

Zeitschrift: Archives des sciences physiques et naturelles
Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève
Band: 27 (1945)

Artikel: Sur l'équation de Chasles
Autor: Rossier, Paul
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-742523>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 05.05.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

formation qui, vu l'altitude de ses affleurements, nous semble un peu plus récente que l'alluvion ancienne de la plaine. Nous verrions dans celle de la Côte un faciès plus morainique et plus latéral; peut-être est-ce déjà un type de moraine latérale.

*Laboratoire de Géologie.
Université de Genève.*

En fin de séance, M. Charles JUNG présente un rapport: M. le Dr Olivier fait hommage à la Société d'un article dont il est l'auteur, publié dans la *Revue médicale romande*. M. le Dr Olivier y rappelle que c'est au médecin Mayor que l'on doit la découverte des battements du cœur du fœtus dans le sein maternel; cette belle découverte a été communiquée pour la première fois par son auteur dans une séance de notre Société, le 1^{er} octobre 1818, comme l'a montré l'examen des procès-verbaux des séances de cette époque.

Séance du 15 novembre 1945.

Paul Rossier. — *Sur l'équation de Chasles.*

Considérons une droite dont les points sont repérés au moyen d'une échelle continue et supposons que chacun d'eux soit bien déterminé au moyen d'un paramètre. Soient a, b, c les valeurs de ce paramètre relatives à trois de ses points A, B et C.

La distance de deux points A et B est une fonction à deux variables, soit $f(a, b)$.

L'équation de Chasles est la suivante:

$$f(a, b) + f(b, c) = f(a, c) . \quad (1)$$

Proposons-nous de préciser la forme de la fonction f , autant que le permet l'équation (1).

Superposons B et C, c'est-à-dire faisons $b = c$; il vient

$$f(a, b) + f(b, b) = f(a, b) \quad \text{donc} \quad f(b, b) = 0 .$$

L'équation de Chasles implique la nullité de la distance d'un point à lui-même.

Superposons A et C, ou posons $a = c$:

$$f(a, b) + f(b, a) = f(a, a) = 0 .$$

Si l'on permute les extrémités d'un segment, sa longueur change de signe.

Supposons maintenant que la fonction f possède des dérivées partielles des deux premiers ordres. Comme point C, choisissons un point correspondant à la valeur $c = b + e$ du paramètre. L'équation s'écrit

$$f(x, y) = \varphi(x) - \psi(y) .$$

Développons selon Taylor. Après réduction et simplification par e , il reste

$$\frac{\partial f(b, b)}{\partial y} = \frac{\partial f(a, b)}{\partial y} .$$

La dérivée partielle de f , prise par rapport à y est indépendante de x . On a donc

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 0 ,$$

ou

$$f(x, y) = \varphi(x) + \psi(y) ,$$

où φ et ψ sont deux fonctions arbitraires. $f(a, a) = 0$ donne $\varphi(a) + \psi(a) = 0$.

On a enfin

$$f(x, y) = \varphi(x) - \varphi(y) .$$

Réciproquement, toute fonction de cette forme satisfait à l'équation de Chasles. Telle est donc la forme la plus générale de l'expression de la distance. Il serait facile de passer au cas des angles.

Les géométries non euclidiennes de Cayley et de Poincaré définissent les distances par le logarithme d'un rapport anharmonique des deux extrémités du segment considéré et des deux points à l'infini de la droite qui les porte. Il est facile de

voir que cette fonction est bien de la forme ci-dessus. On sait par ailleurs que, en se basant sur les propriétés du mouvement, Lie a démontré que la seule fonction pouvant donner satisfaction est celle de Cayley¹.

Kurt-H. Meyer et Peter Gürtler. — *La constitution de la lichénine et de l'isolichénine.*

La lichénine, un des polysaccharides de la mousse d'Islande (*Cetraria islandica*) a déjà fait l'objet de nombreux travaux. On sait qu'elle est composée uniquement de restes de glucose, liés entre eux par des liaisons β -glucosidiques; par hydrolyse partielle on peut obtenir du cellobiose — disaccharide de base de la cellulose — dans lequel les deux restes de glucose sont joints par une liaison β 1, 4. Par méthylation, suivie de scission hydrolytique, Karrer² obtint du 2, 3, 6 triméthylglucose. Ces observations chimiques sont en faveur d'une constitution égale ou peu différente de celle de la cellulose, c'est-à-dire une chaîne glucosidique avec des liaisons β 1, 4. Par contre, les propriétés physiques diffèrent nettement de celles de la cellulose: cette dernière est cristallisée et insoluble dans l'eau, la lichénine est amorphe et soluble dans l'eau chaude.

Pour expliquer cette contradiction, nous avons étudié les produits de la méthylation suivie d'hydrolyse. Nous avons isolé 0,6% de tétraméthylglucose (Hess³ a trouvé 0,86%), ce qui démontre un très faible pourcentage de groupes terminaux; la lichénine ne peut être que très peu ou pas du tout ramifiée. Parmi les sucres triméthylés, nous avons pu isoler — conformément aux observations de Karrer — le 2, 3, 6 triméthylglucose en quantité considérable. Le 2, 3, 4 triméthylglucose est absent, car l'oxydation à l'acide périodique n'a pas donné de formaldéhyde, produit d'oxydation des sucres libres en 6. Par contre, il y a du 2, 4, 6 triméthylglucose

¹ CLEBSCH, *Vorlesungen über Geometrie*, II, 1, p. 461, Leipzig, 1891.

² P. KARRER et K. NISHIDA, *Helv. Chim. Acta*, 7, 363 (1924).

³ K. HESS et W. LAURIDSEN, *B.* 73, 115 (1940).