

**Zeitschrift:** Archives des sciences [1948-1980]  
**Herausgeber:** Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève  
**Band:** 11 (1958)  
**Heft:** 7: Colloque Ampère

**Artikel:** Sur les constantes diélectriques et les pertes Maxwell-Wagner des mélanges hétérogènes  
**Autor:** Leismann, Joseph  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-738852>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 02.02.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Sur les constantes diélectriques et les pertes Maxwell-Wagner des mélanges hétérogènes

par Joseph LEISMANN

Institut de Physique de l'Université de la Sarre

---

Tandis que la validité des diverses formules donnant la constante diélectrique à partir de celles de leurs constituants a déjà été souvent contrôlée, sur des mélanges sans pertes [1 à 9], on a à peine étudié expérimentalement la validité des formules pour des milieux présentant des pertes. Ces recherches sur l'action d'impuretés ou de petites additions à des milieux sans pertes ont un intérêt technique parce qu'elles permettent de prévoir le comportement d'isolants non purifiés [10].

Considérons un mélange composé d'un milieu continu sans perte de constante diélectrique  $\epsilon_c$  dans lequel sont dispersées des petites particules de constante diélectrique  $\epsilon_i = \epsilon'_i - j \epsilon''_i$ . Les formules de Lorentz [11], Wiener [12], Rayleigh [13], Eckart [14], [15] et, pour de faibles facteurs de remplissage  $\delta$ , celles de Bruggeman [16] et de Böttcher [17] pour des particules sphériques peuvent se mettre sous la forme:

$$\epsilon_m = \frac{a + b \epsilon_i}{c + d \epsilon_i} \quad (1)$$

$a, b, c, d$  réels, indépendants de la fréquence de mesure.

## *Pertes de Maxwell-Wagner de particules à couches*

Selon Maxwell [18], une sphère de rayon  $r_2$  et de conductibilité  $\sigma_2$ , entourée d'une enveloppe d'épaisseur  $h = r_1 - r_2$  et de conductibilité  $\sigma_1$  plongée dans un milieu où règne un champ homogène, se comporte au point de vue électrique comme une sphère de rayon  $r_1$  et de conductibilité  $\sigma_K$ . Où:

$$\sigma_K = \frac{(2 \sigma_1 + \sigma_2) r_1^3 - 2 (\sigma_1 - \sigma_2) r_2^3}{(2 \sigma_1 + \sigma_2) r_1^3 + (\sigma_1 - \sigma_2) r_2^3} \sigma_1. \quad (2)$$

Pour une couche mince  $h \ll r_1, r_2$  intervient d'une manière analogue une constante diélectrique  $\varepsilon_k$  où

$$\varepsilon_k = \frac{2h\varepsilon_1 + r\varepsilon_2}{r\varepsilon_1 + h\varepsilon_2} \cdot \varepsilon_1. \quad (3)$$

Portant cette expression dans la formule générale de mélange (1), on obtient :

$$\varepsilon_m = \frac{a + b\bar{\varepsilon}}{c + d\bar{\varepsilon}} \quad \text{où} \quad \bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon}' - j\bar{\varepsilon}'' \quad (5)$$

et

$$\bar{\varepsilon}' = \frac{2h}{r}\varepsilon_1' + \varepsilon_2' \quad (6) \quad \bar{\varepsilon}'' = \frac{1}{\varepsilon_0\omega} \left( \frac{2h}{r}\sigma_1 + \sigma_2 \right). \quad (7)$$

Ainsi :

$$\varepsilon_m^0 = \frac{b}{d} \quad (8) \quad \varepsilon_m^\infty = (a + b\varepsilon_2') / (c + d\varepsilon_2') \quad (9)$$

pour  $f \ll f_m$  pour  $f_m \ll f$ .

Le temps de relaxation du mélange  $\tau_m = \frac{1}{\omega_m} = \frac{1}{2\pi f_m}$  dépend principalement des propriétés de l'enveloppe.

$$f_m = \frac{\bar{\sigma}}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{c + d\bar{\varepsilon}'}{d} \quad \bar{\sigma} = \frac{2h}{r}\sigma_1 + \sigma_2. \quad (10)$$

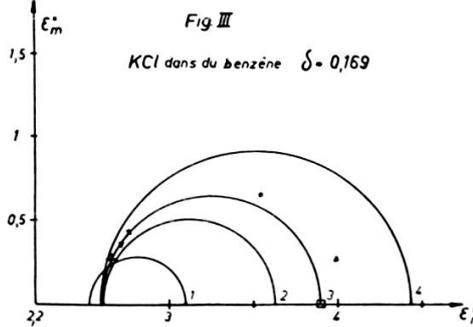
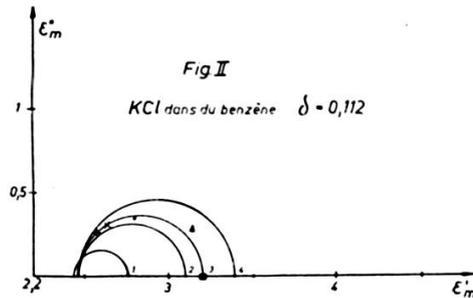
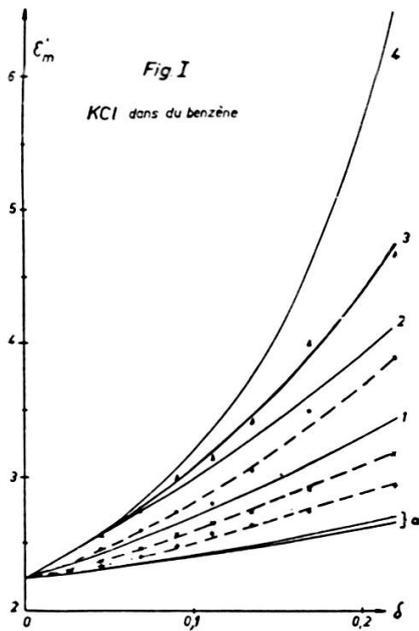
Comme on pouvait le prévoir on trouve que :

- I. aux basses fréquences, les particules se comportent comme si leur conductibilité était infinie, car les charges ont le temps de circuler sur l'enveloppe mince.
- II. aux fréquences élevées, la couche enveloppe n'agit plus. Les temps pour le déplacement des charges étant beaucoup plus longs que la période du champ utilisé pour la mesure. Le milieu se comporte comme une suspension de particules isolantes de constante diélectrique  $\varepsilon_2'$ .
- III. Dans ces deux cas extrêmes, I et II, les valeurs de  $\varepsilon_1, h$  et  $r$  n'apparaissent pas.

Comme  $\varepsilon_m^0$  et  $\varepsilon_m^\infty$  ne dépendent pas des propriétés de l'enveloppe, le demi-cercle de Cole et Cole [19] reste inchangé et indépendant de l'enveloppe des particules. Il ne dépend que de la constante diélectrique  $\varepsilon_2'$  des parti-

cules,  $\epsilon_c$  du milieu continu et du facteur de remplissage  $\delta$ . On peut donc calculer avec les diverses formules le demi-cercle pour les constantes diélectriques dans le domaine de relaxation et comparer les valeurs mesurées de  $\epsilon'_m$  et  $\epsilon''_m$  avec leurs valeurs calculées.

Une poudre de KCl, qu'il est difficile de débarrasser d'une pellicule conductrice d'eau a montré entre 50 KHz et 5 MHz les phénomènes de



relaxation indiqués plus haut. Il a été ainsi possible de contrôler les formules de mélange étendues au domaine complexe.

La fig. I montre en trait continu les valeurs calculées par Guillien [7] dans le diagramme  $\epsilon'_m = f(\delta)$  pour des sphères conductrices plongées dans un isolant. Pour des particules de KCl, ( $\epsilon'_2 = 4,94$ ), dans du benzène  $\epsilon_c = 2,24$  parfaitement isolant le calcul prévoit suivant les formules des valeurs comprises entre les deux courbes très voisines *a*. Pour des particules infiniment conductrices,  $\epsilon_2 = \infty$ , les courbes des différentes formules sont bien distinctes:

- 1° formule de Lorentz, courbe n° 1;
- 2° formule de Lord Rayleigh, courbe n° 2;
- 3° formule de Bruggeman, courbe n° 3;
- 4° formule de Böttcher, courbe n° 4.

Si l'on porte sur ce diagramme en trait interrompu les courbes expérimentales de notre mélange  $\text{KCl} - \text{C}_6\text{H}_6$ , mesurées dans le domaine de relaxation, elles doivent être situées entre la courbe relative aux particules isolantes et celle relative aux particules conductrices telles que les prévoit la meilleure théorie.

Nos points expérimentaux de la figure I, se trouvent pour une fréquence 50 KHz (points  $\blacktriangle$ ) au dessus de la courbe 1 de la théorie de Lorentz et

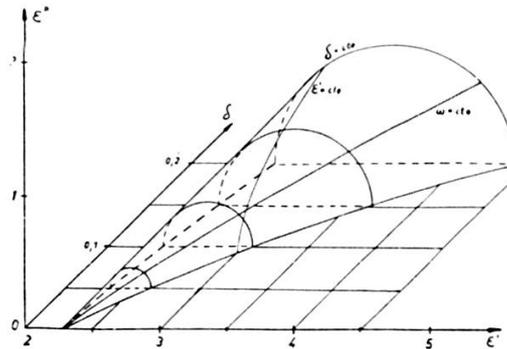


Fig. IV.

2 de Rayleigh qui donnent donc des valeurs trop faibles de la constante diélectrique des mélanges.

Les figures II et III représentent les demi-cercles 1, 2, 3, 4 calculés à partir des quatre théories ci-dessus mentionnées. On a porté les points:

Polyèdres de  $\text{KCl}$  avec enveloppe d'eau conductrice

$\triangle$  50 KHz,  $\cdot$  150 KHz,  $\times$  500 KHz,  $\nabla$  1 MHz,  $+$  5 MHz

$\square$  Sphères de  $\text{Hg}$  (équivalent à la fréquence  $\omega = 0$ ).

Ces points se placent au mieux sur le cercle 3 donné par la théorie de Bruggeman. Les valeurs mesurées à 150 KHz et 50 KHz se trouvent un peu en dehors du cercle théorique. Ceci peut être produit par une constante diélectrique ou une absorption diélectrique trop élevée ou par les deux. L'excès de la valeur expérimentale de  $\epsilon'_m$  pour les fréquences de 50 et 150 KHz s'explique par la forme polyédrique des grains. L'excès de  $\epsilon''_m$  peut s'expliquer par une faible conductibilité ohmique du milieu continu (le benzol).

Une bonne vue d'ensemble du comportement de la constante et de l'absorption diélectrique dans le domaine de relaxation pour divers facteurs de remplissage est obtenu par une représentation à trois dimensions ( $0\epsilon'_m, 0\delta, 0\epsilon''$ ) où l'absorption  $\epsilon''$  est portée au dessus du plan horizontal

( $0\varepsilon'$ ,  $0\delta$ ). Les familles de courbes des figures I à III se réunissent dans cette représentation en une surface diélectrique (fig. IV), dont les lignes de niveau sont les courbes de pertes constantes.

## BIBLIOGRAPHIE

1. STÖCKER, E., *Zeitschrift f. Physik*, 2 (1920), 236.
  2. ERRARA, J., *C. R.*, 184 (1927), 455.
  3. VAN VESSEM, J. C., thèse, Utrecht (1947).
  4. — et J. M. VIJVOET, *Rec. Trav. et Chim.*, 67 (1948), 191.
  5. HELAINE, A., S. LE MONTAGNER et J. LE BOT, *C. R.*, 232 (1952), 403.
  6. GUILLIEN, R., *Ann. de Phys.*, 16 (1941), 205.
  7. — *Ann. Univ. Saraviensis*, 4 (1952), 332.
  8. REINHOLDS, S. A., thesis, London, 1955.
  9. DE LOOR, G. P., thèse, Leyden, 1956.
  10. HAMON, B. V., *Aust. J. Phys.*, 6 (1953), 304.
  11. LORENTZ, H. A., *Wied. Annalen*, 9 (1880), 641.
  12. WIENER, O., *Abh. d. Sächs. Ges. d. Wiss. Math. Phys. Kl.*, 32 (1912), 509.
  13. RAYLEIGH, J. W., *Phil. Mag.*, 34 (1892), 481.
  14. ECKART, G., *Zeitschr. f. angew. Phys.*, 4 (1952), 315.
  15. — *ONERA*, Etude n° 1553 P.
  16. BRUGGEMAN, D. A. G., *Ann. d. Phys.*, 24 (1935), 636.
  17. BÖTTCHER, C. J. F., *Theory electr. polarisation*, Elsevier Publ. Comp., Amsterdam, 1952, 415.
  18. MAXWELL, *Treatise on Electricity and Magnetism*, Clarendon Press, Oxford, 1881, p. 402.
  19. COLE, K. S. and R. H. COLE, *J. Chem. Phys.*, 9 (1941), 431.
-