

Zeitschrift: Archives des sciences physiques et naturelles
Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève
Band: 26 (1944)

Artikel: Le freinage de radiation de l'électron de Dirac en mécanique asymptotique
Autor: Stueckelberg, Ernest-C.-G. / Bouvier, Paul
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-742727>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 04.05.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Ernest-C.-G. Stueckelberg et Paul Bouvier. — *Le freinage de radiation de l'électron de Dirac en mécanique asymptotique.*

Certains auteurs (Heitler [8], Gora [9], Wilson [10]) ont traité le freinage de radiation de l'électron de Dirac par les méthodes de la mécanique rationnelle quantifiée, en y supprimant les termes divergents. Pourtant, ils n'ont pas pu montrer que cette soustraction des termes infinis, analogue à celle que Dirac introduisit en théorie classique [2], est une soustraction invariante. Nous avons essayé de traiter ce problème en nous servant de la mécanique asymptotique¹. Par analogie complète avec l'« électrodynamique longitudinale » [6], la matière sera décrite par le spineur complexe (2.9) ω_A ($A = 1, \dots, 4$) [7] et le champ électromagnétique par le quadrivecteur (1.9) φ_α . L'opérateur α de (2.6)¹ s'exprime alors par

$$\alpha = \varepsilon^2 \int (dx)^4 \omega_{A'''}^* \gamma^{\alpha' A'' A'''} \varphi_{\alpha'} \text{ret}_{A'' A'} (\varphi_\alpha \gamma^{\alpha A' A} \omega_A) \quad (3.1)^{[7]}$$

où

$$\text{ret}_{A'' A'} \rho^{A'}(x) = (\gamma^\alpha \partial_\alpha + m \xi)_{A'' A'} \int (dx')^3 \int_{-T}^{x^4} dx'^4 D^{(0)}(x/x') \rho^{A'}(x').$$

En première approximation ($\varepsilon^2 \rightarrow 0$) la probabilité de transition s'exprime en termes de la matrice

$$\alpha(\mu'/\mu) = 2\pi \delta(\omega' - \omega) A^{(1)}(\mu'/\mu) \quad (3.2)$$

($h\omega = h\mu^4 + hk^4$ et $h\omega' = \dots$, énergies dans l'état initial (μ) et dans l'état final (μ')) par la section différentielle d'efficacité

$$dQ^{(1)} = \frac{V^2(\mu'^4)^2}{(2\pi)^2} d\Omega' |A^{(1)}(\mu'/\mu)|^2 \left(\frac{d\omega'}{d\mu^4}\right)^{-1}. \quad (3.3)$$

Celle-ci mesure la probabilité pour que le photon $\vec{\omega}$ soit réfléchi dans une direction $\vec{\mu}'$ contenue dans l'élément d'angle solide

¹ Voir communications précédentes.

$d\Omega'$. En tenant compte des termes d'ordre supérieur, on montre que (3.3) reste valable si l'on substitue pour α en (3.2) la matrice S de (2.6). Cette dernière peut être définie par la somme

$$i(S - 1)(\mu' / \mu) = (\alpha + g_1 \alpha^2 + g_2 \alpha^3 + \dots)(\mu' / \mu) = g(\alpha)(\mu' / \mu) . \quad (3.4)$$

Dans le cas du « modèle classique » discuté en [6], la série (3.4) a des coefficients $g_n = \left(-\frac{i}{2}\right)^n$; (3.4) est dans ce cas particulier la solution de l'équation intégrale trouvée par Heitler [8], Gora [9] et Wilson [10]. Avec nos symboles, cette équation s'écrit:

$$(S - 1)(\mu' / \mu) = \alpha(\mu' / \mu) - \frac{i}{2} \Sigma''(S - 1)(\mu' / \mu'') \alpha(\mu'' / \mu) . \quad (3.5)$$

Pour évaluer l'approximation (3.3) (formule de Klein-Nishina), on rend linéaire en $\gamma^{\alpha A' A}$ le carré de module $A^{(1)}(\mu / \mu')^* A^{(1)}(\mu' / \mu)$ (sommé sur les spins de l'état final) de la matrice

$$A^{(1)}(\mu' / \mu) = i(2(\mu^4 \mu'^4)^{1/2} V^2)^{-1} \delta(\vec{k} + \vec{\mu} / \vec{k}' + \vec{\mu}') \pi_A'^* F^{A' A} \pi_A a_+'^* c'^* a_+ c . \quad (3.6)$$

Pour calculer la section d'efficacité dQ sans approximation, on doit substituer en (3.3) à $A^{(1)}$ la matrice $A(\mu' / \mu)$ définie par $(S - 1)(\mu' / \mu) = 2\pi \delta(\omega' - \omega) A(\mu' / \mu)$, qui est une série qui contient toutes les puissances de $F^{A' A}$; une linéarisation en $\gamma^{\alpha A' A}$ n'est plus possible. Pourtant, dans l'approximation non relativiste ($|\vec{k}| m^{-1} \ll 1$), on déduit facilement la relation classique avec $\eta(\alpha) = 1 + \eta_1 \alpha + \dots$ $\xi(\alpha) = 1 + \dots$ de (1.1)

$$\frac{dQ}{dQ^{(1)}} = \frac{1}{\eta(2\lambda_0 \mu^4)^2 + (\lambda_0 \mu^4 \xi(2\lambda_0 \mu^4))^2} = |g(2\lambda_0 \mu^4)|^2 . \quad (3.7)$$

Un autre cas-limite à envisager est l'approximation relativiste extrême, pour autant qu'on ne s'intéresse qu'à la section totale $Q = \int dQ$. Si, dans cette approximation ($\hbar \mu^4 \gg mc^2$),

nous nous plaçons dans le système de Lorentz où $\vec{k} = -\vec{\mu}$,
une fonction du type

$$f(z) = \frac{1}{4}(z+1)(z^2+2z+5) \left[z+1 + \frac{1}{2} \left(\frac{m}{\mu^4} \right)^2 \right]^{-2},$$

$$z = (\vec{\mu}'', \vec{\mu}) (\mu''^4 \mu^4)^{-1} = \cos \vartheta'' \quad (3.8)$$

interviendra dans les intégrations successives (3.4) de l'élément diagonal:

$$Q = \frac{V}{2T} (S-1)^2 (\mu/\mu) = \frac{V^2}{(2\pi)^2} \int d\Omega'' (\mu''^4)^2 A(\mu/\mu'')^* A(\mu''/\mu) \left(\frac{d\omega''}{d\mu''^4} \right)^{-1}. \quad (3.9)$$

Afin d'évaluer les séries (3.4) et (3.9), nous avons approché la fonction (3.8) de deux façons différentes. Nous posons une première fois (avec $\gamma = m/\mu^4$)

$$f_{(0)}(z) = \log \gamma; \quad \alpha(\mu'/\mu) = \text{const. } \delta(\mu'/\mu) \quad (3.10a)$$

en négligeant ainsi la dépendance angulaire, et, comme autre approximation, nous prenons

$$f_{(1)}(z) = 2 \log \gamma \cdot \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{1}{\pi} \left(\frac{\sin \gamma(z+1)}{z+1} \right)^2 \quad (3.10b)$$

(donc, ici, $\alpha(\mu'/\mu) \rightarrow \text{const. } \delta(z+1)$ pour $\gamma \rightarrow \infty$). La fonction $f_{(1)}(z)$ accentue le maximum de $f(z)$ pour $z = -1$. Les deux approximations satisfont naturellement à la condition

$$\int_{-1}^{+1} dz f_{(i)}(z) = \int_{-1}^{+1} dz f(z).$$

L'approximation $f_{(0)}(z)$ donne un résultat analogue à (3.7)

$$\frac{Q}{Q^{(1)}} = g(\varepsilon^2 \sqrt{\log \gamma}) \rightarrow 0 \quad \text{pour } \gamma \rightarrow \infty. \quad (3.11)$$

Pour le « modèle classique », où $g_n = \left(-\frac{i}{2}\right)^n$, cette expression coïncide avec le résultat obtenu par Wilson [10].

L'approximation (3.10 b) donne une série plus compliquée, du type

$$\frac{Q}{Q^{(1)}} = a(\varepsilon^4 \gamma^{-1} \log \gamma) + \frac{\sin 2\gamma}{2\gamma} \varepsilon^2 \sqrt{\frac{\log \gamma}{\gamma}} b(\varepsilon^4 \gamma^{-1} \log \gamma) \quad (3.12)$$

où $a(\alpha^2) = a_0 + a_2 \alpha^2 + \dots$ et $b(\alpha^2)$ sont des séries en $\varepsilon^4 \gamma^{-1} \log \gamma$ définies en termes des g_n , respectivement des η_n et ξ_n de (1.1).

Pour le « modèle classique », ce rapport a la forme

$$\frac{Q}{Q^{(1)}} = \frac{1 + \varepsilon^4 \pi^2 (2\gamma)^{-1} \log \gamma}{(1 - \varepsilon^4 \pi^2 (2\gamma)^{-1} \log \gamma)^2} \rightarrow 1 \text{ pour } \gamma \rightarrow \infty. \quad (3.13)$$

BIBLIOGRAPHIE

1. WENTZEL, Zs. f. Phys. 86, 479 et 635 (1934).
2. DIRAC, Proc. Roy. Soc. 167, 148 (1938).
3. STUECKELBERG, Nature 144, 118 (1939); Helv. Phys. Acta 14, 51 (1941). Des idées analogues ont été prononcées par BOPP (Ann. d. Phys. 38, 435 (1940) et 42, 573 (1943)) et par LANDÉ et THOMAS (Phys. Rev. 60, 514 (1941)). Mais leurs résultats contiennent des contradictions très sérieuses (rayonnement d'énergie négative).
4. DIRAC, Comm. Dublin Inst. Adv. Studies A, 1 (1943). PAULI (exposé des idées de M. Dirac), Rev. Mod. Phys. 15, 175 (1943).
5. HEISENBERG, Zs. f. Phys. 120, 513 et 673 (1943).
6. STUECKELBERG, Helv. Phys. Acta 16, 427 (1943), 17, 3 (1944) et Nature 53, 143 (1944).
7. Pour la notation spinorielle voir STUECKELBERG, Arch. Sc. Phys. Nat. Genève 24, 261 (1942) et 25 (1943).
8. HEITLER, Proc. Camb. Phil. Soc. 37, 291 (1941) (éq. (f) et (g), p. 295).
9. GORA, Zs. f. Phys. 120, 121 (1943) (éq. (18), p. 130).
10. WILSON, Proc. Camb. Phil. Soc. 37, 301 (1941) (éq. (45), p. 312).
11. Les formules seront publiés en Helv. Phys. Acta 17 (1944).