

Zeitschrift: Archives des sciences physiques et naturelles
Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève
Band: 26 (1944)

Artikel: Sur la décomposition spectrale des opérateurs hermitiens
Autor: Wavre, Rolin
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-742724>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 04.05.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Nous espérons que des tirages à part de notre analyse partielle et sommaire pourront parvenir dans son camp à M. Mitrovitch.

Rolin Wavre. — *Sur la décomposition spectrale des opérateurs hermitiens.*

Dans des notes précédentes j'ai montré qu'il existe un nombre l lié à chaque élément x d'un espace E de von Neumann, qui satisfait à la condition suivante avec les notations classiques, A étant un opérateur hermitien borné :

$$\lim_{r \rightarrow +\infty} \frac{\|A^r(x)\|}{\lambda^r} = \begin{cases} +\infty & \text{si } \lambda < l \\ \text{fini} & \text{si } \lambda \geq l \end{cases} \quad (1)$$

En plus, on montre que la fonctionnelle $l(x)$ est semi-continue inférieurement. Appelons alors, E_μ l'ensemble des éléments de E dont le l est inférieur ou égal à μ , c'est un sous-espace (variété linéaire fermée) qui est invariant par A . Nous désignerons aussi par $E_\mu(y)$, la projection d'un élément y quelconque sur E_μ . Le projecteur E_μ est hermitien comme l'on sait et l'on a

$$AE_\mu(y) = E_\mu Ay.$$

Relativement à deux valeurs quelconques μ et $\mu + \Delta\mu$, on définit un opérateur $E_{\Delta\mu}$ qui est orthogonal à E_μ , c'est un procédé classique employé par Hilbert et R.-F. Riesz :

$$E_\mu E_{\Delta\mu} = 0.$$

Tout élément z de E se laisse ainsi décomposer en projecteurs orthogonaux

$$z = \int_0^{+\infty} dE_\mu(z)$$

et l'on a pour l'opérateur $A^2(z)$, qui est défini positif

$$A^2 z = \int_0^{+\infty} A^2 dE_\mu(z).$$

Mais on montre, d'autre part, que les inégalités suivantes sont valables

$$\mu^2 E_{\Delta\mu}(z) \leq A^2 E_{\Delta\mu}(z) \leq (\mu + \Delta\mu)^2 E_{\Delta\mu}(z) .$$

Donc

$$A^2 z = \int_0^{+\infty} \mu^2 dE_{\mu}(z) .$$

Ensuite, par des artifices, un peu long à résumer ici, on peut écrire :

$$Az = \int_{-\infty}^{+\infty} \mu dE_{\mu}(z) , \quad (2)$$

ce qui fournit la décomposition spectrale de Az . Cette méthode extrêmement rapide est fondée, comme on le voit, uniquement sur la distribution asymptotique (1) des normes des itérés des différents éléments. L'inverse, à savoir déduire (1) de (2) ne ferait aucune difficulté.

Ernest-C.-G. Stueckelberg. — *Principe de correspondance d'une mécanique asymptotique classique.*

Pendant ces dernières années, différentes recherches ont donné des résultats qui montrent que le continu espace-temps est doué d'une structure atomique analogue à la composition du continu matériel par ses molécules ou, mieux encore, parallèle à la structure imposée par la nature quantique de l'énergie-quantité de mouvement.

On a pu démontrer (Wentzel [1]¹, Dirac [2] et l'auteur [3, 11]) que l'équation de mouvement de l'électron ponctuel (qte. de mouvement $\pi^\alpha(\lambda) = m\dot{z}^\alpha(\lambda)$, événement $x^\alpha = z^\alpha(\lambda)$) établie

¹ Pour la littérature, voir la communication suivante de Stueckelberg et Bouvier.