

# Équations macroscopiques de la résonance quadrupolaire et applications

Autor(en): **Lurçat, François**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Archives des sciences [1948-1980]**

Band (Jahr): **10 (1957)**

Heft 6: **Colloque Ampère**

PDF erstellt am: **22.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-738792>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

# Equations macroscopiques de la résonance quadrupolaire et applications

par François LURÇAT

Laboratoire d'Electronique et Radioélectricité, Université de Paris

En résonance magnétique nucléaire, on utilise les équations macroscopiques de Bloch [1] pour étudier les phénomènes d'induction, le déplacement de fréquence dû à la composante du champ radiofréquence tournant dans le mauvais sens, etc. Ces équations ont été obtenues initialement sans l'aide de la mécanique quantique, mais on sait qu'elles s'obtiennent également à l'aide de l'équation quantique :

$$\frac{d\langle A \rangle}{dt} = \frac{i}{\hbar} \langle [\mathcal{H}, A] \rangle \quad (1)$$

où  $\mathcal{H}$  est l'hamiltonien d'un noyau placé dans le champ magnétique et  $\langle A \rangle$  la valeur moyenne de la grandeur A. (On néglige les phénomènes de relaxation.)

En résonance quadrupolaire, on peut obtenir de même les équations macroscopiques [2, 3] à l'aide de l'équation (1),  $\mathcal{H}$  étant l'hamiltonien d'un noyau placé dans un gradient de champ électrique d'axe Oz et un champ magnétique perpendiculaire à Oz :

$$\mathcal{H} = \hbar \omega_0 \left( I_z^2 - \frac{1}{3} I(I+1) \right) - \frac{1}{2} \gamma \hbar (H^+ I^- + H^- I^+)$$

$$\omega_0 = \frac{3eqQ}{4I(2I-1)}, \quad H^\pm = H_x \pm iH_y, \quad I^\pm = I_x \pm iI_y.$$

*Nous examinerons le cas le plus simple, celui de noyaux de spin  $I = 1$ .* On écrit les équations d'évolution des quantités :

$$y_{10} = \langle I_z \rangle, \quad y_{1,\pm 1} = \langle \mp I^\pm \rangle, \quad y_{20} = \left\langle \sqrt{\frac{2}{3}} (3I_z^2 - I(I+1)) \right\rangle$$

$$y_{2,\pm 1} = \langle \mp (I_z I^\pm + I^\pm I_z) \rangle, \quad y_{2,\pm 2} = \langle (I^\pm)^2 \rangle.$$

Ces équations d'évolution sont :

$$(2) \left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} y_{1,\pm 1} = \pm i \omega_0 y_{2,\pm 1} - \frac{i\gamma}{2} H^\pm \sqrt{2} y_{10} \\ \frac{d}{dt} y_{2,\pm 1} = \pm i \omega_0 y_{1,\pm 1} - \frac{i\gamma}{2} (H^\pm \sqrt{6} y_{20} + 2 H^\mp y_{2,\pm 2}) \\ \frac{d}{dt} y_{10} = -\frac{i\gamma}{2} \sqrt{2} (H^- y_{11} + H^+ y_{1,-1}) \\ \frac{d}{dt} y_{20} = -\frac{i\gamma}{2} \sqrt{6} (H^+ y_{2,-1} + H^- y_{21}) \\ \frac{d}{dt} y_{2,\pm 2} = -\frac{i\gamma}{2} 2 H^\pm y_{2,\pm 1} \end{array} \right.$$

Pour les intégrer, on utilise la transformation analogue à celle qui conduit en résonance magnétique aux « coordonnées tournantes » :

$$\left\{ \begin{array}{l} y_{1,\pm 1} = y_{1,\pm 1}^* \cos \omega_0 t \pm i y_{2,\pm 1}^* \sin \omega_0 t \\ y_{2,\pm 1} = \pm i y_{1,\pm 1}^* \sin \omega_0 t + y_{2,\pm 1}^* \cos \omega_0 t \\ y_{k\mu} = y_{k\mu}^* \quad (\mu \neq \pm 1). \end{array} \right.$$

En portant cette transformation dans (2), en supposant que le champ  $H_x = H_1 \cos \omega_0 t$ ,  $H_y = H_z = 0$  a la fréquence de résonance, et en remplaçant dans les seconds membres des équations obtenues les coefficients rapidement variables par leurs valeurs moyennes (approximation analogue à celle qui consiste, en résonance magnétique, à négliger la composante du champ radiofréquence qui tourne dans le mauvais sens), on obtient, en tenant compte des conditions initiales :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} y_{21}^* = -\frac{i\gamma}{2} H_1 \left( \sqrt{\frac{3}{2}} y_{20}^* + y_{22}^* \right) \\ \frac{d}{dt} y_{22}^* = -\frac{i\gamma}{2} H_1 y_{21}^* \\ \frac{d}{dt} y_{20}^* = -\frac{i\gamma}{2} H_1 2 \sqrt{\frac{3}{2}} y_{21}^* \\ y_{1,\pm 1}^* = y_{10}^* = 0 \quad y_{21}^* = y_{2,-1}^* \quad y_{22}^* = y_{2,-2}^* \end{array} \right.$$

L'intégration de ces équations fournit les résultats suivants : l'aimantation est

$$M_x = \left( \frac{1}{2} \chi \frac{\omega_0}{\gamma} \right) \sin (\gamma H_1 t) \sin \omega_0 t, \quad M_y = M_z = 0$$

où  $\chi$  est la susceptibilité magnétique statique; c'est-à-dire que l'amplitude du signal d'induction est deux fois plus faible, à fréquence égale, en résonance quadrupolaire (pour  $I = 1$ ) qu'en résonance magnétique. Le tenseur moment quadrupolaire (macroscopique) est:

$$D_{zz} = D_{zz}^{(0)} \left( \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \cos (\gamma H_1 t) \right) \cdot \quad D_{xx} = -\frac{1}{2} D_{zz}^{(0)} \cdot \quad D_{yy} = D_{zz}^{(0)} \left( \frac{1}{4} - \right. \\ \left. - \frac{3}{4} \cos (\gamma H_1 t) \right) \\ D_{xy} = D_{xz} = 0 \quad D_{yz} = \frac{3}{4} D_{zz}^{(0)} \sin (\gamma H_1 t) \cos \omega_0 t .$$

Enfin, si on tient compte des coefficients rapidement variables qu'on a assimilés ci-dessus à la valeur moyenne, on trouve que la fréquence de résonance est déplacée; le déplacement relatif est donné par

$$\frac{\delta\omega}{\omega_0} = \frac{(\gamma H_1)^2}{4 \omega_0^2}$$

alors qu'en résonance magnétique on a, à la même fréquence et avec la même amplitude du champ radiofréquence, un déplacement quatre fois plus petit [8]:

$$\frac{\delta\omega}{\omega_0} = \frac{(\gamma H_1)^2}{16 \omega_0^2} .$$

Les équations macroscopiques s'écrivent et s'intègrent de façon analogue pour les noyaux de spin  $\frac{3}{2}$ ,  $\frac{5}{2}$ , etc. [3]. Elles permettent l'étude des phénomènes d'induction en résonance quadrupolaire, prévus par M. le Professeur Kastler [4] et découverts par Hahn-Herzog [5] et Bloom-Norberg [6]. Signalons que Bloom, Hahn et Herzog [7] ont obtenu, à l'aide d'une méthode différente, d'autres équations macroscopiques.

1. BLOCH, *Phys. Rev.*, 70, 1946, p. 460.
2. LURÇAT, *C. R.*, 238, 1954, p. 1386.
3. ——— Thèse, Paris, 1956.
4. KASTLER, *Experientia*, VIII/1, 1952, p. 1.
5. HAHN, HERZOG, *Phys. Rev.*, 93, 1954, p. 639.
6. BLOOM, NORBERG, *Phys. Rev.*, 93, 1954, p. 638.
7. BLOOM, HAHN, HERZOG, *Phys. Rev.*, 97, 1955, p. 1699.
8. BLOCH, SIEGERT, *Phys. Rev.*, 57, 1940, p. 522.