Séance du 5 novembre 1953

En séance publique, M. Georges-J. Béné, docteur ès sciences, présente une conférence intitulée: *Alignement et polarisation des noyaux atomiques.*

Séance du 19 novembre 1953

Paul Rossier. — *Hyperespace, pression de radiation et radiateur intégral.*

Proposons-nous d'étendre à l'hyperespace quelques raisonnements classiques de la théorie du rayonnement. Comme dans l'espace ordinaire, un flux d'énergie rayonnante de densité γ qui atteint un hyperplan parfaitement réfléchissant sous l'incidence φ exerce sur lui une pression de radiation

$$p(\varphi) = 2\gamma \cos^2 \varphi \ .$$

Si le rayonnement est isotrope, la pression de radiation élémentaire dp, due au rayonnement $d\gamma$ qui provient d'un hyperangle solide élémentaire est

$$dp = 2\,d\gamma \cos^2 \varphi \ .$$

Soit m le nombre de dimensions de l'espace: le rayonnement qui atteint le miroir sous l'incidence φ traverse la limite d'une hypersphère à $m - 1$ dimensions de rayon $\sin \varphi$. Si le rayonnement est isotrope, le rapport de la densité élémentaire d'énergie $d\gamma$ au rayonnement total γ est égal à celui de la limite de cette hypersphère, multipliée par la largeur élémentaire $d\varphi$, à celle de l'hypersphère unité à m dimensions.

L'aire d'une hypersphère de rayon R, à m dimensions est

$$S_m = \frac{2\pi^{\frac{m}{2}} R^{m-1}}{\Gamma\left(\frac{m}{2}\right)} \ .$$

$\Gamma(x)$ est la fonction eulérienne.

Après quelques simplifications, il vient

$$\frac{d\gamma}{\gamma} = \frac{\Gamma\left(\frac{m}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{m-1}{2}\right)\sqrt{\pi}} \sin^{m-2}\varphi \, d\varphi \; .$$

Calculons le rapport $K = p/\gamma$ de la pression de radiation à la densité d'énergie. Intégrant sur une demi-hypersphère unité, il vient

$$K = \frac{2\,\Gamma\left(\frac{m}{2}\right)}{\sqrt{\pi}\,\Gamma\left(\frac{m-1}{2}\right)} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{m-2}\varphi \cos^2\varphi \, d\varphi \; .$$

L'intégration donne les résultats suivants. Avec $m = 2q + 1$, donc impair,

$$K = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2q-1)}{2^{q-1}(q-1)\,!} \left(\frac{1}{3} - \frac{q-1}{1 \cdot 5} + \frac{(q-1)(q-2)}{2\,!\;7} - \cdots\right),$$

et, pour $m = 2q$, donc pair,

$$K = \frac{(q+1)(q+2)\cdots(2q-2)}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2q-3)\,2^q} \; .$$

Pour de petites valeurs de m, le calcul numérique donne

$$Km = 1 \; .$$

Une étude plus poussée des deux fonctions K montrerait probablement que cette règle est générale, à cause de la présence de groupes de facteurs entiers ou impairs consécutifs. Posons donc

$$p = \frac{\gamma}{m} \; .$$

Une démonstration classique, basée sur les deux principes de la thermodynamique montre que le rayonnement d'un radiateur intégral est proportionnel à la puissance $1 + \frac{1}{K}$ de la température. Dans l'hyperespace, cet exposant est supérieur d'une unité au nombre de dimensions.

Contrairement à toute thermodynamique saine, imaginons un radiateur intégral à une température inférieure au zéro absolu. Dans un espace à un nombre impair de dimensions, le corps rayonnerait de l'énergie et verrait sa température décroître indéfiniment. On aurait ainsi une source gratuite d'énergie, de puissance indéfiniment croissante.

Dans un espace à un nombre pair de dimensions, le corps rayonnerait une puissance négative; il verrait sa température tendre asymptotiquement vers le zéro absolu. On imagine mal un radiateur intégral placé dans le vide et en soutirant de l'énergie. Y a-t-il là une raison à l'imparité du nombre de dimensions de notre espace physique ?

Paul Rossier. — *Sur les congruences de droites et les congruences de normales.*

On sait que toute congruence de droites peut être considérée comme l'ensemble des droites tangentes à deux surfaces. Les points de contact d'une droite de la congruence avec ces deux surfaces (dites focales) sont appelés les foyers de la droite, tandis que les plans focaux sont les plans tangents des surfaces focales aux foyers.

Une classe de congruences est celle des normales à une surface, mais toute congruence n'est pas nécessairement une congruence de normales: il faut pour cela que les paires de plans focaux relatifs à une droite de la congruence soient rectangulaires. Nous nous proposons de donner une démonstration intuitive de cette propriété.

Soient d une droite de la congruence, σ et τ les surfaces focales, σ' et τ' les plans focaux de d. Coupons la figure par le plan focal σ': soit t la courbe d'intersection sur la seconde surface focale τ. Déplaçons infiniment peu la droite d dans le plan en restant tangente à t: elle continue à appartenir à la congruence; un point M de d décrit un arc t' de développante de la courbe t. Les positions de d occupées durant ce déplacement infinitésimal appartiennent à une surface développable.