zeitschrift: Archives des sciences physiques et naturelles

Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève

Band: 24 (1942)

Artikel: Remarques à propos d'un problème technique sur la «pression» dans un fluide visqueux

Autor: Besso, Michel-A. / Letestu, Serge

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-741795

Séance du 19 novembre 1942.

Michel-A. Besso et **Serge Letestu.** — *Remarques à propos d'un problème technique sur la « pression » dans un fluide très visqueux.*

Le point de départ de cette étude est une suggestion de M. William Dériaz: formuler une théorie du burinage en considérant les métaux soumis au travail comme des fluides très visqueux. Des recherches techniques très étendues ont mis au clair une grande partie des conditions pratiques du burinage, en particulier du travail au tour; d'autres recherches ont fait connaître la structure microcristalline pseudo-isotrope des métaux techniques et les propriétés des cristaux isolés; cependant une vue d'ensemble fait toujours défaut. Des travaux tels que ceux de Marcel Brillouin (de 1890 à 1925) ont apporté des méthodes intéressantes à l'étude de l'état plastique, mais leur emploi conduit à de grandes difficultés d'intégration: des surfaces de discontinuité interviennent et jouent le rôle de conditions aux limites additionnelles.

La perspective d'atteindre une vue d'ensemble simple semble donc s'éloigner de plus en plus. Les phénomènes d'écrouissage, d'une part, et d'affaiblissement de la résistance à la séparation des parties par suite d'efforts précédents, d'autre part, compliquent encore le problème.

C'est ici qu'intervient la suggestion de M. Dériaz: puisqu'on *sait* que la séparation des parties *s'effectue*, on peut espérer que l'étude hydrodynamique de problèmes analogues permettra de suivre schématiquement ce qui se passe au cours de l'usinage. On utilisera aussi dans ce but les données générales offertes par l'expérience. Nous en mentionnerons deux: l'augmentation de section du copeau par rapport à la tranche enlevée par l'outil, et l'enroulement du copeau, en liaison avec la périodicité du phénomène de coupe. Les deux phénomènes se rattachent à l'hydrodynamique: le second est lié à la formation des tourbillons de Karman, le premier seul sera envisagé dans cette communication.

Un des résultats des calculs de M. Letestu, qui vont suivre, semble s'exprimer sous la forme suivante (suggérée par l'application à notre cas d'une formule connue qui donne l'énergie dissipée dans un volume occupé par un fluide visqueux incompressible animé d'un mouvement irrotationnel): en plus du flux d'énergie dû à la pression isotrope et à la vitesse du fluide, et du flux d'énergie correspondant au transport d'énergie cinétique, *il paraît y en avoir un troisième proportionnel au coefficient de viscosité et au gradient du carré de la vitesse.* Un autre résultat de M. Letestu intéressant directement le problème de la réaction sur l'outil sera mentionné à la fin de la communication.

* * *

Pour les raisons déjà énoncées, nous assimilerons la formation du copeau à l'écoulement d'un fluide incompressible très visqueux dans un tube conique, ce cas se ramenant pour les calculs à celui d'une source en milieu indéfini.

Désignons par p la pression isotrope, v_h les composantes de la vitesse, ρ et μ la densité et la viscosité. Les équations de Stokes Navier s'écrivent pour des mouvements lents stationnaires sans force extérieure:

$$\mu \Delta v_h = \frac{\partial p}{\partial x_h} \cdot$$

L'équation de continuité donne, r étant le rayon vecteur et c l'intensité de la source:

$$|v| = c r^{-2} ;$$

les vitesses admettent un potentiel, d'où $\Delta v_h = 0$; la pression isotrope p est constante.

D'autre part, l'énergie dissipée dans le fluide est donnée par la formule

$$\frac{dQ}{dt} = 2\mu \int \sum_h \left\{ \left(\frac{\partial v_h}{\partial x_h}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_h}{\partial x_{h'}} + \frac{\partial v_{h'}}{\partial x_h}\right)^2 \right\} dk ,$$

l'intégrale est à prendre dans le volume considéré, dk étant le volume élémentaire. L'énergie dissipée dans le volume compris entre deux sphères de rayon r_1 et r_2 $(r_1 < r_2)$ centrées sur l'origine, se calcule sans difficulté:

$$\frac{dQ}{dt} = 16\pi\mu c^2 \left(r_1^{-3} - r_2^{-3}\right) . \tag{1}$$

L'énergie dissipée dans la partie du volume comprise dans un angle solide Ω est: $4\Omega\mu c^2 (r_1^{-3} - r_2^{-3})$.

La pression isotrope étant la même dans tout le fluide, la question se pose: de quelle façon parvient au volume en mouvement l'énergie qui est dissipée ? Pour cela nous considérons une sphère extensible de rayon r; nous calculerons plus loin (formule 4) la force normale X agissant sur l'unité de surface; le terme provenant de la viscosité s'exprime dans ce cas:

$$- 2\mu \frac{d\,|v|}{dr} = 4\mu c r^{-3} .$$

Un calcul facilement vérifiable montre que la différence des puissances transmises à travers les deux sphères nous ramène à la formule (1). L'énergie déployée pour vaincre les forces de viscosité sur les surfaces limitant le système se trouve bien être l'énergie dissipée.

Nous étudions maintenant les conditions aux limites le long d'une paroi fixe et les forces agissant sur celle-ci. Ces forces représentent au point de vue technique les réactions sur l'outil, le burin ou dans un autre cas pratique une filière. Nous admettrons que le fluide glisse sur la paroi sans action tangentielle, ou du moins que celle-ci est négligeable en regard des forces de viscosité agissant dans le fluide.

Soit n la normale à la paroi, τ une direction dans le plan tangent, v_n et v_τ les vitesses normales et tangentielles, X la force exercée par le fluide sur la paroi. Nous devons avoir:

$$v_n = 0 \tag{2}$$

$$[\mathrm{X}\,,\, n] = 0 . \tag{3}$$

On connaît X par la loi du tétraèdre; en le remplaçant par sa valeur dans (3) en tenant compte de (2) on obtient la condition à la limite:

$$\frac{dv_\tau}{dn} = 0 \ ,$$

et la force par unité de surface sur la paroi:

$$X = p - 2\mu \frac{dv_n}{dn} \ . \tag{4}$$

Ce calcul se généraliserait au cas où une paroi plane se déplacerait parallèlement et au cas d'une surface sphérique extensible, justifiant ainsi l'emploi fait ci-dessus de la formule (4).

Paul Rossier. — *Démonstration projective de l'équation des foyers conjugués.*

1. — Soit une conique de sommet S et d'axe a: sur celui-ci marquons l'un des foyers F. C'est dire que l'on connaît quatre tangentes à la conique: les deux droites isotropes par F et deux tangentes infiniment voisines par S. La donnée d'une tangente de plus suffit pour déterminer la conique.

2. — Sur une courbe analytique quelconque, considérons un point S, la tangente en ce point, la normale et une tangente t à la courbe (éventuellement infiniment voisine de S). Il existe une conique unique ayant S pour sommet, tangente à t et possédant un point F de la normale comme foyer. Le second foyer G de la conique, intersection des deux tangentes isotropes ne passant pas par F est bien déterminé.

Remplaçons F par G. Rien n'est changé à la conique: il y a donc involution entre F et G.

Supposons que F soit confondu avec S; la conique possède en ce point trois tangentes différentes: deux isotropes et la tangente donnée; elle dégénère donc en deux droites; le second foyer G est confondu avec le premier en S.