Interprétation probabiliste de la loi de Weber et de celle des centrations relatives

Autor(en): **Piaget, Jean**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Archives des sciences physiques et naturelles**

Band (Jahr): **25 (1943)**

PDF erstellt am: **21.07.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-742351

De même que sous (A) on connaît les distributions des expressions $\bar{\xi}$ et $\bar{\eta}$: ce sont des distributions semi-normales. Compte tenu des constantes, on obtient pour distribution simultanée de ξ, η, qui sont, elles aussi, indépendantes, la fonction de fréquence:

$$\frac{(1-\rho)^{\frac{n-1}{2}}}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}\,\bar{\xi}^{\frac{n-1}{2}-1}\,e^{-(1-\rho)\bar{\xi}}\cdot\frac{(1+\rho)^{\frac{n-1}{2}}}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}\,\bar{\eta}^{\frac{n-1}{2}-1}\,e^{-(1+\rho)\bar{\eta}}\,.$$

La fonction de fréquence de v, s'obtient donc comme celle de z, en appliquant la formule (2) et le résultat se déduit de (3) en substituant, dans celle-ci, v à z et $n-1$ à n.

Dans les deux cas, on retrouve, exclusivement par des changements de variables, les distributions que Wishart et Bartlett [1] ont établie en passant par les fonctions caractéristiques.

En outre, la propriété qui permet de déduire la distribution de v de celle de z, en substituant $n-1$ à n, apparaît comme une conséquence de la propriété classique, tout à fait analogue, selon laquelle la distribution de

$$\Sigma\left(x_i-\frac{\Sigma x_i}{n}\right)^2 \text{ se déduit de celle de } \Sigma x_i^2\,,$$

(les x_i étant indépendamment et normalement distribuées), par la même substitution, de $n-1$ à n.

Jean Piaget. — *Interprétation probabiliste de la loi de Weber et de celle des centrations relatives.*

La loi de Weber exprime le fait que la sensation s'accroît en progression arithmétique lorsque l'excitant est modifié en progression géométrique: la sensation constitue ainsi le logarithme de l'excitation. Il nous a semblé qu'une telle loi

[1] Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, *28*, 455-9, 1932.

devait comporter une interprétation probabiliste, le facteur multiplicatif propre à l'excitant pouvant consister en un jeu de combinaisons entre les points de comparaison réels ou possibles.

I. Il faut d'abord comprendre que la loi de Weber constitue un cas particulier d'une loi plus générale, tout au moins dans le domaine des perceptions visuelles que nous avons étudiées. Soient deux segments de droite contigus, A de 100 mm et A′ de longueur voisine. La loi de Weber, au sens strict, exprime que le seuil différentiel (= la plus petite différence perceptible entre A et A′) est de valeur proportionnelle aux grandeurs en jeu: si ce seuil est de — 2 mm (A′ = 98 mm) pour A = 100, il sera donc de — 0,2 mm pour A = 10 mm, etc. Or, selon la notation que nous avons utilisée antérieurement [1], ce seuil d'égalité (= zone d'égalisation illusoire) constitue un primat de la ressemblance sur la différence: $\mathcal{R} > - \mathcal{D}$. Lorsque A et A′ sont de longueurs distinctes (par exemple A constant de 100 mm et A′ variant entre 1 et 98 mm ou entre 102 et 200 mm) il faut au contraire s'attendre à une illusion de contraste, $\mathcal{D} > - \mathcal{R}$, le plus grand des deux termes dépréciant le plus petit. C'est bien ce que l'expérience confirme. Il convient donc de formuler une loi embrassant à la fois le seuil de Weber ($\mathcal{R} > - \mathcal{D}$) et les déformations par contraste ($\mathcal{D} > - \mathcal{R}$) qui sont également proportionnelles aux grandeurs en jeu.

Nous appellerons « loi des centrations relatives » cette relation générale et l'expliquerons d'abord qualitativement comme suit. Lorsque le regard est centré sur A, il surestime cet élément proportionnellement à sa longueur et dévalue A′ en fonction du rapport A′/A; lorsqu'il y a centration sur A′, l'inverse se produit. Si A et A′ sont perceptivement distincts, la déformation de A sera donc fonction de la différence de ces deux surestimations de sens contraires, d'où l'effet de contraste ($\mathcal{D} > - \mathcal{R}$). Si A et A′ (< A) sont de grandeurs voisines, la fixation sur A′ (par exemple 98 mm) le fera voir $\geqslant$ A et la centration sur A fera voir l'inverse: il y aura alors balancement

[1] Voir C. R. séances Soc. Phys. et Hist. nat. Genève, *59*, 72, 1942.

entre deux jugements contradictoires (cf. la résonance en physique), d'où l'égalisation perceptive (seuil d'égalité).

II. Traduisons maintenant ce schéma en un système de combinaisons probables. Supposons A et A′ formés d'un certain nombre de points de fixations possibles répartis à distances égales les uns des autres, soit par exemple 10 points pour A et de 0 à 10 points pour A′ et raisonnons sur $A' = 3$. En associant chacun des 10 points de A à chacun des 3 points de A′, on aura AA′ associations, soit $3 \times 10 = 30$. De ces 30 associations, certaines ont lieu entre points de A et de A′ correspondant bi-univoquement entre eux, soit A'^2 $(3 \times 3 = 9)$ et certaines autres entre les points de A′ et les points non correspondants de A, soit $(A - A')\,A'$ $(7 \times 3 = 21)$. Appelons les premières: associations de ressemblances (Ass. $\mathcal{R}$), et les secondes: associations de différence (Ass. $\mathcal{D}$). On aura donc:

$$\text{Ass.}\,\mathcal{R} = A'^2/AA' \quad \text{et} \quad \text{Ass.}\,\mathcal{D} = (A - A')\,A'/AA' \qquad (1)$$

d'où

$$\frac{A'^2}{AA'} + \frac{(A - A')\,A'}{AA'} = \frac{AA'}{AA'} = 1\ . \qquad (2)$$

Si la perception effectuait toutes ces associations, il n'y aurait pas d'illusion et l'on aurait toujours : $\mathcal{R} = -\,\mathcal{D}$ ou Ass. $\mathcal{R}$ + Ass. $\mathcal{D} = 1$.

Mais 1° quelques associations seulement sont effectuées parmi les possibles; 2° si $A > A'$ (en dehors du seuil) alors A attire davantage le regard et il y aura plus d'Ass. $\mathcal{D}$ que ne le veut la proportion (2); 3° en outre, chaque déplacement du regard entraîne un « transport » perceptif de A′ sur A ou de A sur A′: en plus des associations précédentes, il interviendra aussi des associations de A avec son symétrique « transporté », soit $A \times A = A^2$, de même que $A' \times A' = A'^2$.

On aura donc, pour les déformations $\mathcal{D} > -\,\mathcal{R}$, le résultat réel:

$$\text{Ass.}\,\mathcal{D}\ (\text{réelles}) = \frac{(A - A')\,A'}{AA'} + P_{\mathcal{D}}$$

$$\text{et} \quad \text{Ass.}\,\mathcal{R}\ (\text{réelles}) = \frac{A'^2}{AA'} - P_{\mathcal{D}} \qquad (3)$$

ou, si $A' > A$:

$$\frac{(A' - A)A}{AA'} + P_{\mathcal{D}} \quad \text{et} \quad \frac{A^2}{AA'} - P_{\mathcal{D}} \,. \tag{3 bis}$$

III. Quant à $P_{\mathcal{D}}$, on peut concevoir cet excédent (transformation non compensée) comme présentant une probabilité: *a*) directement proportionnelle à $(A - A')\,A'$; *b*) inversément proportionnelle non seulement à AA' mais encore à A^2 ou A'^2 (associations entre le plus grand terme A ou A′ et son symétrique transporté); *c*) directement proportionnelle au rapport de l'élément A (si c'est lui dont on mesure la déformation) et le tout $A + A'$, soit $A^2/(A + A')^2$. La raison du carré A^2 vient d'être indiquée. Quant à $(A + A')^2$, on a $(A + A')^2 = (AA' + A^2) + (AA' + A'^2)$ c'est-à-dire le total des associations par transport de A sur A′ et de A′ sur A.

On aura donc:

$$P_{\mathcal{D}} = \left(\frac{(A - A')A'}{AA' + A^2} \times \frac{A^2}{(A + A')^2}\right) \text{ ou } \left(\frac{(A' - A)A}{AA' + A'^2} \times \frac{A^2}{(A + A')^2}\right). \tag{4}$$

Dans le cas où A est inséré entre deux A′ de même valeur, on a $2\,AA'$ et $(A + 2\,A')^2$ aux dénominateurs. En ce cas les *maxima* théoriques sont d'environ $A' = A/6$ et $A' = 1{,}5/A$, ce qui correspond assez exactement aux données expérimentales (par exemple dans l'illusion de Delbœuf). Pour un A′ simple, les *maxima* théoriques sont de $A' = A/4$ et $A' = 1{,}55\,A$: la confirmation empirique est également satisfaisante.

La déformation générale de A doit alors s'exprimer comme suit:

$$P_{\mathcal{RD}}(A) = 1 - \frac{(A - A')A'}{AA'} - \frac{A'^2}{AA'} + P_{\mathcal{D}} \quad \text{si} \quad A > A' \tag{5}$$

et

$$P_{\mathcal{RD}}(A) = 1 - \frac{(A' - A)A}{AA'} - \frac{A^2}{AA'} + P_{\mathcal{D}} \quad \text{si} \quad A < A' \,. \tag{5 bis}$$

En dehors du seuil, cette égalité se réduit donc à:

$$P_{\mathcal{RD}}(A) = 0 + P_{\mathcal{D}} = P_{\mathcal{D}} \,. \tag{5 ter}$$

IV. Au seuil d'égalité, les Ass. $\mathcal{D}$ deviennent par contre très peu probables sous l'effet de la ressemblance des dimensions de A et de A', et tendent vers 0. On a alors, par annulation de

$$\frac{(A - A')\,A'}{AA'} \quad \text{et de} \quad P_{\mathcal{D}}\,:$$

$$P_{\mathcal{R}\mathcal{D}}(\text{A au seuil}) = 1 - \frac{A'^2}{AA'} = 1 - \frac{A'}{A} \quad \text{si} \quad A > A' \;; \qquad (6)$$

et

$$P_{\mathcal{R}\mathcal{D}}(\text{A au seuil}) = 1 - \frac{A}{A'} \quad \text{si} \quad A < A'\,. \qquad (6\ bis)$$

ce qui constitue bien l'expression de la loi de Weber puisque cette proportion reste constante quelles que soient les valeurs absolues de A et de A'.

Le facteur de proportionnalité propre à la loi de Weber se réduit ainsi sans plus à des rapports multiplicatifs de probabilités et c'est ce qui explique la forme logarithmique que prend cette relation.

Université de Genève,
Laboratoire de Psychologie expérimentale.

Pierre Balavoine. — *Sur une teneur anormale du lait en matières minérales.*

La teneur globale en matières minérales du lait de vaches est connue pour être l'un de ses composants les plus constants, sauf dans les cas pathologiques. On admet en particulier que la nourriture n'a aucune influence sur la quantité totale des sels minéraux, ni sur la proportion de ceux-ci. Cette fixité est remarquable quand on fait ce dosage sur le mélange des laits de centaines et de milliers de vaches, où les petites différences particulières se compensent. Tel est le cas de nos centres de ramassage à Genève où l'on dispose de bassins de 7 à 9000 litres. Or, nous avons pu constater, au cours de l'hiver 1942-1943, une diminution caractéristique en sels minéraux. Cette anomalie provient très certainement de l'alimentation défectueuse due à la sécheresse de l'automne 1942. La récolte