Sur la logique des propositions

Autor(en): **Piaget, Jean**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Archives des sciences [1948-1980]**

Band (Jahr): **3 (1950)**

Heft 2

PDF erstellt am: **22.07.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-739441

doubles est telle que les tangentes en l'un d'eux touchent la courbe en des points alignés sur l'autre, il en est de même pour le second et la courbe est conchoïdale.

Justifions enfin le terme de conchoïdal: la conchoïde de Nicomède est conchoïdale relativement à son pôle et à une paire de bases constituée par sa propre base et la droite impropre du plan.

En *séance particulière*, M. Albert Carozzi est élu Membre ordinaire de la Société.

Jean Piaget. — *Sur la logique des propositions* [1].

I. Considérons d'abord une seule proposition p. Selon que cette proposition est affirmée (p) ou niée ($\bar{p}$), quatre cas sont possibles eu égard à l'opération additive ($\vee$):

$$(o \vee o)\,; \quad (p \vee o)\,; \quad (\bar{p} \vee o)\,; \quad (p \vee \bar{p})\ . \tag{1}$$

On peut alors dresser une table à double entrée:

$$\begin{array}{cc} o & p \\ \bar{p} & (p \vee \bar{p}) \end{array} \ . \tag{2}$$

On constate que les termes soutenant entre eux une symétrie centrale sont inverses (N) les uns par rapport aux autres: p et $\bar{p}$; o et $(p \vee \bar{p})$ (= tout).

De plus les diagonales ╱ et ╲ présentent respectivement les propriétés R = N et R = 1, donc C = 1 et C = N. En effet, $\bar{p}$ est à la fois la réciproque et l'inverse de p; et $(p \vee \bar{p})$, qui est sa propre réciproque R, est à la fois l'inverse N et la corrélative de (o).

[1] Pour le symbolisme employé et les définitions de R, N et C, voir notre communication du 3 mars 1949 (*Arch. Sc.*, *2*, 179, 1949) et notre *Traité de Logique* (Colin). Nous remercions vivement notre collègue Ammann de ses utiles indications au sujet de la présente communication.

II. Examinons maintenant le cas de deux propositions p et q. La proposition q donne lieu, en vertu de (2), aux quatre possibilités o; q; $\bar{q}$ et $(q \vee \bar{q})$. Multiplions alors ces quatre cas par p et par $\bar{p}$ (conjonction: .). On aura donc:

$$p \cdot (o)\,; \quad p \cdot (\bar{q})\,; \quad p \cdot (q)\,; \quad p \cdot (q \vee \bar{q})\;, \tag{3}$$

$$\bar{p} \cdot (o)\,; \quad \bar{p} \cdot (q)\,; \quad \bar{p} \cdot (\bar{q})\,; \quad \bar{p} \cdot (q \vee \bar{q})\;. \tag{4}$$

Disposons maintenant ces deux suites (3) et (4) selon les deux dimensions d'une table à double entrée et faisons correspondre à chaque terme de (3) sa réciproque R en (4). Additionnons en outre, sur chaque point d'interférence de la table, les termes correspondants de (3) et de (4). On aura ainsi 16 possibilités:

$$\begin{array}{llll} o & p \cdot \bar{\ } & p \cdot q & p\,[q] \\ \bar{p} \cdot q & p \mathrel{\mathrm{W}} q & q\,[p] & p \vee q \\ \bar{p} \cdot \bar{q} & \bar{q}\,[p] & p = q & q \supset p \\ \bar{p}\,[q] & p/q & p \supset q & p * q\;. \end{array} \tag{5}$$

On reconnaît les 16 opérations binaires de la logique bivalente des propositions. On constate en outre que:

1° Chaque opération est le produit additif $(\vee)$ des termes correspondants appartenant aux côtés supérieur et gauche du carré. Par exemple: $(p \mathrel{\mathrm{W}} q) = (p . \bar{q}) \vee (\bar{p} . q)$;

2° Chaque opération est le produit multiplicatif (.) des termes correspondants appartenant aux côtés inférieur et droite du carré. Par exemple: $(p \mathrel{\mathrm{W}} q) = (p \vee q) \,.\, (p \,/\, q)$;

3° Les symétriques par rapport au centre sont les inverses (N) les uns des autres: par exemple $(\bar{p} . \bar{q})$ et $(p \vee q)$;

4° Les symétriques diagonales / sont réciproques (R): par exemple $(\bar{p} . \bar{q})$ et $(p . q)$;

5° Les symétriques \ sont corrélatifs (C): par exemple $(\bar{p} . q)$ et $(p \supset q)$;

6° Les termes appartenant à la diagonale / présentent les propriétés $\mathrm{R} = \mathrm{N}$ et $\mathrm{C} = 1$;

7° Les termes appartenant à la diagonale \ présentent les propriétés $\mathrm{R} = 1$ et $\mathrm{C} = \mathrm{N}$;

8° Lorsqu'une opération 5 résulte de la réunion de deux autres, x et y, on a alors $(\bar{x} . \bar{y}) = (\bar{z})$. Soit:

$$\text{Si } x \vee y = z\,, \text{ alors } \bar{x} . \bar{y} = {}^{-}\,. \tag{6}$$

Par exemple, si

$$\text{si } (p . \bar{q}) \vee (\bar{p} . q) = (p \mathbin{\mathrm{W}} q), \quad \text{alors} \quad (p \supset q) . (q \supset p) = (p = q)\,.$$

III. Considérons maintenant trois propositions p, q et r. On aura donc pour q et r 16 possibilités (5). Multiplions les par p et $\bar{p}$:

$$\begin{gathered} 0;\ p . (q . r);\ p . (q . \bar{r});\ p . (\bar{q} . r);\ p . (\bar{q} . \bar{r});\ p . \bar{q}[r];\ p . q[r]; \\ p . r[q];\ p . (q = r);\ p . (q \mathbin{\mathrm{W}} r);\ p . \bar{r}[q];\ p . \bar{q}[r];\ p . (q \vee r); \\ p . (r \supset q);\ p . (q \supset r);\ p . (q/r);\ p . (q * r) \end{gathered} \tag{7}$$

et

$$\begin{gathered} 0;\ \bar{p} . (\bar{q} . \bar{r});\ \bar{p} . (\bar{q} . r);\ \bar{p} . (q . \bar{r});\ \bar{p} . (q . r);\ p . q[r];\ \bar{p} . \bar{r}[q]; \\ \bar{p} . (q = r);\ \bar{p} . (q \mathbin{\mathrm{W}} r);\ \bar{p} . r[q];\ \bar{p} . q[r];\ \bar{p} . (q/r);\ \bar{p} . (q \supset r); \\ \bar{p} . (r \supset q);\ \bar{p} . (q \vee r);\ \bar{p} . (q * r)\,. \end{gathered} \tag{8}$$

On peut alors construire une table à double entrée selon le même principe que (5) mais avec $16 \times 16 = 256$ combinaisons. Cette table présentera les mêmes propriétés 1° à 8° que (5).

IV. Avec quatre propositions, il suffira de multiplier les 256 opérations ternaires q, r, s par p et $\bar{p}$ pour obtenir de même une table à double entrée de $256 \times 256 = 65.536$ possibilités, qui présentera les mêmes propriétés; etc.

V. Ces tables constituent simultanément des groupes, des réseaux et des groupements selon que l'on envisage les seules transformations 1RNC, les emboîtements (bornes supérieures: $\vee$; et inférieures: .), ou que l'on combine le groupe et les emboîtements en un système unique. En particulier, les côtés supérieur et gauche, générateurs de la table, constituent chacun un système dichotomique simple ou vicariant (groupements de classification).