

Zeitschrift: Archives des sciences [1948-1980]
Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève
Band: 8 (1955)
Heft: 1

Artikel: Dispositif de haute sensibilité pour la détection de la résonance magnétique nucléaire
Autor: Manus, Claude / Béné, Georges
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-739835>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 22.01.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

DISPOSITIFS DE HAUTE SENSIBILITÉ POUR LA DÉTECTION DE LA RÉSO- NANCE MAGNÉTIQUE NUCLÉAIRE

PAR

Claude MANUS et Georges BÉNÉ

(Avec 13 fig.)

1. INTRODUCTION.

Tous les appareils récepteurs électroniques sont soumis à des « bruits de fond » qui ont pour origine le caractère discontinu de l'électricité. Nous nous préoccupons ici d'étudier les moyens qui ont été mis en œuvre, non pour supprimer cet effet parasite, ce qui est impossible puisqu'il est lié à l'agitation thermique des électrons, mais pour le réduire fortement.

Nyquist et Johnson [1] établirent dès 1928 que la valeur quadratique moyenne du bruit de fond d'agitation thermique dans une résistance R était donnée par l'expression:

$$\overline{e_r^2} \text{ (volts)} = 4kTR\Delta f \quad (1)$$

dans laquelle kT = facteur de Boltzmann et Δf = bande passante en cycles/sec.

Il est théoriquement possible d'ailleurs de remplacer systématiquement une diode, une triode,... par une résistance fictive dite résistance équivalente qui émet un bruit de fond de même amplitude. Ainsi tous les éléments « bruyants » d'un appareil récepteur radioélectrique peuvent être décrits à l'aide de résistances.

Ceci permet par exemple d'établir l'expression suivante valable pour un récepteur à trois étages d'amplification:

$$\overline{e_3^2} = 4kT \cdot A^2 \left[R_1 \Delta f_1 + \frac{R_2 \Delta f_2}{A_1^2} + \frac{R_3 \Delta f_3}{A_1^2 A_2^2} \right] \quad (2)$$

expression dans laquelle les A sont les coefficients d'amplification des étages du récepteur.

Certaines conclusions peuvent être tirées de la forme de cette expression:

- a) Δf_1 doit être le plus petit possible;
- b) la résistance équivalente R_1 du premier étage doit être également petite. La lampe d'entrée, source principale de bruits de fond doit être choisie judicieusement.

2. BRUITS DE FOND EN RÉSONANCE NUCLÉAIRE

Les dispositifs de résonance nucléaire, sous leur forme la plus simple, qu'il s'agisse de dispositifs du type de Purcell [3] à une seule bobine, ou de dispositifs du type de Bloch [4] à deux bobines, sont actuellement très répandus. Ils comprennent en général les éléments donnés dans le schéma ci-joint (fig. 1).

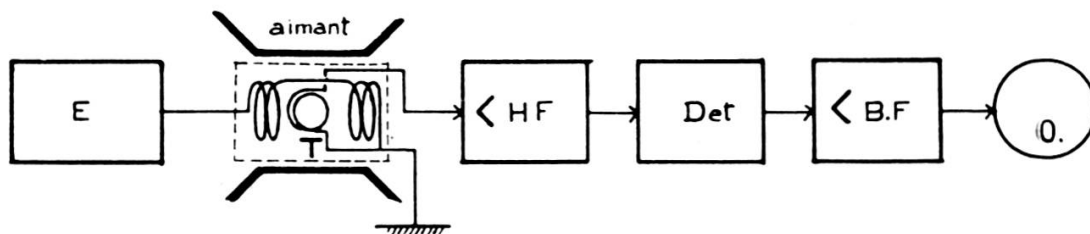


Fig. 1.

Schéma du dispositif de Bloch.

E = émetteur

T = tête de mesure.

Le signal de résonance nucléaire est préalablement amplifié en haute fréquence (< HF) avant de passer par l'étage détecteur. Il entre alors dans un amplificateur de basse fréquence (< BF) et attaque à la sortie les plaques verticales d'un oscilloscope cathodique (o). Les plaques horizontales sont commandées par la tension de balayage du signal.

Supposons que la fréquence de balayage soit de 50 c/sec. Dans le cas de signaux de résonance possédant des battements,

c'est-à-dire correspondant à des passages non adiabatiques, il faut que l'amplificateur de basse fréquence ait une bande passante suffisante pour que la forme du signal soit respectée; 60 harmoniques suffisent en général; la bande passante est alors de 3 kc/sec.

De tels dispositifs sont susceptibles de rendre de très grands services:

- a) L'emploi d'un oscillateur stabilisé les rend propres à une détermination précise de la valeur d'un champ magnétique ou de rapports gyromagnétiques nucléaires;
- b) L'observation de tout le signal de résonance permet de repérer immédiatement le caractère de l'interaction entre le système des noyaux et le milieu (effets de relaxation);
- c) La possibilité de balayer très largement le champ magnétique permet de repérer rapidement la position d'une raie et la présence éventuelle de résonances satellites (dues à des couplages d'origine dipolaire ou quadrupolaire).

Ces dispositifs sont parfois suffisants pour observer directement la résonance quadrupolaire dans certaines conditions particulièrement favorables. Ils ont dû pourtant être rapidement complétés par des dispositifs plus sensibles, ceci pour plusieurs raisons:

- a) Le dispositif ne se prête pas à l'enregistrement continu de la réponse du système de noyaux à l'effet du double champ exciteur;
- b) Il est relativement peu sensible.

Le calcul et l'expérience montrent que le bruit de fond de l'appareil ramené à la grille de la première lampe est de l'ordre du microvolt: on observe aisément la résonance nucléaire d'une dizaine de noyaux dans des conditions particulièrement favorables, mais un échantillon « quelconque » ne donne en général aucun signal: en résonance quadrupolaire, c'est pratiquement la règle générale; en résonance nucléaire pour des cristaux, par exemple, les signaux sont beaucoup trop petits pour être directement observés sur l'écran de l'oscilloscope;

c) Enfin, en général, on n'observe pas la « vraie » forme de la raie de résonance; or, ce caractère est absolument essentiel, caractérisant les interactions des noyaux et du milieu.

Courbes de Lorentz: milieu liquide, particulièrement mobile.

Courbes de Gauss: milieu cristallin, relativement rigide.

C'est pourquoi, dès les premiers travaux importants sur la résonance magnétique nucléaire, a-t-il été ajouté au dispositif classique un élément supplémentaire auquel a été donné le nom général de « lock in ». Un tel dispositif a souvent pour effet d'éviter les trois inconvénients énoncés ci-dessus. Il n'a pas son domaine d'application limité à la résonance nucléaire, mais nous ne l'envisagerons que de ce point de vue particulier.

Nous examinerons brièvement les lock in réalisés et utilisés en résonance nucléaire. Nous proposerons des variantes originales de ces dispositifs ou des appareils nouveaux susceptibles d'être intéressants en résonance nucléaire.

3. LOCK IN DU TYPE DÉTECTEUR DE PHASE

Dans le dispositif classique de résonance nucléaire, l'amplitude du balayage du champ magnétique est en général beaucoup plus grande que la largeur de la raie observée. Dans ce type de

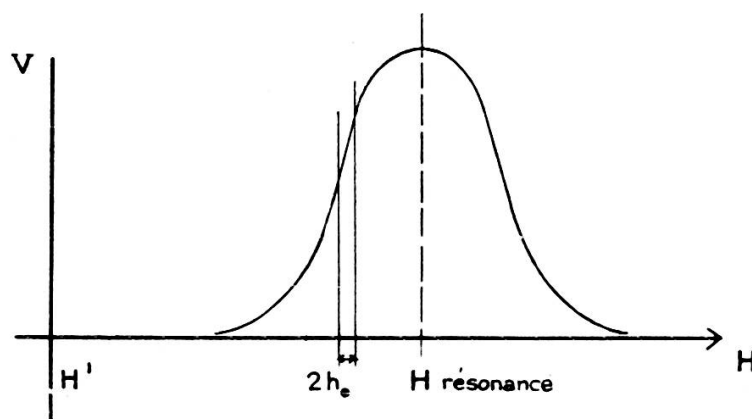


Fig. 2.

lock in, au contraire, l'amplitude du champ de balayage sera très petite, beaucoup plus petite que la largeur du signal. Le passage à la résonance s'effectuera au moyen:

a) d'un champ constant plus petit que le champ de résonance et de grandeur H' ;

- b) d'un champ croissant linéairement dans le temps qui permettra de traverser la résonance;
- c) d'un champ alternatif de très faible amplitude de la forme $H = h_0 \sin \Omega t$ (fig. 2).

Si $p(H)$ est la pente de la courbe de résonance obtenue en faisant varier le champ, la tension reçue par l'amplificateur aura la valeur:

$$e_e = \alpha [S + p(H) h_0 \sin \Omega t] \sin \omega t$$

avec $\omega = 2\pi f$ et $f =$ fréquence de Larmor.

Ainsi, en langage radioélectrique, la profondeur de modulation de la porteuse (fréquence de Larmor) est proportionnelle à la dérivée du signal de résonance nucléaire. Si la tension ci-dessus traverse un détecteur, il ne reste plus à la sortie que la modulation, c'est-à-dire le terme:

$$[p(H) h_0 \sin \Omega t]$$

Soit une onde dont la fréquence est celle du champ alternatif et dont l'amplitude est proportionnelle à la dérivée de la courbe de résonance. Si nous faisons interférer cette onde avec une onde de même fréquence, il résulte de cette combinaison deux termes dont l'un a une fréquence correspondante à leur différence, c'est-à-dire une composante continue dont l'amplitude est toujours proportionnelle à la dérivée du signal. Cette composante continue commande un galvanomètre enregistreur. Tel est le principe des lock in expérimentés par Bloembergen [5], Shimoda [6] et bien d'autres auteurs. Un tel dispositif augmente considérablement le rapport signal/bruit (fig. 3).

Tout d'abord la présence d'un amplificateur sélectif de basse fréquence ($< BF$) accordé sur la fréquence de balayage a pour but de réduire par l'étroitesse de sa bande passante le niveau du bruit de fond produit par les étages précédents et attaquant l'organe d'hétérodynage (H). De plus, entre l'hétérodyne et l'amplificateur à courant continu, ($< cc$) en introduisant un filtre passe-bas, on laisse passer la composante continue mais on coupe la fréquence dont la valeur est égale à deux fois la

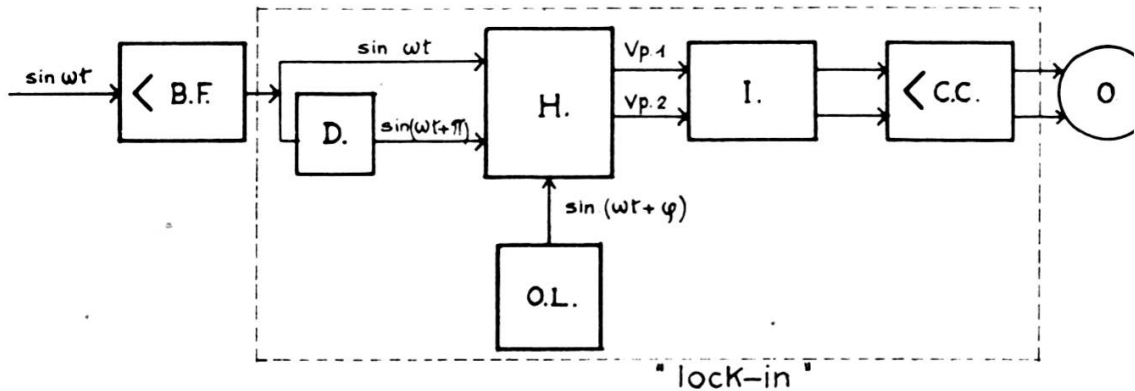


Fig. 3.

H = hétérodyne
 OL = oscillateur local.

fréquence de balayage. On peut encore introduire avant l'amplification en courant continu un circuit intégrateur (I) à constante de temps variable et qui a pour effet de réduire encore le bruit de fond avant l'enregistreur (O).

Si, par exemple, $f_0 = 50$ c/sec = fréquence de balayage et $\Delta f_0 = 2$ c/sec = bande passante de l'amplificateur sélectif, le signal B (fig. 4) est coupé par le filtre indiqué ci-dessus; A représente la bande spectrale issue de l'hétérodyne, elle contient l'information. Ainsi, alors que nous avons une bande passante de 3 kc/sec sans lock in, l'information est maintenant transmise au galvanomètre dans une bande passante de 1 c/sec.

Par la formule de Nyquist, on voit que l'on a amélioré le rapport signal/bruit proportionnellement au quotient des racines carrées des bandes passantes, soit $\sqrt{3 \cdot 10^3} = 55$

Pour augmenter encore ce rapport, on peut utiliser l'intégrateur; si sa constante de temps est réglée à 10 sec (0,1 c/sec) l'opération permet de gagner encore un facteur $\sqrt{10}$, soit environ 3, ce qui porte le gain total à environ 170. Si le bruit de fond ramené à l'entrée de l'installation sans lock in est de 1 microvolt, l'emploi du lock in permet de le réduire à 10^{-8} volt.

4. FONCTIONNEMENT DE CE LOCK IN.

Soit $E_s \sin \Omega t$ la tension issue de l'amplificateur de basse fréquence (signal), si A est l'amplification de l'hétérodyne (fig. 3) V (sortie) = $A \cdot E_s \cdot \sin \Omega t$.

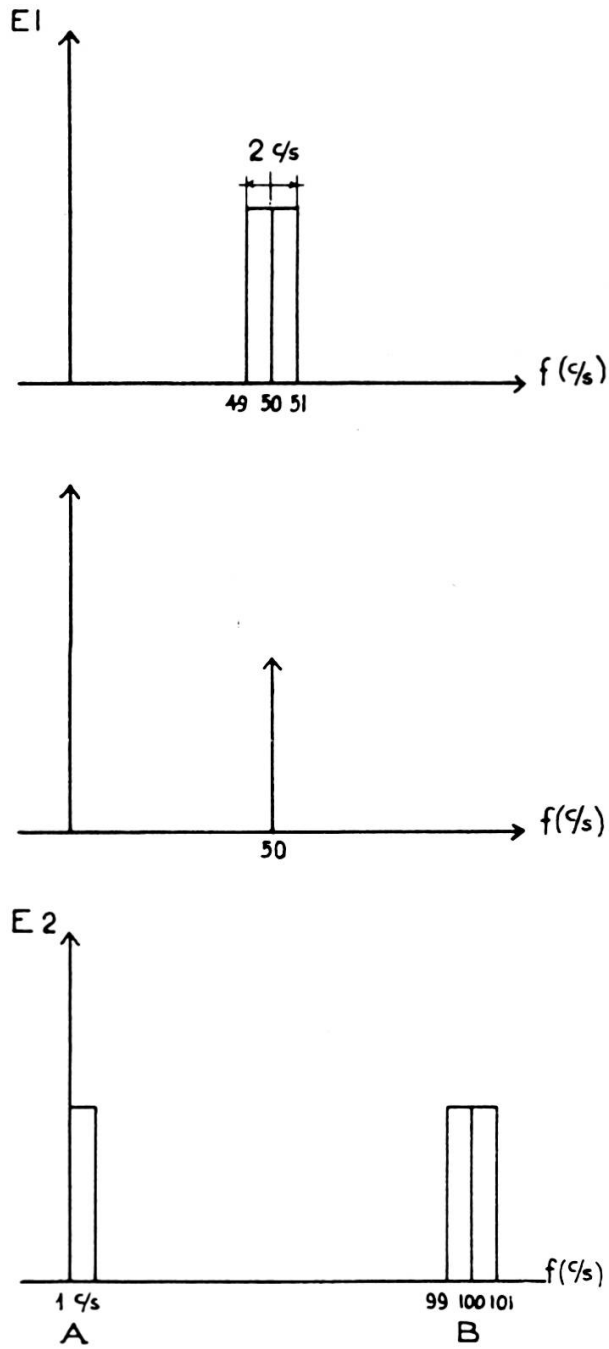


Fig. 4.

1. Spectre à l'entrée du lock-in.
2. Oscillateur local.
3. Spectre à la sortie du lock-in.

A est modulé par l'émetteur local selon l'expression

$$A = Z[S_0 + \Delta S \cdot \sin(\Omega t + \varphi)]$$

dans laquelle

φ = différence de phase entre l'oscillateur local et le signal

S_0 = pente, en l'absence de modulation

ΔS = variation de pente produite par la modulation

d'où

$$V_p = E_s \sin \Omega t [S_0 + \Delta S \sin (\Omega t + \varphi)] Z =$$

$$= \underbrace{Z S_0 \cdot E_s \cdot \sin \Omega t}_{\text{terme de fréquence simple}} + E_s \cdot \Delta S Z \left[\frac{1}{2} \cos \varphi - \frac{1}{2} \cos (2\Omega t + \varphi) \right]$$

supprimé par le filtre
terme de fréquence double
supprimé par le filtre

Il reste donc à la sortie de l'hétérodyne :

$$V_{p1} = \frac{1}{2} E_s \cdot \Delta S Z \cos \varphi$$

La symétrie du montage introduit le terme $E_s \sin (\Omega t + \pi)$ produit par un déphasage convenable du signal.

On trouve donc d'une façon analogue à la sortie de l'hétérodyne

$$V_{p2} = \frac{1}{2} E_s \Delta S Z \cos (\varphi - \pi) = -\frac{1}{2} E_s \Delta S Z \cos \varphi$$

Enfi le courant dans le galvanomètre est donné par la relation $\Delta i = \frac{1}{2} s' (V_{p1} - V_{p2})$ dans laquelle s' est la pente de l'amplificateur à courant continu.

Le calcul de $V_{p1} - V_{p2}$, en remarquant que ZS est l'amplification A_0 de l'hétérodyne et que $\Delta S/S$ est le taux de modulation m de la pentode employée nous donne finalement

$$\Delta i = \frac{1}{2} E_s \cdot m \cdot s' \cdot A_0 \cos \varphi$$

Il découle de cette relation qu'il faut choisir une pentode à « sharp cut off », c'est-à-dire possédant un m élevé.

Remarque. — 1. Sur le diagramme (fig. 3), l'oscillateur local (O.L) attaque le point commun des grilles écrans des deux pentodes contenues dans H. Les ondes $\sin \omega t$ et $\sin (\omega t + \pi)$ attaquent respectivement les deux grilles.

2. Le principe d'hétérodynage utilisé constitue une des nombreuses variantes qui pourraient être possibles. En effet, il se ramène à un détecteur de phase et l'on sait qu'il existe de nombreux montages possibles de ce type: l'un d'entre eux est

particulièrement intéressant, il consiste à utiliser un « modulateur à anneaux » constitué d'éléments non linéaires du type général suivant: quadrupôle à fonction de transfert variable par élément non linéaire qu'on pourrait réaliser au moyen d'un « landistor » dans le genre de ceux qui ont été récemment construits à l'ENS (Paris).

5. LE LOCK IN DE CONGER [7].

Son principe est différent: le champ alternatif doit être d'amplitude plus grande que la largeur de raie du signal. Cet appareil est le seul à notre connaissance qui permette d'enregistrer des signaux de résonance en passage non adiabatique. Il met en jeu un générateur d'impulsions G (fig. 5).

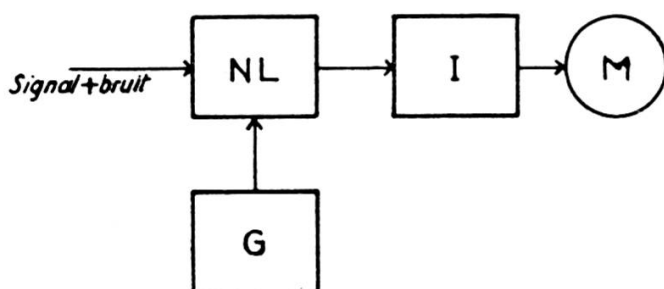


Fig. 5.

Principe de fonctionnement.

En l'absence d'impulsions, l'appareil NL (élément non linéaire) est bloqué; le signal ne peut le traverser et le galvanomètre M n'indique aucun courant. A chaque impulsion, NL est débloqué. Si la fréquence de répétition de ces impulsions est égale à la fréquence de balayage du signal (fig. 6) selon la phase

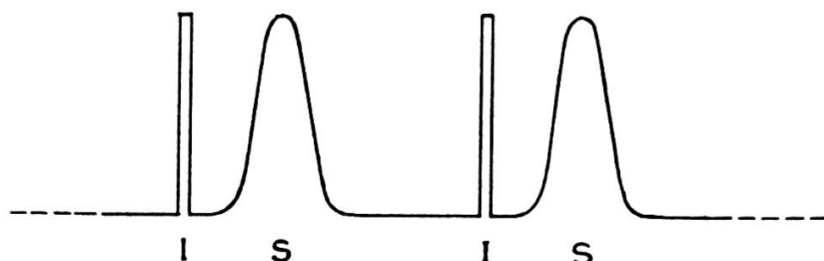


Fig. 6.

respective du signal S et des impulsions I, NL est débloqué à l'extérieur ou l'intérieur du signal. Si ce qu'on pourrait appeler

la fente exploratrice, se trouve à l'extérieur du signal, seul le bruit de fond atteint le circuit intégrateur (I). Soit $f(t)$, une fonction aléatoire représentant le bruit, si τ est la constante d'intégration nous avons à la sortie de l'intégrateur I la tension qui tend vers zéro lorsque τ tend vers l'infini.

En revanche, si la fente tombe périodiquement sur le signal, celui-ci apporte une contribution à l'intégrateur qui correspond à un effet cumulatif pour le signal et destructif pour le bruit de fond, d'où augmentation du rapport signal/bruit. On a alors un véritable système « à mémoire ». Conger ne pose aucune formulation mathématique qui permettrait d'en calculer le gain. Apparemment, ce lock in semble plus simple que le précédent; en fait, il n'en est rien: en effet, une des difficultés essentielles réside dans la réalisation du générateur d'impulsions. La fréquence de répétition des impulsions doit être synchronisée par la fréquence de balayage du signal. Il ne saurait être question, à notre avis, de différencier électroniquement un système d'ondes rectangulaires avec les pointes négatives coupées par une diode; un tel système ne posséderait pas la stabilité requise. Il conviendrait plutôt de se servir de la tension de commande du balayage pour entraîner un dispositif du type « sanatron » qui garantirait une bonne synchronisation. Il faudrait encore prévoir un organe de réglage des durées d'impulsion pour garantir une très grande constance; enfin l'intégrateur devrait être d'un type très raffiné, par exemple du type intégrateur à contre-réaction. Avec ces perfectionnements, ce lock in paraît très séduisant, mais seul le calcul pourra dire en définitive si il est supérieur ou non au lock in à détecteur de phase. Il s'impose chaque fois que se pose le problème de l'enregistrement de signaux en passage non adiabatique.

7. PROBLÈME DU BALAYAGE EN CHAMP.

Les travaux de Brown [8] ont montré que le balayage en champ a pour effet d'introduire un élargissement des raies de résonance nucléaire. L'expérience montre que cet élargissement dépend directement de la fréquence de balayage. Ainsi, pour

un balayage de 25 c/sec, on obtient une raie plus fine qu'avec un balayage de 50 c/sec. Brown attribue cet élargissement à l'existence des fréquences latérales produites par l'interférence d'ondes à la fréquence de Larmor avec l'onde de même fréquence que la fréquence de balayage. Il s'ensuit tout naturellement que cet élargissement correspond en valeur relative à un effet d'autant plus marqué que le champ (ou la fréquence de résonance) est plus bas. Nous avons donc été amenés, pour nos expériences de résonance dans les champs très faibles (de l'ordre de 1 gauss), à envisager un lock in fonctionnant sans aucun balayage du champ magnétique¹. Nous avons constaté que Anderson et Arnold [9]² utilisent également ce principe dans un lock in d'un autre type pour l'observation de la structure des raies de résonance nucléaire. Le lock in que nous avons construit est destiné à être attaqué non pas par une fréquence de balayage, mais par la fréquence même de l'émetteur; en d'autres termes, l'hétérodynage se fait directement sur la fréquence de Larmor.

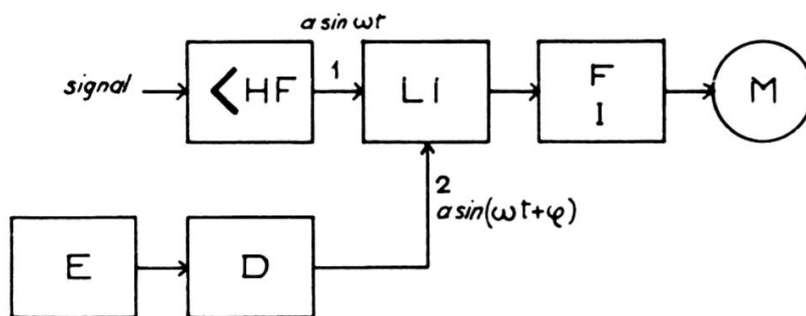


Fig. 7.

D = déphaseur
 F = filtre
 I = intégrateur.

Le lock in lui-même (LI) n'est pas modifié de façon essentielle.

8. AVANTAGES DE CETTE MÉTHODE.

1. Pas d'effet d'élargissement sur les raies de résonance;
2. Possibilité d'obtenir, grâce au réglage du déphaseur, soit la courbe d'absorption soit la courbe de dispersion;

¹ Une autre solution à double fréquence de balayage a été proposée par SMALLER et YASAITIS, *RSI*, 24, 991, 1953.

² BAKER. *RSI*, 25, 390, 1954 a également utilisé ce principe.

3. Pas de détecteur à diode dans le circuit, ce qui supprime une des sources du bruit de fond.

Le fonctionnement de ce lock in est assez différent de celui qui a été étudié plus haut; en effet, le signal de résonance nucléaire se présente, à l'entrée de l'amplificateur de haute fréquence, sous la forme d'une onde à la fréquence de Larmor dont l'amplitude est proportionnelle à chaque instant à l'amplitude de la courbe de résonance.

Plus exactement, si: u est la dispersion, composante en phase avec H_1 , v est l'absorption, composante en quadrature avec H_1 , le signal est donné par l'expression:

$$(u - jv) \exp. j\omega t$$

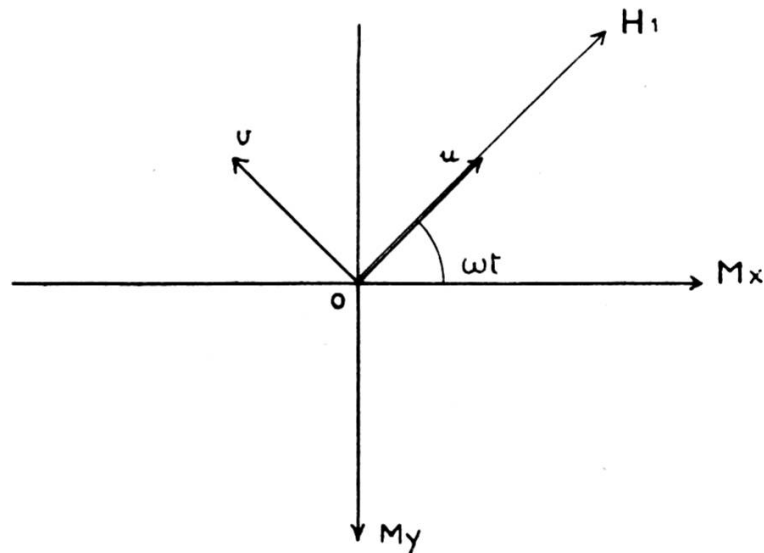


Fig. 8.

Soit φ la différence de phase entre le champ tournant de haute fréquence H_1 et la tension de sortie du déphaseur D, l'observation se faisant suivant M_y .

$$M_y = - (u \sin \omega t + v \cos \omega t)$$

Donc, à la sortie du lock in apparait le terme:

$$\begin{aligned} & - (u \sin \omega t + v \cos \omega t) a \sin (\omega t + \varphi) = \\ & = + \frac{1}{2} a u [\cos (2\omega t + \varphi) - \cos \varphi] - \frac{1}{2} a v [\sin \varphi + \sin (2\omega t + \varphi)] \end{aligned}$$

les deux termes en $(2\omega t + \varphi)$ sont éliminés par le filtre.

$$\text{Il reste: } -\frac{1}{2} a (\underbrace{\nu \sin \varphi}_{(1)} + \underbrace{u \cos \varphi}_{(2)})$$

Ainsi:

- a) si le déphaseur est réglé de sorte que $\varphi = 0$, à la sortie du lock in on obtient u (dispersion);
- b) si les composantes à l'entrée du lock in sont en quadrature ($\varphi = \pi/2$), on mesure l'absorption (ν).

9. PROBLÈMES LIÉS A LA RÉALISATION DE CE LOCK IN.

Le bon fonctionnement d'un lock in de ce type pose un certain nombre de problèmes délicats à résoudre.

En effet, il n'est plus question d'amplifier en basse fréquence; restent deux possibilités: l'amplification en haute fréquence et l'amplification en courant continu après le lock in. Il est évident que cette dernière amplification devra être aussi faible que possible en raison des dérivées très gênantes et bien connues des amplificateurs à courant continu. On en est donc réduit à chercher à obtenir une très grosse amplification de l'ordre de 100 à 120 db sur les étages de haute fréquence.

*Amplification en haute fréquence avec appareil de Bloch
(à deux bobines).*

L'induction mutuelle entre l'émission et la réception qu'il est difficile de rendre très petite a pour effet de faire apparaître une tension e_r dans la bobine de réception. Dans des « têtes de résonance » normales, on obtient généralement $e_r = 1/50$ à $1/100 \cdot e_s$ ($e_s =$ tension aux bornes des bobines d'émission), grâce à un réglage par palettes sur lequel nous n'insisterons pas. Cette tension e_r est très gênante; elle peut évidemment être beaucoup plus grande que le signal; c'est elle qui saturera les étages de haute fréquence en les rendant inutilisables, car elle limite l'amplification à des valeurs plus faibles. *Il y a donc nécessité de réduire la tension de fuite e_r au minimum.*

Pour ce faire, Arnold et Anderson [9] ont utilisé une boîte à parois métalliques destinée à rendre parallèles les lignes

magnétiques de couplage entre bobines et de diminuer ainsi e_r . Ils ont par cette méthode obtenu $e_r = e_s \cdot 10^{-6}$.

GIULIOTTO [10], d'autre part, a proposé la solution suivante que nous avons adoptée pour les champs très faibles. Il s'agit d'une sortie symétrique sur les bobines d'émission avec injection d'une tension d'opposition destinée à compenser e_r (fig. 9).

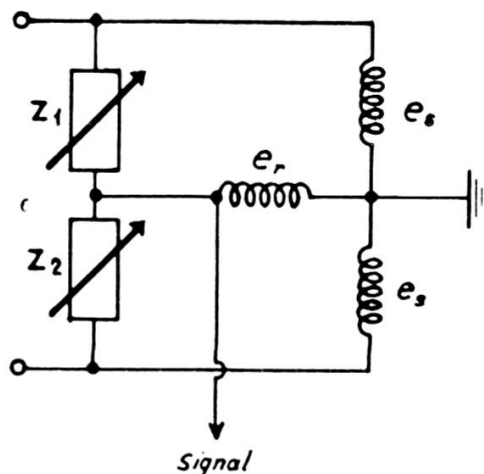


Fig. 9.

z_1 et z_2 sont réglés de façon à réduire e_r au minimum.

Dans ce cas, $e_r = e_s \cdot 10^{-6}$.

Nous avons apporté un deuxième terme de réduction par un réglage mécanique du plan des bobines d'émission par rapport à l'axe de symétrie de la bobine de réception.

Enfin, nous avons introduit un dernier compensateur dont le schéma de principe est donné dans la figure suivante (fig. 10).

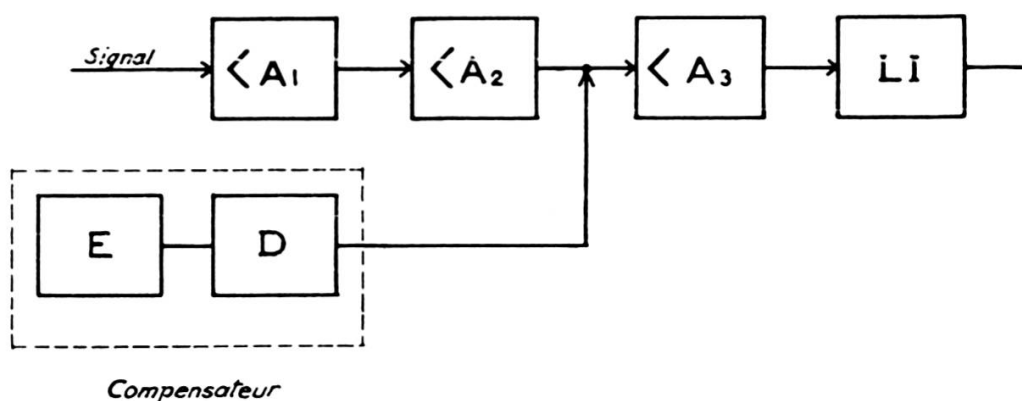


Fig. 10.

$A_1 A_2 A_3$: étages d'amplification.

Remarquons que ce compensateur, tout comme celui de Giuliotto, n'est pas tributaire des variations de fréquence ou d'amplitude de l'oscillateur.

10. AMPLIFICATION EN HAUTE FRÉQUENCE AVEC SYSTÈME AUTODYNE (MONTAGE EN PONT).

Sans entrer dans les détails, le problème semble plus complexe encore dans ce cas. Nous proposons une solution nouvelle du type suivant (fig. 11):

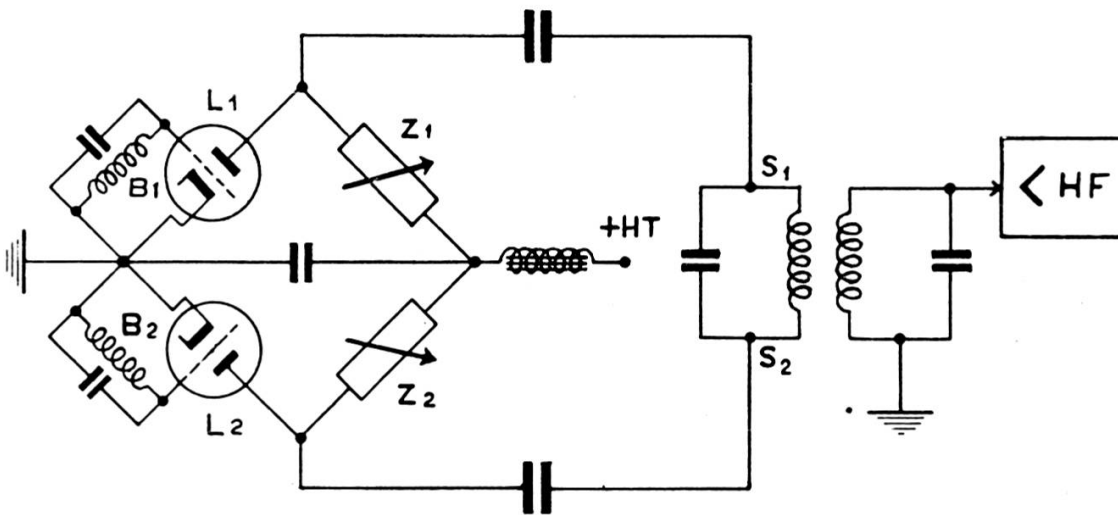


Fig. 11.

Ici L_1 et L_2 sont des transistrons (oscillateurs à résistance négative) (ou deux étages d'amplification haute fréquence attaqués par ces deux transistrons).

La résonance s'effectue dans la bobine B_1 , par exemple, la bobine B_2 étant vide.

Avantages de ce dispositif.

1. En l'absence de résonance, le réglage de z_1 et z_2 a pour effet de rendre identiques les potentiels et les phases en S_1 et S_2 . Ceci permet une amplification notable en haute fréquence, dont le dernier étage est lui aussi « compensé » au moyen de la méthode décrite plus haut.
2. Si les circuits oscillants de L_1 et L_2 sont tous deux modulés en fréquence [11], la distorsion inhérente à ce type de

d'étudier leurs possibilités d'utilisation pour la détection des signaux de résonance.

Le développement assez récent de la théorie de l'information d'une part, (dans les problèmes de télécommunications) et de la théorie des phénomènes aléatoires, d'autre part, a contribué à souligner l'importance des fonctions de corrélation.

On sait que la fonction de corrélation est définie par :

$$\Phi_{11}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} f_1(t) \cdot f_1(t + \tau) dt$$

où $f_1(t)$ représente une fonction aléatoire stationnaire du temps; elle peut être par exemple la tension produite par une émission du bruit de fond.

On peut montrer que $\Phi_{11}(\tau)$ est une fonction paire et que sa valeur maximum se trouve toujours à $\tau = 0$.

Remarquons que $f_1(t + \tau)$ est la fonction $f_1(t)$ retardée ou déphasée d'un temps τ .

Définition de la fonction de cross-corrélation.

Si $f_1(t)$ et $f_2(t)$ sont deux fonctions aléatoires stationnaires du temps, leur fonction du cross-corrélation est définie par l'expression :

$$\Phi_{12}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} f_1(t) \cdot f_2(t + \tau) dt$$

On peut dire que $\Phi_{12}(t)$ donne une mesure de la « cohérence » liant les deux phénomènes représentés par $f_1(t)$ et $f_2(t)$. Si $f_1(t)$ et $f_2(t)$ sont absolument indépendantes, leur fonction de cross-corrélation peut être nulle ou égale à une constante.

Principe de corrélation appliqué aux fonctions périodiques.

Supposons que $f_1(t) = C_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1)$, dans ces conditions: $\Phi_{11}(\tau) = C_1^2/2 (\cos \omega_1 \tau)$.

De même si $f_1(t)$ est une série de Fourier, le calcul nous montre

- 1° que la fonction de corrélation d'une fonction périodique est elle-même périodique et de même période;
- 2° que les phases des divers termes de la série de Fourier disparaissent dans la série qui représente la fonction d'auto-corrélation.

Par ailleurs, si $f_1(t) = C_0 = \text{constante}$, $\Phi_{11}(\tau) = C_0^2/2$.

13. APPLICATION A LA DÉTECTION DES SIGNAUX DE RÉSONANCE.

Soit $f_B(t) = \text{bruit de fond (fonction aléatoire)}$ et
 $f_S(t) = \text{signal de résonance}$.

Posons $f_1(t) = f_B(t) + f_S(t)$.

La fonction de corrélation de $f_1(t)$ est donnée par

$$\Phi_{11}(\tau) = \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} [f_B(t) + f_S(t)][f_B(t + \tau) + f_S(t + \tau)] dt \text{ pour } T \rightarrow \infty$$

par conséquent

$$\Phi_{11}(\tau) = \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} \underbrace{[f_B(t) \cdot f_B(t + \tau) dt]}_{\text{I}} + \underbrace{[f_B(t) \cdot f_S(t + \tau) dt]}_{\text{II}} + \underbrace{[f_S(t) \cdot f_B(t + \tau) dt]}_{\text{III}} + \underbrace{[f_S(t) \cdot f_S(t + \tau) dt]}_{\text{IV}}$$

dans cette expression :

I et IV sont les fonctions de corrélation du bruit et du signal;
 II et III sont des fonctions de cross-corrélation: ces deux intégrales sont nulles car il y a « incohérence » totale entre $f_B(t)$ et $f_S(t)$.

Il reste donc :

$$\Phi_{11}(\tau) = \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} f_B(t) \cdot f_B(t + \tau) dt + \frac{1}{2} \int_{-T}^{+T} f_S(t) \cdot f_S(t + \tau) dt$$

d'où :

$$\Phi_{11}(\tau) = \Phi_{BB}(\tau) + \Phi_{SS}(\tau)$$

La fonction d'autocorrélation de la fonction « signal + bruit » est égale à la somme des fonctions de corrélation respectives du signal et du bruit.

La solution de ce problème est immédiate; comme $\Phi_{BB}(\tau)$ est une fonction décroissante de τ et que $\Phi_{SS}(\tau)$ est une fonction périodique, il convient de choisir un temps τ suffisamment long pour obtenir une valeur aussi petite que possible pour $\Phi_{BB}(\tau)$. Le rapport signal/bruit est ainsi augmenté.

L'opération peut être effectuée, par exemple, sur la composante continue du signal, c'est-à-dire à la sortie du lock in.

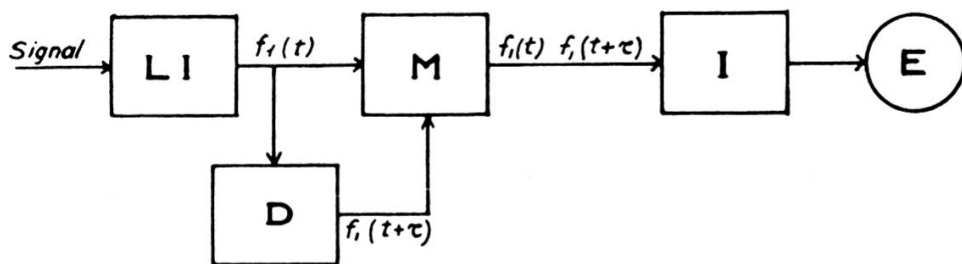


Fig. 13.

M = mélangeur
E = enregistreur.

La courbe pourrait, par exemple, être décrite point par point. Rappelons qu'elle est proportionnelle au carré du signal. Malgré la difficulté qu'il y aurait à réaliser un mélangeur et un déphaseur à des fréquences très faibles, le rapport signal/bruit serait amélioré par rapport aux meilleurs lock in actuels. D'après les calculs de Lee [12], il semblerait possible de gagner un facteur compris entre 10 et 100: la tension de bruit de fond ramenée à l'entrée se trouverait ainsi inférieure à 10^{-9} volt. Il resterait évidemment à résoudre le problème délicat des dérives possibles du dispositif.

*Institut de Physique.
Université de Genève.*

RÉFÉRENCES

1. NYQUIST, *Physical Review*, 32, 110 (1928).
2. MANUS, BOREL, MERCIER, *Helvetica Physica Acta*, 27, 497 (1954).
3. PURCELL, TORREY, POUND, *Physical Review*, 69, 37 (1946).
4. BLOCH, HANSEN, PACKARD, *Physical Review*, 70, 474 (1946).
5. BLOEMBERGEN, thèse, Leyde (1948).
6. SHIMODA, NISHIKAWA, *J. Phys. Soc. Japan*, 6, 516 (1951).
7. CONGER, SCHILBERG, *Rev. Scien. Instr.*, 25, 52 (1954).

8. BROWN, *Phys. Rev.*, 78, 530 (1950).
 9. ARNOLD, ANDERSON, Comm. privée.
 10. CHIAROTTI, CRISTIANI, GIULOTTO, LANZI, *Nuovo Cim.*, 12, 519 (1954).
 11. FISCHER, BEELER, MANUS, BÉNÉ, DENIS, EXTERMANN, *Archive des Sciences*, 7, 397 (1954).
 12. LEE, CHEATHAM, WIESNER, *Proc. I.R.E.*, 38, 1165 (1950).
 13. LEE, WIESNER, *Electronics*, 23, 86 (1950).
-