Considérations théoriques

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **Archives des sciences [1948-1980]**

Band (Jahr): **12 (1959)**

Heft 2

PDF erstellt am: **22.07.2024**

III. CONSIDÉRATIONS THÉORIQUES

1. Calcul par le modèle en couche [64, 65] de l'élément de matrice de désintégration β de $B_5^{12} \rightarrow C_6^{12}$.

La configuration de l'état fondamental de C_6^{12} est:

$$(1s)^2\,(1p_{3/2})^4;\ (1s)^2\,(1p_{3/2})^4$$
$$I_f = 0\ .$$

Celle de B_5^{12} est:

$$(1s)^2\,(1p_{3/2})^3;\ (1s)^2\,(1p_{3/2})^4;\ (1p_{1/2})$$
$$I_i = 1\ .$$

Les transitions état fondamental à l'état fondamental adviennent entre états dérivés des configurations

$$(1p_{3/2})^3\ \left\{(1p_{3/2})^4\,(1p_{1/2})^1\right\},\quad (1p_{3/2})^4\,(1p_{3/2})^4\ .$$

La configuration $(1p_{3/2})^4$ $(1p_{3/2})^3$ engendre la fonction d'onde antisymétrique

$$\chi_m^{T_3}\left(I = \frac{3}{2},\quad T = \frac{1}{2}\right)\ .$$

Ces fonctions s'associent à $U_{3/2,\,m}$ et $U_{1/2,\,m}$ pour donner:

$$\Psi_f = \Psi_{0,0;\,0,0} = 8^{-\frac{1}{2}} \sum_m \left[a\,(1)\,\chi_{-m}^{-\frac{1}{2}}\,(2,..8)\,\chi_{-m}^{+\frac{1}{2}}\,(2,..8)\right]$$
$$\times\ U_{3/2,\,m}\,(1)\,(-1)^{m+\frac{1}{2}}\ .$$

$$\Psi_i = \Psi_{1,0;\,1,1} = \frac{1}{4} \sum_\nu p_\nu\,a\,(1)\left[U_{\frac{1}{2},\,\frac{1}{2}}\,\chi_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}\,(2,\,..\,8)\ -\right.$$
$$\left.-\ U_{\frac{1}{2},\,-\frac{1}{2}}\,(1)\,\chi_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}\,(2,\,..\,8)\right]\ .$$

Tant Ψ_f que Ψ_i sont complètement antisymétriques par rapport aux coordonnées d'espace, de spin et de spin isobarique des deux particules.

Ceci est évident pour Ψ_f car il se présente sous la forme d'un déterminant. Pour Ψ_i la sommation par permutation p_ν

circulaire sur les nombres 1, 2, jusqu'à 8 garantit la même propriété.

Dans le calcul de l'élément de matrice de la désintégration β, l'opérateur $\Sigma Q_K \sigma_{ZK}$ est remplacé par $8\,Q_1\sigma_Z$, substitution autorisée par l'antisymétrie de Ψ_i et Ψ_f. L'orthogonalité de $\Psi_{3/2,\,m}$ et $\Psi_{1/2,\,m}$ élimine tous les termes d'interférence dans la somme $\sum\limits_{\nu} p_{\nu}$.

Utilisant la relation:

$$I_f = I_i - 1 = I$$

$$|\,\sigma\,|^2 = \sum_{mf} |\,(f\,|\,Q_K\,\sigma_K\,|\,i)\,|^2$$

$$= (I+1)\,|\,(\alpha';\,1,\,1;\,T',\,T-1\,|\,\Sigma Q_K\,\sigma_{ZK}\,|\,\alpha;\,I+1,\,I,\,TT\,|^2\,.$$

Q_K est l'opérateur de déplacement qui transforme un neutron en proton. En notation de spin isobarique:

$$Q = \frac{1}{2}\,(\tau_1 - i\tau_2)\,.$$

En spécialisant l'équation précédente au cas:

$$I_f = I_i - 1 = I$$

il vient:

$$|\,\sigma\,|^2 = \frac{1}{2}\left|\left(\frac{3}{2},\frac{1}{2}\,\middle|\,\sigma_Z\,\middle|\,\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right) - \left(\frac{3}{2},-\frac{1}{2}\,\middle|\,\sigma_Z\,\middle|\,\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right|^2$$

$$= 2\left(\frac{3}{2},\frac{1}{2}\,\middle|\,\sigma_Z\,\middle|\,\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\left|\int\sigma\right|^2_{B^{12}-C^{12}} = \frac{16}{9}\,.$$

2. Calcul classique de capture $K_{\beta}^{66,\,67}$ appliqué a la réaction de capture $C^{12} \overset{\mu^-}{\rightarrow} B^{12}$.

La probabilité quantique de transition entre les états initia et final est:

$$P = \frac{2\pi}{\hbar}\sum_f \rho\,|\,H_{fi}\,|^2$$

H_{fi} est l'élément de matrice du terme d'interaction de l'Hamiltonien de la transition,

f et i désignent les états final et initial,

$\sum_f$ indique la sommation sur tous les états finaux discrets ou l'intégration sur les états finaux formant un ensemble continu,

ρ est la densité des états finaux de la transition.

Pour l'interaction de désintégration β:

$$H_{fi} = g \int \sum_n \left(\Psi_\nu^* \, 0_n \, \Psi_e\right) \left(\Psi_f^* \, 0_n \, \Psi_i\right)$$

Ainsi:

$$P_\beta = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_f \rho g^2 \left| \int \sum_n \left(\Psi_\nu^* \, 0_n \, \Psi_e\right) \left(\Psi_f^* \, 0_n \, \Psi_i\right) \right|^2 .$$

Comme la différence d'énergie entre états finaux et initiaux est petite dans la désintégration β, P_β peut être développé par rapport à $\frac{R}{\lambda}$ et $\frac{v}{c}$ (λ est la longueur d'onde des leptons). R = rayon nucléaire, v = vitesse des nucléons dans le noyau.

Nous limitant aux transitions G — T auxquelles s'applique la règle de sélection (en notations habituelles)

$\Delta I = 0$, ou ± 1 ($0 \rightarrow 0$ exclu, pas de changement de parité)

on obtient:

$$P_\beta = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_f \rho \, g^2_{\beta\, G.T} \left| \left(\Psi_\nu^* \vec{\sigma} \, \Psi_e\right) \int \sum_n \left(\Psi_f^* \vec{\sigma}_n \Psi_i\right) \right|^2 .$$

Dans le cas de la désintégration β, la longueur λ d'onde des leptons est très grande comparée à R, le rayon du noyau, et les Ψ_ν et Ψ_e peuvent être évalués au centre du noyau. Il n'est pas nécessaire de prendre la moyenne de la fonction d'onde sur le volume du noyau ou à sa surface. Ainsi, Ψ_ν^* et Ψ_e ci-dessus peuvent s'écrirent $\Psi^*_{\nu(0)}$ et $\Psi_{e(0)}$. Par analogie avec P_β, on écrit pour P_μ, la probabilité de capture d'un muon dans un noyau (pour une transition G — T pure):

$$P_\mu = \frac{2\pi}{\hbar} \sum \rho \, g^2_{\mu\, G.T} \left| \int \left(\Psi_\nu^* \vec{\sigma} \, \Psi_\mu\right) \left(\Psi_f^* \vec{\sigma}_n \Psi_i\right) \right|^2 .$$

Cependant, on suppose dans cette expression de P_μ que l'analogie avec la désintégration β est strictement valable dans le cas de l'absorption de muons. Cette hypothèse est affaiblie par le fait que le transfert de quantité de mouvement qui accompagne l'absorption de muons négatifs est grand comparé à celui de la désintégration β et de tels transferts de quantité de mouvement rendent incertains les états de moment des nucléons individuels dans le noyau. Ainsi, le développement de (H_{fi}) en série de puissance de $\frac{R}{\lambda}$ et $\frac{v}{c}$ peut ne pas être valable. Cette incertitude est la limitation principale dans l'application de la théorie de la capture K_β au phénomène d'absorption de muons.

Simplifions encore, P_μ peut s'écrire:

$$P_\mu = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_f \rho_\mu \, g^2_{\mu\,G.T} \left| (\Psi^*_\nu \vec{\sigma}_\mu \Psi_\mu) \int \sum_n (\Psi^*_f \vec{\sigma}_n \Psi_i) \right|^2 .$$

Appliquant les expressions données pour P_μ et P_β à la transition $C^{12} \underset{e^-}{\overset{\mu^-}{\rightarrow}} B^{12}$, on peut écrire:

$$P_\beta = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_f \rho_\beta \, g^2_{\beta\,G.T} \left| (\Psi^*_\nu \vec{\sigma}_e \Psi_e) \int \sum_n (\Psi^*_{C12} \vec{\sigma}_n \Psi_{B12}) \right|^2$$

et

$$P_\mu = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_f \rho_\mu \, g^2_{\mu\,G.T} \left| (\Psi^*_\nu \vec{\sigma}_\mu \Psi_\mu) \int \sum_n (\Psi^*_{B12} \vec{\sigma}_n \Psi_{C12}) \right|^2 .$$

Si l'on fait l'hypothèse que les éléments de matrice:

$$\left| \int \sum (\Psi^*_{B12} \vec{\sigma}_n \Psi_{C12}) \right|^2 = \left| \int \sum_n (\Psi^*_{C12} \vec{\sigma}_n \Psi_{B12}) \right|^2$$

le rapport $\frac{P_\mu}{P_\beta}$ peut être calculé. Dans un tel calcul, on prend la valeur $\left| \frac{g^2_{\mu\,G.T}}{g^2_{\beta\,G.T}} \right| \equiv 1.$, et l'on fait un choix convenable pour la moyenne de la fonction d'onde du neutrino et celle de la fonction d'onde du muon négatif dans l'expression de P_μ.

Etant donné que les transferts de quantité de mouvement qui interviennent dans les deux directions de la transition

$C^{12} \underset{e^-}{\overset{\mu^-}{\rightarrow}} B^{12}$ diffèrent, les deux éléments de matrice

$$|M_{C^{12} \rightarrow B^{12}}|^2 \quad \text{et} \quad |M_{B^{12} \rightarrow C^{12}}|^2$$

ne sont pas nécessairement de grandeur égale. Cependant, il faut faire l'hypothèse de leur égalité dans l'application de la théorie simple de la capture K_β.

Evaluons P_β et P_μ séparément pour les transitions étudiées.

A. *Evaluation de* P_β.

$$P_\beta = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_f \rho_\beta g^2_{\beta\,G.T} \left| \left(\Psi^*_\nu \vec{\sigma}_e \Psi_e\right) \int \sum_n \left(\Psi^*_{C12} \vec{\sigma}_n \Psi_{B12}\right) \right|^2 .$$

Dans cette expression, on suppose que l'évaluation de l'élément de matrice se fait sur un volume dV. Il faut donc remplacer $|(\ \ )|\int \Sigma(\ \ )|^2$ par $|(\ \ )\int \Sigma(\ \ )\,dV|^2$.

Pour les fonctions d'ondes du neutrino et de l'électron, des ondes planes normalisées dans un parallélépipède de volume V sont employées et les fonctions d'ondes sont évaluées au centre du noyau.

Ceci est possible car les longueurs d'ondes du neutrino et de l'électron qui interviennent dans la désintégration β sont très grandes vis-à-vis de R, le rayon du noyau. Se limitant aux transitions d'ordre le plus bas, c'est-à-dire aux seules ondes *s*, ($l = 0$), les deux fonctions d'ondes planes sont égales à $\frac{1}{\sqrt{V}}$

$$\Psi_{e(0)} = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{-i\vec{k}_e \cdot \vec{r}} S_e = \frac{1}{\sqrt{V}} ; \quad \Psi^2_{e(0)} = \frac{1}{V}$$

$$\Psi_{\nu(0)} = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{-i\vec{k}_\nu \cdot \vec{r}} S_\nu \quad \frac{1}{\sqrt{V}} ; \quad \Psi^2_{\nu(0)} = \frac{1}{V} .$$

Ainsi:

$$P_\beta = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_f g^2_{\beta\,G.T} \rho_\beta \left| \int \sum_n \left(\Psi^*_{B12} \vec{\sigma}_n \Psi_{C12}\right) \right|^2 .$$

La densité d'états finaux ρ_β pour les fonctions d'ondes planes données ci-dessus est:

$$P_\beta = \frac{V^2}{4\pi^4 \hbar^6 c^3} p_e^2 (E_0 - E_e)^2$$

$$\int \rho_\beta = \frac{V^2}{4\pi^4 \hbar^6 c} \int_0^{p_0} p_e^2 \frac{(E_0 - E_e)^2}{c^2} dp_e = \frac{V^2}{4\pi^4 \hbar^6 c}$$

$$\left[\frac{1}{60}\left(E_0^2 - 1\right)\left(2\,E_0^4 - 9\,E_0^2 - 8\right) + \ldots\right]$$

$$\cong \frac{V^2}{4\,\pi^4\,\hbar^6\,c}\left(\frac{2\,E_0^5}{60\,c^5} - \ldots\right)$$

$$\cong \frac{V^2\,E_0^5}{120\,\pi^4\,\hbar^6\,c^6}$$

$$P_\beta = \frac{\Pi\,E_0^5}{60\,\hbar^7\,\pi^4\,c^6}\,g^2_{\beta\,G.T}\left|\int\sum_n\left(\Psi^*_{B^{12}}\,\vec{\sigma}_n\,\Psi_{C^{12}}\right)\right|^2 .*$$

* V^2 disparaît car il se présente également au dénominateur des fonctions d'ondes de lepton.

Comme le spin de l'état fondamental de B^{12} est 1, il faut effectuer la sommation sur les trois états de la composante du spin de B^{12} (1, 0, — 1) et prendre la moyenne en divisant par 3.

On obtient ainsi:

$$P_\beta = \frac{g^2_{\beta\,G.T}\,E_0^5}{180\,\pi^3\,\hbar^7\,c^6}\,\overline{\left|M_{B^{12}\to C^{12}}\right|^2} .$$

Dans ce qui précède, le facteur de correction coulombienne f dû à l'effet de la charge nucléaire Z sur la fonction d'onde de l'électron a été omis. Ce facteur f (Z, E_0) est égal à $f = e^{\frac{\pi Z e^2}{\hbar c}} = 1.15 \pm 0.1$.

Introduisant f dans la formule précédente:

$$P_\beta = \frac{1.15\,g^2_{\beta\,G.T}\,E_0^5}{180\pi^3\,\hbar^7\,c^6}\,\left|\,\overline{M_{B^{12}\to C^{12}}}\,\right|^2 .$$

La valeur connue de la vie moyenne de B^{12} est 29,72 ms.

On sait également que 97% de la transition $B^{12} \to C^{12}$ se fait vers l'état fondamental de C^{12}.

Ainsi:

$$P_\beta = \frac{0{,}97}{29{,}72\ 10^{-3}} = 0.0326 \times 10^3\ s^{-1}\ \text{(valeur expérimentale)}.$$

L'élément de matrice $\left|\,\overline{M_{B^{12}\to C^{12}}}\,\right|^2$ est alors calculé

$$\left|\,\overline{M_{B^{12}\to C^{12}}}\,\right|^2 = \frac{32.6 \times 180\pi^3\,\hbar^7\,c^6}{1.15\,g^2_{\beta\,G.T}\,E_0^5}$$

La valeur 13,376 MeV est employée pour Σ_0.

Ainsi:

$$\left| \overline{M_{B^{12} \to C^{12}}} \right|^2 = 1{,}3038 \; .$$

B. *Evaluation de P_μ.*

Pour évaluer P_μ, il faut tenir compte des considérations suivantes:

1. La longueur d'onde du neutrino émis au cours de l'absorption de muons négatifs est de 13 fermis environ. La longueur d'onde réduite est de l'ordre de 2 fermis, c'est-à-dire de l'ordre de grandeur du rayon nucléaire. Ainsi, la fonction d'onde du neutrino varie en amplitude sur le rayon du noyau. Cette variation réduit la valeur numérique de la fonction d'onde. De même, il faut prendre la moyenne de la fonction d'onde du muon sur le noyau.

2. Les états de spin du proton et du neutron des noyaux de C^{12} et de B^{12}, prédits par un modèle en couche à couplage *jj*, qui interviennent dans la réaction $\mu^- + p \to n + \nu$ sont $^3/_2$ et $^1/_2$.

La règle de sélection $l_\nu = l_p + l_\mu =$ nombre pair doit être satisfaite. Ainsi, seules les ondes *s* et *d* de neutrino participent à la réaction et non les ondes *p*. La contribution de l'onde *d* doit être calculée.

3. Il faut effectuer la sommation sur les deux états de spin du méson et prendre la moyenne en divisant par 2.

4. Seules les transitions d'ordre 0 sont considérées.

Tenant compte de 3 et de 4, on obtient:

$$P_\mu = \frac{2\pi}{\hbar} \rho_\mu \Psi'^2_\nu \Psi'^2_\mu \sum_{mj} \left| \int (\ldots)\, dV \right|^2 .$$

Nous employons l'expression comme fonction d'onde du neutrino

$$\Psi'_\nu = \frac{k\nu}{\sqrt{b}} j_l (k_\nu r)\, Y_l^m (\Omega)\, \chi_s$$

où K_ν est le nombre d'ondes du neutrino,

$j_l (k_\nu r)$ est une fonction sphérique de Bessel,

$Y_l^m\ (\Omega)$ est une harmonique sphérique normalisée,

χ_s est une fonction propre de la composante Z du spin.

Nous employons la fonction d'onde de type hydrogène comme fonction d'onde du muon, puisque l'absorption a lieu seulement depuis l'orbite K.

$$\Psi_\mu = \pi^{-\frac{1}{2}}\ (\mu z e^2/\hbar^2)^{3/2}\ .$$

Les formes les plus générales des deux fonctions d'ondes Ψ_ν et Ψ_μ s'écrivent pour $l = 0$:

$$\Psi_\nu\ (r, \nu, \varphi, \zeta) = F_\nu\ (r)\ Y_{00}\ (\nu, \varphi)\ \alpha\ (\zeta)$$

$$F_\nu\ (r) = \left(\frac{\pi k_\nu}{2br}\right)^{\frac{1}{2}} J_{1/2}\ (k_\nu\, r)$$

pour un neutrino dans une sphère de rayon b.

$$j_0\ (k_\nu\, r) = \left(\frac{\pi}{2k_\nu r}\right)^{\frac{1}{2}} J_{1/2}\ (k_\nu\, r)$$

$$F_\nu\ (r) = \frac{k_\nu}{\sqrt{b}}\ j_0\ (k_\nu\, r)$$

$$\Psi_{\nu(0)} = \Psi\ (r = 0, \zeta) = \frac{k_\nu}{\sqrt{b}} \cdot \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \cdot \alpha\ (\zeta)\ \left[Y = \left(\frac{4\pi}{1}\right)^{\frac{1}{2}}\right]$$

$$\Psi_{\nu(0)}\ \Psi = \frac{k_\nu}{\sqrt{4\pi b}} \cdot \alpha\ (\zeta)$$

$$j_0\ (k_\nu r)\ (\text{pour } r = R) = \left(\frac{\pi}{2R}\right)^{\frac{1}{2}} J_{\frac{1}{2}}\ (k_\nu r) = \frac{\sin k_\nu R}{k_\nu R}$$

$$= 1 - \frac{1}{b}\ k_\nu\ R)^2 + \ldots$$

La fonction d'onde du neutrino à la surface du noyau est environ 0,74 fois celle du neutrino au centre du noyau.

$$\Psi_{\nu(R)} \cong \Psi_{\nu(0)} \times 0{,}74\ .$$

De même, Ψ_ν est calculé sur le volume du noyau est:

$$<\Psi_\nu> \text{ moyenne en volume} = \frac{1}{V} \int_0^R \Psi_\nu\ (r)\ r^2\, dr$$

$$= \frac{1}{V} \int_0^R \frac{\sin\ (k_\nu\, r)}{k_\nu\, r}\ r^2\, dr\ .$$

Pour le noyau de C^{12}, on emploie $R = 1{,}25 \times A^{1/3} \times 10^{-3}$. Ainsi:

$$<\Psi_\nu> \text{ moyenne en volume } = 0{,}853\ \Psi_{\nu(0)}$$

$$<\Psi_\nu> \text{ moyenne superficielle } = 0{,}748\ \Psi_{\nu(0)}$$

$$\Psi_\nu \text{ (moyenne) } = \frac{1{,}601}{2} = 0{,}8\ \Psi_{\nu(0)}\ .$$

De même:

$$\Psi_\mu = C \cdot F_\mu(r)\, Y_{00}\, \alpha(\zeta)$$

$$F_\mu(r) = C \cdot e^{-r/2\alpha}$$

$$\alpha = \frac{\hbar^2}{2\mu Z e^2}\ ; \qquad \int |\Psi_\mu|^2\, dr = 1$$

$$C = \frac{1}{\sqrt{2\alpha^3}}$$

$$\Psi_{\mu(0)} = \left[\frac{1}{2}\,\frac{8\mu^3 R^3 e^6}{\hbar^6}\cdot\frac{1}{4\pi}\right]^{\frac{1}{2}} \alpha(\zeta)$$

$$= \left[\frac{Z^3\mu^3 e^6}{\pi\hbar^6}\right]^{\frac{1}{2}} \alpha(\zeta)$$

Nous définissons Ψ_ν (moyenne) et Ψ_μ (moyenne) comme les moyennes entre $<\Psi_{\mu,\nu}>_R$ et $<\Psi_{\mu,\nu}>$ moyenne en volume comme indiqué ci-dessous.

La densité des états finals se déduit de la densité des états de neutrino permis dans une sphère de rayon b.

$$\rho_\mu = \frac{dN}{dE} = \frac{2b\,dp}{h\,dE} = \frac{b}{\pi\hbar c}$$

Des calculs semblables à ceux décrits en appendice donnent pour C^{12}:

$$\Psi_\mu(R) \cong 0.927\ \Psi_\mu(0)$$

$$<\Psi_\mu> \text{ moyenne en volume } \cong 0.946\ \Psi_\mu(0)$$

$$<\Psi_\mu> \text{ moyenne } \cong \frac{1.8732}{2}\ \Psi_{\mu(0)} \cong 0.937\ \Psi_{\mu(0)}$$

$$\Psi^2_{\nu(\text{moy})}\ \Psi^2_{\mu(\text{moy})} \cong 0.562\ \Psi^2_{\nu(0)}\ \Psi^2_\mu{}^{(0)}$$

On obtient:

$$P_\mu = \frac{0.562\ Z^3\mu^3 e^6 k^2 \nu}{2\pi^2\hbar c}\ |\overline{M_{B^{12}\to C^{12}}}|^2$$

Ainsi

$$\frac{P_\mu}{P_\beta} = \frac{0.562}{1,15}\, 90\, \pi \left(\frac{207\, Z}{137}\right)^3 \left(\frac{E_\nu^2}{E_0^5}\right) \times \left(m_s c^2\right)^3$$

$$\frac{P_\mu}{P_\beta} = 267 \qquad (E_\nu = 92 \text{ Me V}) .$$

Posant

$$P_\beta = \frac{0,97}{29,72 \times 10^{-3}} \qquad P_\mu = 8,7 \times 10^3 .$$

De même, en employant pour $|\overline{M_{B^{12} \to C^{12}}}|^2$ la valeur 1,3038, déduite de P_β ci-dessus, on obtient pour $P_\mu = 8,7 \times 10^3\, s^{-1}$ *.

* Godfrey cite $\frac{P_\mu}{P_\beta} = 228$ et $P_\mu = 6,9 \times 10^3\, s^{-1}$.
Ces valeurs résultent d'erreurs numériques. Les valeurs correctes sont 273 et $8,9 \times 10^3\, s^{-1}$.

En employant la valeur de $|\overline{M_{B^{12} \to C^{12}}}|^2 = \frac{16}{9}$ donnée par le modèle en couche à couplage jj, on obtient $P^\mu = 12,1 \times 10^3\, s^{-1}$.

Si l'on s'en tient aux moyennes en volume des fonctions d'onde leptoniques:

$$P_\mu = 10,1 \times 10^2\, s^{-1}$$

$$\frac{P_\mu}{P_\beta} = 310 .$$

Si l'on s'en tient aux moyennes superficielles de ces mêmes fonctions:

$$P_\mu = 7,45 \times 10^3\, s^{-1}$$

$$\frac{P_\mu}{P_\beta} = 229 .$$

3. Contributions du couplage pseudoscalaire effectif et du courant vectoriel conservé a la probabilité P_μ d'absorption des muons.

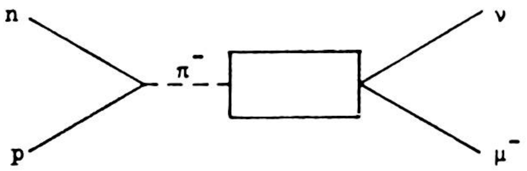
Les développements théoriques les plus récents [11, 12] dans le domaine de l'absorption des muons concernent les deux hypothèses suivantes:

1) Interaction pseudoscalaire effective négligeable dans les processus électroniques similaires.
2) Conservation du courant vectoriel.

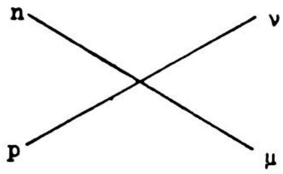
La première hypothèse s'applique aux réactions qui comportent un pion intermédiaire, par exemple:

$$p \to n + \pi^{+} \to n + \mu^{+} + \nu$$

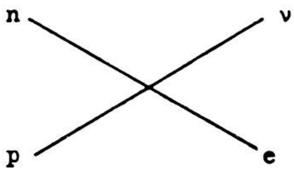
ou



(La boîte rectangulaire représente une paire virtuelle nucléon-antinucléon) comparé au processus normal



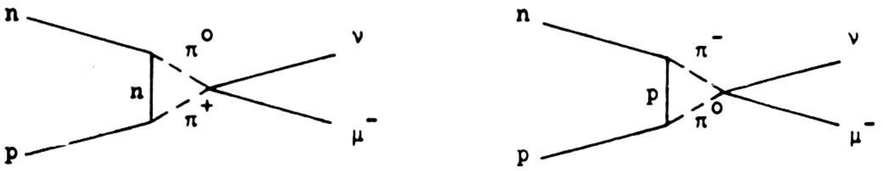
qui possède l'équivalent électronique:



La différence entre l'absorption de muons et la désintégration β tient essentiellement au fait que l'importance de la correction due au pion virtuel dépend de la masse du lepton présent. Une interaction qui comporte l'émission d'un pion intermédiaire introduit un terme pseudoscalaire effectif engendré par le couplage A pseudovectoriel dans la théorie universelle V-A.

La seconde hypothèse envisage une interaction directe des pions et des leptons engendrée par le couplage vectoriel V:

$$\pi^{+} + \mu^{-} \rightarrow \pi^{0} + \nu \,.$$



En d'autres termes, cet effet peut être identifié à une interaction directe avec les dérivées des fonctions d'onde de nucléon. Ce couplage correspond au terme dû au moment magnétique anomal du courant nucléonique électromagnétique. L'élément de matrice de l'absorption des muons s'écrit:

$$\begin{aligned} \mathrm{M}_{\mu} = \left(\frac{m^2}{p_0 n_0}\right) \Big[\Big\{ & a\,\overline{\mathrm{U}}_{\nu}\,(1-\gamma_5)\, i\gamma_{\lambda}\,\gamma_5\,\mathrm{U}_{\mu}\,\overline{\mathrm{U}}_{n}\, i\gamma_{\lambda}\,\gamma_5\,\mathrm{U}_{p} + \\ & + m_{\mu}\, b\,\overline{\mathrm{U}}_{\nu}\,(1-\gamma_5)\,\gamma_5\,\mathrm{U}_{\mu}\,\overline{\mathrm{U}}_{n}\,\gamma_5\,\mathrm{U}_{\mathrm{P}} \Big\} \\ & + \Big\{ \mathrm{C}\,\overline{\mathrm{U}}_{\nu}\,(1-\gamma_5)\,\gamma_{\lambda}\,\mathrm{U}_{\mu}\,\overline{\mathrm{U}}_{n}\,\gamma_{\lambda}\,\mathrm{U}_{p} + \\ & + i d\,\overline{\mathrm{U}}_{\nu}\,(1-\gamma_5)\,\gamma_{\lambda}\,(\mathrm{P}_{\mu}-p_{\nu})\,\mathrm{U}_{\mu}\,\overline{\mathrm{U}}_{n}\,\sigma_{\lambda\mu}\,\mathrm{U}_{\mathrm{P}} \Big\} \Big] \end{aligned}$$

où m est la masse du nucléon,
U sont les spineurs,
γ les matrices de Dirac, et
p les quantités de mouvement.

Les coefficients a, b, c et d sont fonctions du transfert invariant de quantité de mouvement entre nucléons: $(n - p)^2$.

Au cours de la désintégration β, $(n-p)^2 = 0$; a et c s'identifient aux coefficients de couplage $\mathrm{C}_{\mathrm{A}}^{\beta}$ et $\mathrm{C}_{\mathrm{V}}^{\beta}$.

Pour l'absorption de muons: $(n - p)^2 = m^2_{\mu}\left(1 - \frac{m_{\mu}}{m}\right) \cong 0.9\, m_{\mu}^2$. $m_{\mu}\, b$ est le coefficient de couplage pseudoscalaire effectif C_{P}'. Il vaut:

$$|\, \mathrm{C}_{\mathrm{P}}' \,| \cong 8\,\mathrm{C}_{\mathrm{V}}^{\beta} \,.$$

tandis que $a^{(\mu)}$, $c^{(\mu)}$ sont liés aux constantes de couplage correspondantes de la désintégration β.

$$\frac{a^{(\mu)}\,(0.9\, m_{\mu}^2)}{\mathrm{C}_{\mathrm{A}}^{\beta}} \cong 1 - \frac{1}{\pi}\,\frac{(0.9)\, m_{\mu}^2}{4\, m^2\, p} = 0.999$$

$$\frac{c^{(\mu)}\,(0.9\, m_{\mu}^2)}{\mathrm{C}_{\mathrm{V}}^{\beta}} \cong 1 - \frac{1}{6}\,(0.9\, m_{\mu}^2) < r^2 > \,.$$

où $< r^2 >$ est le rayon quadratique moyen de la distribution de charge électrique de proton libre $= (0.8 \times 10^{-13}\ \text{cm})^2 = \dfrac{1}{1.75\ m_\pi}^2$

$$\frac{C^\mu\ (0.9\ m_\mu^2)}{C_V^\beta} = \frac{1 \times 0.9\ m_\mu^2}{6 \times (1.75\ m_\pi)^2} = 0.97\ .$$

Le dernier terme de l'élément de matrice donné ci-dessus représente une interaction directe comportant les dérivées des champs de spineur. Il est dû au courant vectoriel conservé et lie $c^{(\mu)}$ à $d^{(\mu)}$:

$$\frac{d^{(\mu)}}{c^{(\mu)}} \cong \frac{\sigma_p - \sigma_n}{2\, m_p}$$

où les σ sont les moments magnétiques anormaux et m_p est la masse du proton.

Si l'on compare $a^{(\mu)}$, $c^{(\mu)}$, C'_p et $d^{(\mu)}$ aux constantes de couplage de la désintégration β, on peut écrire dans l'approximation non relativiste un hamiltonien effectif qui contient les spineurs U dont les composantes petites sont négligées.

Cet hamiltonien effectif donne:

$$M_\mu = < f \mid H_{\text{eff}} \mid i >$$

tous les états de nucléons dans le noyau étant pris en considération.

Un calcul préliminaire d'ordre de grandeur basé sur un tel hamiltonien et exprimant les éléments de matrice d'absorption des muons à l'aide des éléments de matrice de la désintégration β donne:

$$M_{\mu(C^{12} \to B^{12})} = M_{\beta(B^{12} \to C^{12})}\ I$$

où I représente les fonctions d'onde du neutrino et du muon évaluées sur la distribution de charge des protons dans le noyau.

Il s'écrit (Ψ_ν, Ψ_μ, comme pour la capture K):

$$I = \int \Psi_\nu\ \Psi_\mu\ \Gamma_p\ (r)\ dr$$

où $\Gamma_p\ (r)$ représente la fonction de distribution de la charge des protons dans le noyau.

Ce calcul donne $P_\mu \cong 8 \times 10^3\ s^{-1}$.