Zeitschrift: Archives des sciences [1948-1980]

Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève

Band: 6 (1953)

Heft: 3

Artikel: Construction de courbes de genre un au compas : au moyen de la transformation quadratique

Autor: Rossier, Paul

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-740007

Séance du 7 mai 1953.

M. Adrien Jayet, privat-docent à l'Université de Genève, présente devant la Société de Physique et d'Histoire naturelle une conférence intitulée: *Les glaciations et le monde organique* et illustrée de projections.

Séance du 21 mai 1953.

Paul Rossier. — *Construction de courbes de genre un au compas, au moyen de la transformation quadratique.*

Les cubiques et quartiques de genre un sont constructibles par points au compas. La transformation quadratique peut aussi être réalisée avec cet appareil; elle conserve le genre et parfois augmente l'ordre. Certaines courbes d'ordre supérieur sont donc constructibles au compas.

Transformons une cubique de genre un en plaçant zéro, un, deux ou trois points fondamentaux sur la courbe. On obtient ainsi une sextique ayant trois points triples, une quintique ayant un point triple et deux points doubles, une quartique ayant deux points doubles ou une cubique sans point multiple.

Le procédé s'applique encore à d'autres courbes: supposons donnée une courbe d'ordre n, de genre un, dont on connaît les trois points multiples d'ordres maximum a, b et c. Faisons une transformation quadratique dont ces points sont les points fondamentaux: on obtient une courbe d'ordre $m = 2n - a - b - c$. Si celle-ci est constructible, la proposée l'est aussi, en inversant la transformation précédente. Le tableau suivant donne quelques cas particuliers simples:

n	a	b	c	m
4	2	2	1	3
5	2	2	2	4
5	3	2	1	3
6	3	3	3	3
6	3	3	2	4
6	3	2	2	5
6	4	2	2	4

Nous trouvons une nouvelle construction de la quartique de genre un. Sont constructibles au compas, les points multiples étant connus, toutes les quintiques de genre un et les sextiques ayant au moins un point triple. La liste peut facilement être prolongée: il suffit, par exemple, que m soit égal ou inférieur à 5 pour que la transformée soit constructible.

Il existe des courbes de genre un sur lesquelles le procédé échoue: par exemple les sextiques qui n'ont que des points doubles sont transformées en des courbes d'ordre au moins égal à six.

Sur les courbes obtenues, on peut répéter la transformation et obtenir ainsi des courbes d'ordres élevés. Par exemple, à partir d'une quintique, on construit les courbes du tableau suivant:

Ordre	Nombre de points multiples d'ordre			
	5	4	3	2
10	3	—	—	5
9	1	2	—	5
8	—	2	1	5
7	—	—	3	5
6	—	—	1	6

Paul Rossier. — *Une classification partielle de certaines courbes transcendantes planes et extensions diverses.*

Soient X et Y les coordonnées d'un point dans un système de coordonnées non cartésien, polaires par exemple. Lions X et Y par une équation algébrique. On obtient en général une courbe transcendante dont les propriétés sont de deux espèces. Les unes tiennent à la fonction choisie tandis que les autres sont dépendantes du système de coordonnées.

Par exemple, deux courbes représentées par des fonctions d'ordre m et n possèdent mn systèmes de solutions communes: à chacun d'eux correspond un système de points d'intersection des deux courbes. Le nombre de points constituant tel système est une propriété du système de coordonnées.