

Zeitschrift: Archives des sciences [1948-1980]
Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève
Band: 2 (1949)

Artikel: Le théorème d'adiabatie dans le formalisme canonique homogène
Autor: Werfell, Arnold / Mercier, André
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-739780>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 05.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

D'autre part, l'état physiologique des plantes d'expériences et la période de l'année au cours de laquelle les expériences sont effectuées jouent un rôle déterminant.

L'acide nicotinique et la nicotinamide interviennent certainement comme précurseurs de la codéhydrase I. L'action de cette dernière peut certainement être mise en relation avec sa fonction de transporteur d'hydrogène. Le mécanisme de l'action reste à élucider.

Ces recherches ont été effectuées avec l'aide de la « Fritz-Hoffmann Stiftung zur Förderung wissenschaftlicher Arbeitsgemeinschaften in der Schweiz », à laquelle nous exprimons notre reconnaissance.

*Université de Berne.
Institut et Jardin botaniques.*

Arnold Werfeli et André Mercier. — *Le théorème d'adiabatie dans le formalisme canonique homogène.*

1. Des travaux précédents ¹ ayant fait emploi du formalisme canonique homogène, et d'autres ² ayant insisté sur une nécessité d'ordre statistique dans l'obtention du procédé canonique de quantification, il importe de savoir si le formalisme homogène est compatible avec l'expression du théorème d'adiabatie qui, de la mécanique, ouvre le passage autant vers la théorie quantique que vers la thermodynamique.

2. *Transformations canoniques homogènes* ³. — Ayant conjugué à la $(f + 1)^{\text{ième}}$ coordonnée q_{f+1} ($\equiv t$, temps) un moment

¹ A. MERCIER et E. KEBERLE, *Arch. des Sciences*, 2, 186, 1949.
A. MERCIER, *Arch. des Sciences*, 2, 403, 1949.

² E. KEBERLE, *Helv. Phys. Acta*, 22, 627, 1949.
A. MERCIER, pour paraître dans les Proc. Amsterdam Academy.

³ Les éléments de départ du calcul se trouvent par exemple dans les articles de NORDHEIM et FUES, *Handbuch der Physik*, herausg. v. Geiger & Scheel, V, Berlin, 1927.

p_{f+1} , on a des équations canoniques homogènes

$$\begin{cases} q'_\alpha = \lambda [q_\alpha, \mathfrak{H}] = \lambda \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial p_\alpha} \\ p'_\alpha = \lambda [p_\alpha, \mathfrak{H}] = -\lambda \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial q_\alpha} \end{cases} \quad (1)$$

($\lambda = q'_{f+1} = \frac{dt}{ds}$, s = variable indépendante,
 $[q_\alpha, \mathfrak{H}]$: parenthèse homogène de Poisson)

en vertu d'une condition

$$\int \sum_1^{f+1} p_\alpha q'_\alpha ds = \text{extremum}$$

avec la condition accessoire

$$\mathfrak{H}(p, q) \equiv H(p_1 \dots p_f, q_1 \dots q_f, t) + p_{f+1} = 0$$

où $q = [q_\alpha]$ désigne l'ensemble des q_α . Lors d'une transformation canonique homogène, la forme différentielle

$$\sum_1^{f+1} p_\alpha \delta q_\alpha \quad (\text{avec } \mathfrak{H} \equiv H + p_{f+1} = 0)$$

se transforme en

$$\sum_1^{f+1} P_\alpha \delta Q_\alpha + \delta \Phi \quad (\text{avec } \overline{\mathfrak{H}} \equiv \overline{H} + P_{f+1} = 0) .$$

Pour un système multipériodique en s , on peut passer à des coordonnées angulaires ω_α et variables d'action J_α . Pour cela, on cherche une intégrale $S(q, \omega)$ de l'équation d'Hamilton homogène

$$\mathfrak{H}\left(\left[\frac{\partial S}{\partial q_\alpha}\right], q\right) = \overline{\mathfrak{H}}(J), \quad \text{avec } J_\alpha = \oint p_\alpha dq_\alpha = \oint \frac{\partial S}{\partial q_\alpha} dq_\alpha .$$

S est de ce fait aussi la fonction de transformation grâce à laquelle on passe, au moyen de

$$p_\alpha = \frac{\partial S}{\partial q_\alpha}, \quad J_\alpha = -\frac{\partial S}{\partial \omega_\alpha},$$

des équations (1) aux équations

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega'_\alpha = \bar{\lambda} [\omega_\alpha, \bar{\mathfrak{H}}] = \bar{\lambda} \frac{\partial \bar{\mathfrak{H}}}{\partial J_\alpha} = q'_{f+1} \nu_\alpha \quad (\nu_\alpha = \text{const.}) \\ J'_\alpha = -\bar{\lambda} [J_\alpha, \bar{\mathfrak{H}}] = 0 \end{array} \right. \quad (2)$$

D'ailleurs, en calculant ω'_α et J'_α à partir de $\omega_\alpha = \omega_\alpha(q, p)$ et de $J_\alpha = J_\alpha(q, p)$ et tenant compte du fait que les parenthèses de Poisson sont des invariants des transformations canoniques, on vérifie que $\bar{\lambda} = \lambda$. On s'en assure aussi en remarquant que

$$\bar{\lambda} = \frac{d\omega_{f+1}}{ds} = \lambda \nu_{f+1} = \lambda.$$

car la période en t ($= q_{f+1}$) est la même que celle en s (correspondance biunivoque de s et de t).

On a alors, en intégrant (2),

$$\begin{aligned} \omega_\alpha &= q_{f+1} \nu_\alpha + \delta_\alpha = t \nu_\alpha + \delta_\alpha, \\ J_\alpha &= \text{const.} \end{aligned}$$

3. *Invariance adiabatique*¹. — Soit un système mécanique soumis à une perturbation représentée par le paramètre extérieur $a = a(t) = a(t[s]) = a(s)$. Une modification adiabatique ne doit avoir aucune relation avec les périodes du système non perturbé; elle doit être assez lente pour qu'au cours d'un laps de temps $t_2 - t_1$ fini bien qu'arbitrairement grand, $a(t_2 - t_1)$ reste fini. Le système étant multipériodique dans un certain domaine de variation de a , mais à a constant, on peut employer les variables d'action. $\mathfrak{H}$ est alors une fonction:

$$\mathfrak{H} \left(\left[\frac{\partial S}{\partial q_\alpha} \right], q, a \right),$$

la fonction de transformation: $S^* = S(q, \omega, a)$, et la transformation fournit un $\bar{\mathfrak{H}} = \bar{\mathfrak{H}}^*$ valant

$$\bar{\mathfrak{H}}^* = \bar{\mathfrak{H}}(J, a) = \bar{\mathfrak{H}}(J) + \frac{\partial S^*}{\partial s} = \bar{\mathfrak{H}} + \frac{\partial S^*}{\partial a} a'$$

¹ Nous nous inspirons de la démonstration reproduite dans l'ouvrage de M. BORN, *Vorlesungen über Atommechanik*, Berlin, 1925, § 10.

(car $\frac{\partial S^*}{\partial s}$ n'a lieu que par l'intermédiaire de $a(s)$). Les nouvelles équations canoniques s'écrivent

$$\omega'_\alpha = \bar{\lambda} \frac{\partial \bar{\mathfrak{H}}^*}{\partial J_\alpha} = \bar{\lambda} \left[\frac{\partial \bar{\mathfrak{H}}}{\partial J_\alpha} + \frac{\partial}{\partial J_\alpha} \frac{\partial S^*}{\partial a} a' \right],$$

$$J'_\alpha = - \bar{\lambda} \frac{\partial \bar{\mathfrak{H}}^*}{\partial \omega_\alpha} = - \bar{\lambda} \left[\frac{\partial \bar{\mathfrak{H}}}{\partial \omega_\alpha} + \frac{\partial}{\partial \omega_\alpha} \frac{\partial S^*}{\partial a} a' \right] = - \bar{\lambda} \frac{\partial}{\partial \omega_\alpha} \left(\frac{\partial S^*}{\partial a} \right) a'.$$

La modification subie par J_α dans l'intervalle $t_2 - t_1$ vaut

$$J_\alpha^{(2)} - J_\alpha^{(1)} = - \int_{s_1}^{s_2} \bar{\lambda} \frac{\partial}{\partial \omega_\alpha} \left(\frac{\partial S^*}{\partial a} \right) a' ds.$$

Or du fait que la modification adiabatique est « lente » (en t , donc en s) et indépendante des périodes, on peut faire passer a' devant l'intégrale, et du fait que $\bar{\lambda} = \lambda$, il vient

$$J_\alpha^{(2)} - J_\alpha^{(1)} = - a' \int_{s_1}^{s_2} \frac{\partial}{\partial \omega_\alpha} \left(\frac{\partial S^*}{\partial a} \right) \frac{dt}{ds} ds = - a' \int_{t_1}^{t_2} \frac{\partial}{\partial \omega_\alpha} \left(\frac{\partial S^*}{\partial a} \right) dt.$$

Puis, S^* étant multipériodique, $\frac{\partial S^*}{\partial a}$ l'est aussi; l'intégrand est alors une série de Fourier, et l'estimation de l'intégrale, qui se fait par un procédé connu, fournit

$$J_\alpha^{(2)} - J_\alpha^{(1)} \simeq a' \dot{a} (t_2 - t_1) = \lambda \dot{a}^2 (t_2 - t_1),$$

qui tend vers zéro pour toute valeur non divergente de λ et pour tout intervalle $(t_2 - t_1)$ fini.

Donc les J_α du formalisme homogène sont des invariants adiabatiques.

*Université de Berne,
Séminaire de Physique théorique.*