Calcul des fonctions-source en diffusion de Ryleigh-Thomson

Autor(en): **Bouvier, Pierre**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Archives des sciences [1948-1980]**

Band (Jahr): **7 (1954)**

Heft 4

PDF erstellt am: **22.07.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-738930

CALCUL DES FONCTIONS-SOURCE EN DIFFUSION DE RAYLEIGH-THOMSON

PAR

Pierre BOUVIER

Les fonctions-source qui mesurent le rapport du coefficient d'émission à celui d'absorption dans le transfert du rayonnement à travers une atmosphère stellaire, sont évaluées ici en suivant un procédé de M. V. Kourganoff, pour le cas où le transfert s'effectue suivant une diffusion régie par la loi de Rayleigh-Thomson.

1. Cas simplifié où l'on néglige la polarisation.

En considérant un rayonnement non polarisé, diffusé d'après la loi correspondant à la fonction de phase

$$p(\cos \Theta) = \frac{3}{4}(1 + \cos^2 \Theta)$$

l'intensité émergeant à la surface $\tau = 0$ de l'atmosphère stratifiée en couches plan parallèles (τ étant la profondeur optique) et dans la direction $\theta = \cos^{-1} \mu$ a pour expression

$$I_n(0, \mu) = \frac{3}{4} F \left\{ \sum_{\alpha=1}^{n-1} \frac{(3 - \mu^2)\, x_\alpha L_\alpha}{x_\alpha + \mu} + \mu + Q \right\} \tag{1.1}$$

dans l'approximation d'ordre n de la méthode de Wick-Chandrasekhar [1]. F désigne le flux net (constant), L_α et Q sont n

[1] S. Chandrasekhar, *Ap. J.*, 100 (1944), 117.

constantes arbitraires à déterminer par la condition d'absence de rayonnement venant de l'extérieur et x_α sont les $n-1$ racines positives de l'équation caractéristique

$$T_n(x^2) = 1 - \frac{3}{8}x^2 \sum_{j=1}^{n} \frac{a_j(3-\mu^2{}_j)}{x^2-\mu^2{}_j} = O$$

où les μ_j sont les n racines positives du polynôme de Legendre de degré $2n$ et les a_j les poids relatifs à la formule de quadrature de Gauss, basée sur la subdivision par les μ_j de l'intervalle (0, 1).

Introduisant la fonction $H_n(\mu)$ définie à l'aide des racines μ_j et x_α par

$$H_n(\mu) = \frac{1}{\sqrt{0{,}3}} \frac{\prod_{1}^{n}(\mu+\mu_i)}{\prod_{1}^{n-1}(\mu+x_\alpha)}$$

nous pouvons transformer l'expression (1) en

$$I_n(0,\mu) = \frac{3}{4}F\sqrt{0{,}3}\left(1-\sum_{\alpha=1}^{n-1}x_\alpha L_\alpha\right)H_n(\mu) \qquad (1.2)$$

$$= \frac{3}{4}F\left(3\sum_{\alpha=1}^{n-1}L_\alpha + Q\right)H_n(\mu)$$

D'autre part, la fonction-source du problème a pour valeur, en n-ième approximation,

$$\mathcal{J}_n(\tau,\mu) = \frac{3}{4}F\left\{(3-\mu^2)\sum_{\alpha=1}^{n}L_\alpha e^{-\frac{\tau}{x_\alpha}} + \tau + Q\right\} \qquad (1.3)$$

Reprenant ici l'élégante méthode appliquée par V. Kourganoff à la diffusion isotrope [1], nous remarquerons d'abord, en comparant les formules (1.1) et (1.2) que $(3-x_\alpha^2)\,x_\alpha L_\alpha$ peut être regardé comme le résidu de la fonction (prolongée analytiquement dans le domaine complexe) $(3\sum_{\alpha=1}^{n-1}L_\alpha + Q)\,H_n(\mu)$

[1] V. Kourganoff, *Basic methods in transfer problems* (Oxford, 1952), § 27.3.

au pôle $\mu = -x_\alpha$; en conséquence, $L_\alpha e^{-\frac{\tau}{x_\alpha}}$ qui apparaît dans (1.3), sera le résidu en $\mu = -x_\alpha$ de la fonction

$$\varphi_n(\mu) = \left(3\sum_{\alpha=1}^{n-1} L_\alpha + Q\right) \frac{H_n(\mu)\, e^{\frac{\tau}{\mu}}}{(-\mu)(3-\mu^2)}$$

En vertu du théorème des résidus de Cauchy, la somme $\sum_{\alpha=1}^{n-1} L_\alpha e^{-\frac{\tau}{x_\alpha}}$ pourra s'exprimer par une intégrale dans le plan complexe

$$\sum_{\alpha=1}^{n-1} L_\alpha e^{-\frac{\tau}{x_\alpha}} = \frac{1}{2\pi i}\int_C \varphi_n(\mu)\, d\mu$$

pour toute valeur de n. Le contour C doit englober tous les pôles $-x_\alpha$, lesquels se trouvent dans l'intervalle $(0, -1)$ de l'axe réel, et exclure les singularités $\mu = 0$ et $\mu = -\sqrt{3}$ de $\varphi_n(\mu)$. Alors que l'exclusion du point $-\sqrt{3}$ est en quelque sorte automatique, il convient d'entourer l'origine par un petit cercle de rayon ε inférieur au plus petit des modules $|x_\alpha|$.

Eliminant $H_n(\mu)$ à l'aide de l'identité de Chandrasekhar

$$H_n(\mu)\, H_n(-\mu) = \frac{1}{T_n(\mu^2)}$$

nous aurons

$$\varphi_n(\mu) = -\frac{3\sum_{1}^{n-1} L_\alpha + Q}{\mu(3-\mu^2)} \frac{e^{\frac{\tau}{\mu}}}{H_n(-\mu)\, T_n(\mu^2)}$$

et passerons ensuite à la limite $n \longrightarrow \infty$. Alors $\varepsilon \longrightarrow 0$, et $I_n(0, \mu)$ devient [1]

$$I(0, \mu) = \frac{F}{2\alpha_1} H(\mu)$$

[1] S. Chandrasekhar, *Radiative transfer* (Oxford, 1950; abrégé *R.T.* par la suite), § 45.

où α_1 est le premier moment de la fonction H (μ), définie maintenant comme la solution (unique) de l'équation intégrale

$$H(\mu) = 1 + \mu H(\mu) \int_0^1 \frac{H(\mu') \psi(\mu')}{\mu + \mu'} d\mu' \tag{1.4}$$

où $\psi(\mu) = \frac{3}{16}(3 - \mu^2)$.

En outre, la forme limite de $T_n(\mu^2)$ s'écrit:

$$T(\mu^2) = 1 + \frac{3}{8}\mu^2 \int_0^1 \frac{(3 - z^2)\,dz}{z^2 - \mu^2} \tag{1.5}$$

Envisagée comme une fonction de la variable complexe μ, la fonction (1.5) apparaît multiforme et il faut en choisir une détermination particulière afin d'écarter toute ambiguité dans le passage à la limite $n \longrightarrow \infty$. Il est naturel d'adopter, avec V. Kourganoff, la détermination de (1.5) pour laquelle cette fonction est réelle sur l'axe réel en dehors de l'intervalle (— 1, 1). Posant alors

$$\arg(1 + \mu) = \theta' \qquad\qquad \arg(1 - \mu) = \theta''$$

nous trouvons, après intégration,

$$T(\mu^2) = 1 - \frac{3}{8}\mu^2 + \frac{3}{16}\mu(3 - \mu^2)\left\{\log\left|\frac{1-\mu}{1+\mu}\right| + i(\theta'' - \theta' + \pi)\right\} \tag{1.6}$$

et la forme limite de $\varphi_n(\mu)$ devient

$$\varphi(\mu) = -\frac{2}{3\alpha_1} \frac{e^{\frac{\tau}{\mu}}}{\mu(3 - \mu^2) H(-\mu) T(\mu^2)}$$

où $T(\mu^2)$ est la détermination (1.6).

Intégrons donc $\varphi(\mu)$ le long d'un contour allant de $-\varepsilon$ à -1 par le bord supérieur de la coupure $(0, -1)$, contournant le point -1 dans le sens positif et revenant à $-\varepsilon$ par le bord inférieur de la même coupure. Nous obtenons, en écrivant $\mu = - u$, une expression de la forme:

$$\sum_{\alpha=1}^{\infty} L_\alpha e^{-\frac{\tau}{x_\alpha}} = - \frac{1}{3\,\alpha_1} \int_0^1 \frac{e^{-\frac{\tau}{u}} du}{H(u)\, Z(u)} \tag{1.7}$$

où

$$Z(u) = \left[1 - \frac{3}{8}u^2 + \frac{3}{16}u\,(3 - u^2) \log \frac{1+u}{1-u}\right]^2 + \left(\frac{3\pi}{16}\right)^2 u^2\,(3 - u^2)^2$$

et nous parviendrons finalement à la valeur exacte de la fonction-source en substituant (1.7) dans (1.3) où la constante Q aura été remplacée par le rapport α_2/α_1 des moments d'ordre 2 et 1 de la fonction H (μ).

2. Remarques sur la diffusion isotrope avec absorption pure.

Nous savons que l'équation caractéristique de ce problème, où l'albedo ω est inférieur à l'unité, a pour expression [1]

$$T_n(x^2) = 1 - \omega x^2 \sum_{j=1}^{n} \frac{a_j}{x^2 - \mu_j^2} = 0 \tag{2.1}$$

et qu'elle possède n racines positives distinctes. Chassant les dénominateurs de (2.1), nous avons un polynôme de degré n en $x^2 = X$

$$R(X) - \omega X \sum_j a_j R_j(X) = 0$$

où

$$R(X) = \prod_1^n (X - M_j), \qquad R_j(X) = \prod_{k \neq j} (X - M_k), \qquad M_j = \mu_j^2$$

Ecrivant explicitement le premier et le dernier terme de ce polynôme ordonné suivant les puissances de X,

$$(1 - \omega)\, X^n + \cdots + (-1)^n M_1 M_2 \ldots M_n = 0$$

[1] *R.T.*, § 26.4.

nous tirons de là une relation entre les racines X_α de (2.1) et les racines μ_j à savoir

$$\frac{M_1 M_2 \dots M_n}{X_1 X_2 \dots X_n} = 1 - \omega \tag{2.2}$$

Le problème d'intérêt physique majeur, lorsque $\omega < 1$, est le plus souvent celui de la réflexion diffuse; l'intensité diffusée par réflexion à la surface $\tau = 0$ de l'atmosphère vaut:

$$\begin{aligned} I_n^{\text{refl.}}(0, \mu) &= \frac{\omega}{4} F \left\{ \sum_{\alpha=1}^{n} \frac{x_\alpha L_\alpha}{\mu + x_\alpha} + \frac{\gamma \mu_0}{\mu + \mu_0} \right\} \\ &= \frac{\omega}{4} F \frac{\mu_0}{\mu + \mu_0} H_n(\mu_0) H_n(\mu) \end{aligned}$$

si l'intensité incidente forme avec la normale aux plans de stratification l'angle $\cos^{-1} \mu_0$.

La fonction-source s'écrit ici:

$$\mathcal{J}_n(\tau) = \frac{\omega}{4} F \left\{ \sum_{\alpha=1}^{n} L_\alpha e^{-\frac{\tau}{x_\alpha}} + \gamma e^{-\frac{\tau}{\mu_0}} \right\} \tag{2.3}$$

Son rôle physique est moins important qu'il n'était dans le problème à flux net constant, mais ceci ne nous empêche pas de rechercher la forme exacte de (2.3) quand $n \longrightarrow \infty$, par la même méthode qu'au § 1.

En particulier, la constante γ s'obtient immédiatement en écrivant

$$\begin{aligned} \gamma \mu_0 &= \text{résidu en } \mu = -\mu_0 \text{ de la fonction } \frac{\mu_0}{\mu + \mu_0} H(\mu_0) H(\mu). \\ &= \mu_0 H(\mu_0) H(-\mu_0) = \frac{\mu_0}{T(\mu_0^2)} \end{aligned}$$

Parmi les n racines positives de (2.1), l'une d'entre elles, soit x_n, peut devenir, contrairement aux autres, supérieure à l'unité. En exprimant alors la somme $\sum_1^n L_\alpha e^{-\frac{\tau}{x_\alpha}}$ comme une intégrale complexe, nous devrons ajouter à une intégrale prise sur le contour entourant les points $-x_1, \dots, -x_{n-1}$ et excluant l'origine, le résidu relatif au pôle isolé $\mu = - x_n$. Nous n'allons pas reproduire ce calcul ici, car il se révèle identique à celui qu'avait effectué V. Kourganoff pour le problème, mathématiquement équivalent, de la formation des raies d'absorption [1] selon Eddington et Milne; nous nous bornerons à quelques remarques.

Démontrons que $(1 - \omega)^{-1}$ est une limite supérieure des racines de (2.1). En effet, les a_j étant tous $\geqslant 0$ et tels que $\sum_1^n a_j = 1$, les μ_j^2 étant d'autre part tous < 1, nous pouvons écrire l'inégalité

$$1 - \omega \sum_1^n \frac{a_j}{1 - \frac{\mu_j^2}{x^2}} > 1 - \omega \sum_1^n \frac{a_j}{1 - \frac{1}{x^2}} = 1 - \frac{\omega}{1 - \frac{1}{x^2}}$$

Or la valeur $\xi^2 = (1 - \omega)^{-1}$ annule le second membre de cette inégalité, de sorte qu'elle en rend positif le premier membre $T_n(\xi^2)$. Cependant, la fonction (2.1) est monotone croissante au-delà du dernier de ses pôles (soit μ_n) et jusqu'à l'infini; elle passe, dans cet intervalle (μ_n, ∞) de la valeur $-\infty$ à la valeur positive $1 - \omega$, de sorte qu'elle ne s'annulera plus, avant même que x^2 n'atteigne la valeur ξ^2.

Il résulte de là et de la relation (2.2), que nous aurons

$$\frac{M_1 M_2 \ldots M_n}{X_1 X_2 \ldots X_{n-1}} < 1$$

inégalité qui est à rapprocher du cas où le premier membre vaut 1/3, lorsque $\omega = 1$.

3. Cas général de la diffusion Rayleigh-Thomson avec flux net constant.

Ce problème, qui a été résolu complètement par S. Chandrasekhar en ce qui concerne les lois d'assombrissement [2], nous

[1] V. Kourganoff, *Ap. J.*, 113 (1951), 419.
[2] *R.T.*, § 68.

met en présence de deux intensités, $I_l(\tau, \mu)$ et $I_r(\tau, \mu)$ relatives aux radiations polarisées dans des directions respectivement parallèle et perpendiculaire au plan méridien contenant la direction d'émission. A la surface de l'atmosphère, nous avons en n-ième approximation les valeurs

$$I_l(0,\mu) = \frac{3}{8} F \left\{ \mu + Q + (1 - \mu^2) \sum_{\beta=1}^{n-1} \frac{\xi_\beta L_\beta}{\mu + \xi_\beta} + \sum_{\alpha=1}^{n} \frac{M_\alpha}{x_\alpha}(x_\alpha - \mu) \right\} \tag{3.1}$$

$$\xrightarrow[n\to\infty]{} \frac{3}{8} F \frac{q}{\sqrt{2}} H_l(\mu)$$

$$I_r(0,\mu) = \frac{3}{8} F \left\{ \mu + Q - \sum_{\alpha=1}^{n} \frac{M_\alpha}{x_\alpha} \frac{1 - x_\alpha^2}{\mu + x_\alpha} \right\} \tag{3.2}$$

$$\xrightarrow[n\to\infty]{} \frac{3}{8} F \frac{\mu + c}{\sqrt{2}} H_r(\mu)$$

où q, c, Q sont des constantes à exprimer finalement en termes des moments des fonctions $H_l(\mu)$, $H_r(\mu)$, lesquelles seront solutions d'équations intégrales du type (1.4) d'Ambarzumian-Chandrasekhar avec

$$\psi_l(\mu) = \frac{3}{4}(1 - \mu^2), \text{ respectivement } \psi_r(\mu) = \frac{3}{8}(1 - \mu^2).$$

Dans les formules (3.1) et (3.2), les L_β et M_α sont des constantes arbitraires, les ξ_β sont les $n - 1$ racines positives de l'équation

$$T_l(\mu^2) = 1 - \frac{3}{2}\mu^2 \sum_{j=1}^{n} \frac{a_j(1 - \mu_j^2)}{\mu^2 - \mu_j^2} = 0 \tag{3.3}$$

ces racines, séparées par les pôles μ_j, sont toutes < 1 $(a_j \geqslant 0)$. Quant aux x_α, qui sont les racines positives de

$$T_r(\mu^2) = 1 - \frac{3}{4}\mu^2 \sum_{j=1}^{n} \frac{a_j(1 - \mu_j^2)}{\mu^2 - \mu_j^2} = 0 \tag{3.4}$$

les $n - 1$ plus petites d'entre elles sont, pour la même raison que tout à l'heure, inférieures à 1 et il en va de même pour la dernière, soit x_n, contrairement au cas de la fonction (2.1), puisqu'ici $T_r(\mu^2)$ est croissante monotone de $T_r(1) = \frac{1}{4}$ à $T_r(\infty) = \frac{1}{2}$.

Les fonctions-source ont pour expression

$$\mathfrak{J}_j(\tau, \mu) = \frac{3}{8}\mathrm{F}\left\{\tau + \mathrm{Q} + (1 - \mu^2)\sum_{\beta=1}^{n-1}\mathrm{L}_\beta e^{-\frac{\tau}{\xi_\beta}} + \sum_{\alpha=1}^{n}\frac{\mathrm{M}_\alpha}{x_\alpha^2}(x_\alpha^2 - \mu^2)\, e^{-\frac{\tau}{x_\alpha}}\right\}$$

$$\mathfrak{J}_r(\tau, \mu) = \frac{3}{8}\mathrm{F}\left\{\tau + \mathrm{Q} - \sum_{\alpha=1}^{n}\frac{\mathrm{M}_\alpha}{x_\alpha^2}(1 - x_\alpha^2)\, e^{-\frac{\tau}{x_\alpha}}\right\}$$

Procédant comme § 1, nous mettrons leurs valeurs exactes sous la forme

$$\mathfrak{J}_l(\tau, \mu) = \frac{3}{8}\mathrm{F}\left\{\tau + \mathrm{Q} + \frac{1 - \mu^2}{2\pi i}\int_{c_1}\varphi_{ll}(z)\, dz + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2\pi i}\int_{c_2}\varphi'_{lr}(z)\, dz + \frac{\mu^2}{2\pi i}\int_{c_2}\varphi''_{lr}(z)\, dz\right\}$$

$$\mathfrak{J}_r(\tau, \mu) = \frac{3}{8}\mathrm{F}\left\{\tau + \mathrm{Q} + \frac{1}{2\pi i}\int_{c_2}\varphi_{rr}(z)\, dz\right\}$$

où

$$\varphi_{ll}(\mu) = -\frac{q}{\sqrt{2}}\,\frac{e^{\frac{\tau}{\mu}}}{\mu(1 - \mu^2)}\,\mathrm{H}_l(\mu)$$

$$\varphi'_{lr}(\mu) = \frac{\mu + c}{\sqrt{2}}\,\frac{\mu\, e^{\frac{\tau}{\mu}}}{1 - \mu^2}\,\mathrm{H}_r(\mu)$$

$$\varphi''_{lr}(\mu) = -\frac{\mu + c}{\sqrt{2}}\,\frac{e^{\frac{\tau}{\mu}}}{\mu(1 - \mu^2)}\,\mathrm{H}_r(\mu)$$

$$\varphi_{rr}(\mu) = -\frac{\mu + c}{\sqrt{2}}\,\frac{e^{\frac{\tau}{\mu}}}{\mu}\,\mathrm{H}_r(\mu)$$

Le contour C_1 englobera tous les pôles $-\xi_\beta$ de $I_l(0, \mu)$ et le contour C_2 tous les pôles $-x_\alpha$ de $I_r(0, \mu)$; tous deux doivent exclure les points 0 et — 1. Comme précédemment, nous éliminons $H_l(\mu)$ et $H_r(\mu)$ non définies en (0, — 1) à l'aide des identités

$$H_l(\mu)\, H_l(-\mu) = \frac{1}{T_l(\mu^2)}, \quad H_r(\mu)\, H_r(-\mu) = \frac{1}{T_r(\mu^2)}$$

où les fonctions T désignent maintenant les déterminations particulières uniformes

$$(0 < \theta' < 2\pi, \qquad 0 < -\theta'' < 2\pi)$$

$$T_l(\mu^2) = 1 - \frac{3}{2}\mu^2 + \frac{3}{4}\mu(1-\mu^2)\left\{\log\left|\frac{1-\mu}{1+\mu}\right| + i(\theta'' - \theta' + \pi)\right\}$$

$$T_r(\mu^2) = 1 - \frac{3}{4}\mu^2 + \frac{3}{8}\mu(1-\mu^2)\left\{\log\left|\frac{1-\mu}{1+\mu}\right| + i(\theta'' - \theta' + \pi)\right\}$$

qui sont réelles sur l'axe réel en dehors de l'intervalle (— 1, + 1).

Isolant les singularités 0 et — 1 dans des cercles de rayons ε, respectivement η suffisamment petits, nous adoptons pour C_1 et C_2 un contour longeant le bord supérieur de la coupure (0, — 1) de $-\varepsilon$ à $-1+\eta$, traversant cette coupure (l'argument de $\log(1+\mu)$ passe alors de façon discontinue de 0 à 2π, tandis que celui de $\log(1-\mu)$ reste nul) et revenant à $-\varepsilon$ par le bord inférieur.

On trouve un résultat de la forme

$$\mathcal{J}_l(\tau,\mu) = \frac{3}{8}F\left\{\tau + Q - \frac{3q}{4\sqrt{2}}(1-\mu^2)\int_0^1 \frac{e^{-\frac{\tau}{u}}\,du}{H_l(u)\,Z_l(u)} + \right.$$

$$\left. + \frac{3}{8\sqrt{2}}\int_0^1 \frac{e^{-\frac{\tau}{u}}(c-u)(u^2-\mu^2)}{H_r(u)\,Z_r(u)}\,du\right\}$$

$$\mathcal{J}_r(\tau,\mu) = \frac{3}{8}F\left\{\tau + Q - \frac{3}{8\sqrt{2}}\int_0^1 \frac{e^{-\frac{\tau}{u}}(c-u)(1-u^2)}{H_r(u)\,Z_r(u)}\,du\right\}$$

où

$$Z_l(u) = \left[1 - \frac{3}{2}u^2 + \frac{3}{4}u(1-u^2)\log\frac{1-u}{1+u}\right]^2 + \left(\frac{3\pi}{4}\right)^2 u^2(1-u^2)^2$$

$$Z_r(u) = \left[1 - \frac{3}{4}u^2 + \frac{3}{8}u(1-u^2)\log\frac{1-u}{1+u}\right]^2 + \left(\frac{3\pi}{8}\right)^2 u^2(1-u^2)^2$$

Les constantes q et c, qui apparaissent dans les lois d'assombrissement, ont d'après Chandrasekhar les valeurs [1]

$$q = 2\frac{4(A_1 + 2\alpha_1) - 3A_0\alpha_1 + A_1\alpha_0)}{3(A_1^2 + 2\alpha_1^2)}$$

$$c = \frac{8(A_1 - \alpha_1) + 3(2\alpha_0\alpha_1 - A_0A_1)}{3(A_1^2 + 2\alpha_1^2)}$$

en fonction des moments d'ordre 1 et 2, α_1 et α_2 de $H_l(\mu)$, A_1 et A_2 de $H_r(\mu)$.

Pour obtenir la valeur exacte de la constante Q, nous multiplions les deux membres de (3.2) où $\mu = \mu_i$ par $a_i(1 - \mu_i^2)$ et sommons sur i de $-n$ à $+n$. Tenant compte de l'équation (3.4) et de ce que

$$I_r(0, \mu_i < 0) \equiv 0, \qquad \sum_{i=-n}^{+n} a_i(1 - \mu_i^2) = \frac{4}{3}$$

nous trouvons sans peine

$$\sum_{j=1}^{n} a_j(1 - \mu_j^2)\, I_r(0, \mu_j) = F\left\{\frac{1}{2}Q - \sum_{\alpha=1}^{n} M_\alpha \frac{1 - x_\alpha^2}{x_\alpha^2}\right\}$$

et, passant finalement à la limite $n \longrightarrow \infty$, après quelques réductions,

$$Q = \frac{3}{4\sqrt{2}}(A_3 + cA_2 - A_1 - cA_0) + c\sqrt{2}$$

ce qui achève de résoudre le problème.

[1] *R.T.*, éq. (99), ch. X.