Constantes universelles : unités naturelles et invariance relativiste

Autor(en): **Mercier, André**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Archives des sciences physiques et naturelles**

Band (Jahr): **25 (1943)**

PDF erstellt am: **21.07.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-742366

Les brèches nummulitiques reposant sur les calcaires du Sénonien renferment des éléments contenant une partie de la faune microscopique sénonienne que nous n'avons pas encore étudiée en détail.

3. PIERRE-CARRÉE, au-dessus de Solalex. — Dans le Cénomanien inférieur (0 m 60), tout à fait à la base, on trouve *Turrilites Bergeri* Brong., *Turrilites costatus* Lamarck, *Schloenbachia varians* Sow., et une pauvre microfaune. *Globotruncana apenninica* Renz apparaît vers le sommet du Cénomanien inférieur.

Le Cénomanien supérieur (2 m 40) montre une microfaune qui augmente de plus en plus en quantité et est caractérisée par *Globotruncana apenninica* Renz, et au sommet par *Globotruncana Renzi* Gandolfi.

On passe ensuite à un calcaire plus clair devenant rapidement sublithographique, d'une épaisseur d'environ 4 m, qui présente une microfaune très riche d'âge sénonien. On y trouve en effet *Globotruncana Linnei* var. *angusticarinata* Gandolfi à la base et des formes bicarénées, petites et grandes, telles que *G. Linnei* d'Orb., *G. ventricosa* White, *G. canaliculata* Reuss, etc. Par endroit des *Lagena* forment la presque totalité de la microfaune. Des traînées sidérolithiques sont observables tout à fait au sommet de ces niveaux qui sont surmontés par des calcaires nummulitiques.

Université de Genève.
Laboratoire de Géologie.

Séance du 2 décembre 1943.

André Mercier. — *Constantes universelles, unités naturelles et invariance relativiste.*

Dans une Note précédente [1], nous avons donné des raisons d'ordre épistémologique de rechercher une nouvelle constante universelle, partant, comme l'a fait Planck [2], de l'hypothèse que *quatre* unités suffisent pour exprimer les relations physiques.

[1] André MERCIER, *Constantes universelles.* C. R. séances Soc. Phys. et Hist. nat. Genève, *60*, 214, 1943.

[2] Max PLANCK, *loc. cit.*, Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung, 2e éd., § 164, Leipzig, 1913.

Ce faisant, nous avons, volontairement, passé sous silence les difficultés, très actuelles, de l'introduction d'une cinquième unité relative à l'existence de la matière électrisée. Les uns proposent de convenir du choix d'une unité de résistance, d'autres préconisent le choix de la perméabilité μ_0 du vide; Sommerfeld [1] propose d'introduire la charge électrique comme notion indépendante, du point de vue dimensionnel, à côté de trois notions mécaniques (et nous ajoutons à côté de quatre: trois notions mécaniques et une thermodynamique). Comme il le déclare formellement dans son mémoire (voir *Zusammenfassung*, p. 818), Sommerfeld propose ce choix pour des raisons *pratiques*. Nous ne pouvons cependant nous empêcher de soupçonner qu'il a aussi des raisons théoriques de le faire.

Le choix de la charge rencontre notre approbation, sans qu'une contradiction se présente avec les propositions émises dans notre Note précédente. En effet, bien que nous ayons déclaré dans cette Note que la *charge de l'électron* ne se prête pas au choix d'une unité naturelle, à cause de la relation $e^2 \Big/ \frac{h}{2\pi} c = 1/137$ et du fait que la charge apparaît comme caractéristique d'une interaction, ces déclarations ne sont vraies que pour autant qu'on se contente de trois dimensions mécaniques pour construire l'électrodynamique, alors que du moment où l'on en ajoute une quatrième, par exemple la charge, la constante de la structure fine, comme le montre Sommerfeld *(loc. cit.)*, doit s'écrire $e^2/4\pi\varepsilon_0 \frac{h}{2\pi} c = 1/137$ (ε_0 étant la « constante diélectrique du vide »), et la force de Coulomb par exemple $q_1 q_2/4\pi\varepsilon_0 d^2$, dans le vide. Si l'on a déjà choisi $\frac{h}{2\pi}$ et c pour mesures universelles élémentaires, on peut choisir aussi e; cela fixe alors ε_0, « 137 » étant un nombre pur, et comme alors $\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} = 1/c$ (éq. (12) de Sommerfeld, *loc. cit.*), la perméabilité μ_0 du vide est aussi fixée. Dans ces conditions, ce n'est plus la charge qui est caractéristique de l'interaction électrique, mais c'est ε_0 qui en mesure l'intensité.

[1] A. Sommerfeld, Physikal. Ztsch., *36*, 814, 1935.

Une charge (celle de l'électron) étant choisie comme unité, ε_0 et $\frac{1}{\mu_0}$ se calculent numériquement, apparaissant comme des constantes universelles ayant les dimensions suivantes:

$$[\varepsilon_0] = (\text{Charge})^2\,(\text{Energie})^{-1}\text{L}^{-1}\ ,$$

$$\left[\frac{1}{\mu_0}\right] = (\text{Charge})^2\,(\text{Energie})^{-1}\text{L}^{-1}\,(\text{Vitesse})^2\ .$$

Nous envisageons ε_0 et $\frac{1}{\mu_0}$ et non pas ε_0 et μ_0, à cause de la parenté relativiste entre le champ électrique $\vec{\text{E}}$ et l'induction magnétique $\vec{\text{B}}$, et entre le déplacement $\vec{\text{D}}$ et le vecteur magnétique $\vec{\text{H}}$, qui se retrouve aussi dans l'expression de la force de Lorentz $q\left(\vec{\text{E}} + \frac{\vec{v} \times \vec{\text{B}}}{c}\right)$, q étant une charge. Du point de vue théorique (relativiste), il serait préférable d'écrire

$$\vec{\text{D}} = \varepsilon^+ \vec{\text{E}} \quad (\varepsilon^+ \equiv \varepsilon)\ , \qquad \vec{\text{H}} = \mu^+ \vec{\text{B}} \quad \left(\mu^+ \equiv \frac{1}{\mu}\right)\ .$$

D'ailleurs, en général, ε^+ et μ^+ ne sont pas des coefficients scalaires, mais des *tenseurs* (de l'espace newtonien à *trois* dimensions), dont le déterminant n'est pas nul, de sorte que μ est le tenseur inverse $(\mu^+)^{-1}$ de μ^+. Cela nécessite que ε_0^+ et μ_0^+ soient aussi des tenseurs (diagonaux, multiples de l'unité); ε_0^+ et μ_0^+ ne sont donc pas des invariants de l'espace-temps. Les valeurs numériques que leur attribuent divers observateurs galiléens sont malgré cela les mêmes, car elles ressortent de la comparaison, dans le vide, des deux tenseurs F_{ik} et H_{ik} de Weyl [1].

Quant à la résistance ohmique, Weyl [2] écrit

$$s_i + u_i\,(s_k u^k) = \sigma \text{F}_{ik} u^k\ , \qquad (1)$$

s_i étant le vecteur du courant et u^k le vecteur d'univers de la matière électrisée. Dans (1), σ est la même constante matérielle pour tous les observateurs et se confond avec la conductibilité

[1] Voir H. WEYL, *Raum, Zeit, Materie*, 4[e] éd., p. 174, Berlin 1921.
[2] *Loc. cit.*, p. 174.

spécifique pour des vitesses nulles; la *résistance* ohmique d'un objet donné se calcule par une intégrale dans le système galiléen lié à cet objet, de sorte que la résistance, bien que ne pouvant pas, tout comme ε_0^+, μ_0^+, être traitée d'invariant vis-à-vis des transformations de Lorentz, a quand même, comme ε_0^+ ou μ_0^+, les mêmes valeurs numériques pour tous les observateurs galiléens. Cela ressort d'ailleurs aussi de l'équation de dimensions donnée par Sommerfeld

$$[\text{Résistance}] = \left[\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\right] = \frac{\text{Puissance . T}^2}{(\text{Charge})^2},$$

qui apparaît, au point de vue des dimensions, comme le rapport d'une action (invariant relativiste selon Planck) à une charge au carré (également invariante). La résistance ohmique se présente donc un peu comme une grandeur au repos privilégiée, et pour cette raison les auteurs qui proposent de la prendre pour notion électromagnétique indépendante à côté de trois (quatre) autres ne font pas de proposition absurde au point de vue relativiste (sans y prendre garde peut-être). Mais à notre point de vue, la résistance étant une propriété de la matière résultant d'une interaction, et la loi d'Ohm n'ayant qu'une valeur de première approximation, nous ne saurions admettre le choix de la résistance comme notion indépendante.

Les grandeurs ε_0^+, μ_0^+, la « résistance » particulière $R_0 = 1/\sqrt{\varepsilon_0^+ \mu_0^+}$, et toute autre combinaison sont des constantes universelles. Nous allons les répartir, à côté de la charge *e*, selon la classification de notre Note précédente en constantes d'interaction et constantes de l'expression des schémas constructifs. On pourrait être tenté de définir ε_0^+ et μ_0^+ comme étant les valeurs de ε^+ et de μ^+ lorsque la matière devient infiniment ténue. Cependant cela ne va pas, car l'introduction des constantes ε^+, μ^+ présuppose la connaissance de ε_0^+ et de μ_0^+. Ces dernières ne sont pas des grandeurs-limites, mais des constantes inhérentes à la description du comportement de l'électricité. Il n'y a pas de raison de préférer le choix de ε_0^+ à celui de μ_0^+. Au cours des transformations de Lorentz,

$\vec{E}$ et $\vec{B}$ se transforment l'un dans l'autre, de même $\vec{D}$ et $\vec{H}$; il conviendrait donc de choisir une constante qui soit symétrique en ε_0^+ et μ_0^+, donc une puissance quelconque du produit $\varepsilon_0^+ \mu_0^+$. La racine

$$\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0^+ \mu_0^+}} = R_0$$

a les dimensions d'une résistance ohmique, mais ce n'est pas une résistance ordinaire, puisqu'elle est inhérente à la description du comportement de l'électricité.

Toutes les résistances ohmiques matérielles, comme toutes les constantes diélectriques et toutes les susceptibilités magnétiques réciproques sont des multiples des valeurs élémentaires R_0, ε_0^+ et μ_0^+, qu'on ne devrait pas appeler résistance du vide, constante diélectrique du vide et perméabilité magnétique réciproque du vide, afin d'éviter l'emploi du mot de *vide* qu'il est impossible de définir, de même qu'il serait préférable de ne pas appeler vitesse de la lumière dans le vide, mais par exemple vélocitance du champ électromagnétique la constante c. Prenant c pour unité, on mesurerait par exemple les vitesses en nombre de velox (1 velox $\equiv c$). Prenant R_0, ε_0^+ ou μ_0^+ comme unité, on mesurerait par exemple les résistances en résistons, les constantes diélectriques en polarons et les perméabilités magnétiques réciproques en perméons. Le calcul donnerait alors 1 ohm $= 10^{-3}\sqrt{\frac{8,859}{1,2560}}$ résiston $= 0,002656$ résiston.

Il se peut qu'une grandeur telle que R_0, ε_0^+, μ_0^+ ... soit commode à employer comme unité, dans la pratique. Mais nous préférerions, pour diverses raisons, choisir pour unité naturelle (universelle et élémentaire) une charge électrique, à savoir e. La première raison est que la charge est un véritable invariant de la Relativité restreinte. La seconde est que ε_0^+, μ_0^+ ou R_0 sont des mesures élémentaires de l'interaction de la matière électrisée. Ainsi ces constantes ont une certaine analogie avec celle de la gravitation, et si l'on s'étonne de ne pouvoir pousser cette analogie jusqu'à faire passer la masse d'une particule élémentaire au rang d'unité naturelle, comme nous le faisons de la charge de l'électron, qu'on se rappelle tout d'abord qu'il semble n'exister que les deux charges élémentaires $\pm e$, alors qu'il existe plusieurs masses élémentaires, — ensuite qu'une phase nouvelle (et à découvrir) de la physique théorique devrait rendre compte de l'existence de plusieurs états de masse et éventuellement des deux électricités, et que peut-être une masse élémentaire unique se présentera comme dépendant des constantes alors connues, — et enfin que l'interaction électromagnétique semble bien exister dans le domaine élémentaire microcosmique, ce qu'on ne peut pas affirmer de la gravitation qui n'est peut-être que l'effet statistique d'une certaine interaction des ensembles de très nombreux systèmes microcosmiques, nucléaires ou autres (ceci sous toute réserve, en particulier à cause du postulat d'Einstein sur l'équivalence de la masse inerte et de la masse gravitative).

Une troisième raison, et la plus importante au point de vue de la Note précédente, de prendre une charge pour unité naturelle, réside dans les faits suivants. On postule deux principes de conservation, pour la charge et pour l'énergie. Le principe de conservation de l'énergie (compte tenu de l'équivalence entre la masse et l'énergie) est de nature tensorielle plus élevée que celui de la conservation de la charge, différence qui est peut-être en relation avec le fait qu'il n'existe que les charges élémentaires $\pm e$ tandis qu'il existe plusieurs masses élémentaires. La grandeur invariante qui est liée à la conservation de l'énergie-masse (à part le contenu total de l'univers en énergie-masse) a les dimensions d'une pression; elle se prêterait éventuellement à la définition d'une nouvelle unité naturelle. La grandeur invariante liée à la conservation de la charge est la charge elle-même. Or les équations de Maxwell, qui introduisent, sans autre définition, les notions des vecteurs $\vec{E}$, $\vec{B}$, $\vec{D}$, $\vec{H}$ et celle de la charge (à côté des notions supposées déjà connues de la dynamique), assurent automatiquement la conservation de cette charge. Mais l'électrodynamique n'est applicable que si l'on ajoute à ces équations la loi de force de Lorentz (au sens d'une loi d'interaction), les équations de Maxwell ne formant, en qualité de postulats, que le *schéma constructif* de l'électrodynamique. Ces équations, qu'on écrira (par exemple pour le vide, mais tout en gardant la différence entre $\vec{B}$ et $\vec{H}$, $\vec{E}$ et $\vec{D}$):

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \ , \quad \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \nabla \times \vec{E} = 0 \ , \qquad (a)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \ , \quad \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} - \nabla \times \vec{H} = -\vec{j} \ , \qquad (b)$$

ne contiennent ni ε_0^+, ni μ_0^+. Aucune des grandeurs cinématiques ou mécaniques qu'elles permettent de construire, ne contient ε_0^+ ni μ_0^+ (densité d'énergie $\vec{E} \cdot \vec{D}$, $\vec{B} \cdot \vec{H}$, flux $\frac{1}{c}\vec{E} \times \vec{H}$, chaleur de Joule $\vec{E} \cdot \vec{j}$), pas même la force de Lorentz

$$\vec{F} = q\left(\vec{E} + \frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B}\right) ,$$

ce qui paraît, à première vue, singulier. Par contre, aussitôt que l'on veut exprimer le comportement de la matière, on doit introduire ε_0^+, μ_0^+ ou telle ou telle de leurs combinaisons, sans quoi les paires $(\vec{E}, \vec{B})$ et $(\vec{D}, \vec{H})$ seraient totalement étrangères l'une à l'autre puisque les équations (a) ne contiennent que la première paire, et que les équations (b) ne contiennent que la seconde à côté de la charge. D'ailleurs, puisque la charge n'apparaît que dans les équations (b) et la paire $(\vec{E}, \vec{B})$ dans les équations (a), et que la loi de force de Lorentz contient la charge et la paire $(\vec{E}, \vec{B})$, c'est que cette loi contient *implicitement* une constante du type ε_0^+, μ_0^+, etc. Donc ε_0^+, μ_0^+ sont des constantes d'interaction.

* * *

Pour conclure cette Note ainsi que la précédente, nous dirons que des considérations sur l'épistémologie et sur l'invariance relativiste des notions physiques suggèrent l'emploi des constantes universelles suivantes comme unités naturelles au sens de Planck *(loc. cit.)* :

$$c \ , \ e \ , \ k \ , \ h \ ,$$

et une cinquième constante encore inconnue.

Université de Berne.
Séminaire de Physique théorique.