Zeitschrift: Archives des sciences [1948-1980]
Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève
Band: 12 (1959)
Heft: 2

Artikel: L'absorption du muon dans le carbone 12 et l'interaction universelle
Autor: Teja, Jayanti Dharma
Anhang: Appendices
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-739058

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 18.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

et qu'il est en bon accord avec l'hypothèse de l'interaction universelle de Fermi.

Les points suivants devraient être étudiés au cours de recherches futures:

1) Mesure de l'hélicité des μ^- provenant de la désintégration des π^- pour déterminer si le μ^- est un lepton ou un antilepton [68, 69].

2) Evaluation théorique précise de P_μ tenant compte du couplage direct des moments magnétiques prédit par le courant vectoriel conservé de Gell-Mann [12]. Les travaux existants [20, 50] ne permettent pas de conclure sur la présence d'un tel couplage car l'indétermination des calculs est de l'ordre de l'effet à vérifier.

3) Mise en évidence du couplage pseudoscalaire effectif mentionné par Goldberger et Treiman [11] et Wolfenstein [52], par exemple, dans une transition nucléaire $0 \to 0$ accompagnant la capture de muons négatifs, ou encore par étude de la capture radiative des muons négatifs.

V. APPENDICES

APPENDICE I

Théorie de la désintégration β; non conservation de la parité et interaction universelle de Fermi.

L'hamiltonien d'interaction de la désintégration β peut s'écrire pour une particule isolée:

$$H_{\text{int}} = \sum_m (\Psi_p^* \gamma_4 O_{Hm} \Psi_n) \cdot (C_m \Psi_e^* \gamma_4 O_{Lm} \Psi_\nu) + \\ + \text{complexe conjugué}$$

O_{Hm}, O_{Lm} sont des opérateurs de Dirac semblables pour les champs de nucléon, d'électron et de neutrino.

$m = 1, 2, 3, 4, 5$ pour les interactions S, V, T, A, P respectivement.

Les valeurs de O_{Lm} pour S, V, T, A, P sont respectivement de la forme:

$$
\begin{aligned}
O_L\,(S) &= 1 \\
O_L\,(V) &= \gamma_\mu \\
O_L\,(T) &= -\left(\frac{i}{2\sqrt{2}}\right)(\gamma_\mu\,\gamma_\nu - \gamma_\nu\,\gamma_\mu) \\
O_L\,(A) &= -\,i\,\gamma_\mu\,\gamma_5 \\
O_L\,(P) &= \gamma_5\,.
\end{aligned}
$$

L'hamiltonien pour un fermion sans interaction s'écrit séparément pour chaque champ:

$$H_0 = \vec{\alpha}\,\vec{p} + \beta m \qquad (\hbar = c = 1)$$

Si $\vec{\sigma}$ est la matrice de spin de Pauli à deux dimensions 2×2

$$
\begin{aligned}
\vec{\alpha} &= \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ \vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}, \qquad \alpha_4 = i \\
\beta &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \\
\vec{\gamma} &= -\,i\,\beta\,\vec{\alpha}\,, \qquad \gamma_4 = \beta \\
\gamma_5 &= \gamma_1\,\gamma_2\,\gamma_3\,\gamma_4 = -\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}
\end{aligned}
$$

Les Ψ sont des spineurs à 4 composantes. Dans le cas d'une onde plane, le facteur dépendant des coordonnées spatiales $e^{i\vec{p}r}$ est multiplié par des vecteurs colonnes. Dans le cas non relativiste:

$$\Psi_1 = N \begin{vmatrix} E + m \\ 0 \\ p_z \\ p_+ \end{vmatrix} . e^{i\vec{p}r} \text{ pour } E > 0 \qquad \sigma_z = \frac{1}{2}$$

$$\Psi_2 = N \begin{vmatrix} 0 \\ E + m \\ p_- \\ -\,p_z \end{vmatrix} . e^{i\vec{p}r} \text{ pour } E > 0 \qquad \sigma_z = -\,\frac{1}{2}$$

$$\Psi_3 = N \begin{vmatrix} -\,p_z \\ -\,p_+ \\ |\,E\,| + m \\ 0 \end{vmatrix} . e^{i\vec{p}r} \text{ pour } E < 0 \qquad \sigma_z = \frac{1}{2}$$

$$\Psi_4 = N \begin{vmatrix} -\,p_- \\ p_z \\ 0 \\ |\,E\,| + m \end{vmatrix} . e^{i\vec{p}r} \text{ pour } E < 0 \qquad \sigma_z = -\,\frac{1}{2}$$

$$p_+ = p_x + ip_y$$
$$p_- = p_x - ip_y \ .$$

On peut également écrire pour la désintégration β la densité lagrangienne d'interaction sous la forme (pour une interaction vectorielle avec un opérateur vectoriel γ_α):

$$C_V \, (\bar{p}\, \gamma_\alpha n) \, (\bar{e}\, \gamma_\alpha \nu) + C_V^* \, (\bar{n}\, \gamma_\alpha p) \, (\bar{\nu}\, \gamma_\alpha e)$$

ν et e sont respectivement les opérateurs d'annihilation et de création des états de neutrino, antineutrino et d'électron-positron. $\bar{\nu}$ et $\bar{e}$ sont les opérateurs de création et d'annihilation et sont liés à ν et e par la relation:

$$\bar{\nu} = \nu^\dagger \, \gamma_4$$
($\dagger$ = conjugé hermitique).

C_V^* est le conjugé hermitique de C_V et se rapporte à la désintégration β^+ du proton, tandis que C_V se rapporte à la désintégration β^- du neutron.

La non-conservation de la parité dans la désintégration β transforme l'opérateur d'interaction de telle sorte que, au lieu de:

$$C_V \, (\bar{p}\, \gamma_\alpha n) \, (\bar{e}\, \gamma_\alpha \nu) + \text{H . C}$$

on écrit:

$$(\bar{p}\, \gamma_\alpha n) \, [\bar{e}\, \gamma_\alpha \, (C_V + C_V' \, \gamma_5 \nu] + \text{H . C} \ .$$

Dans ce cas, l'opérateur de changement de parité γ_5 fournit un mélange C_V et C_V' des deux états de parité opposée.

Si l'on pose $C_V = C_V'$, on obtient l'asymétrie maximum avant-arrière dans la désintégration d'un noyau polarisé, en accord avec la théorie de neutrino à deux composantes, le neutrino ayant une hélicité à gauche.

La densité lagrangienne correspondant aux cinq types d'interactions contient alors dix termes plus leurs conjugués hermitiques.

$$\mathcal{L} = C_S \, (\bar{p}\, n) \, (\bar{e}\, \nu) + C_S' \, (\bar{p}\, n) \, (\bar{e}\, \gamma_5 \nu)$$
$$+ C_V \, (\bar{p}\, \gamma_\alpha n) \, (\bar{e}\, \gamma_\alpha \nu) + C_V' \, (\bar{p}\, \gamma_\alpha n) \, (\bar{e}\, \gamma_\alpha \gamma_5 \nu)$$

$$+ \frac{1}{2} C_T (\bar{p} \sigma_{\alpha\beta} n) (\bar{e} \sigma_{\alpha\beta} \nu) + \frac{1}{2} C'_T (\bar{p} \sigma_{\alpha\beta} n) \bar{e} \sigma_{\alpha\beta} \gamma_5 \nu)$$

$$- C_A (\bar{p} \gamma_\alpha \gamma_5 n) (\bar{e} \gamma_\alpha \gamma_5 \nu) - C'_A (\bar{p} \gamma_\alpha \gamma_5 n) (\bar{e} \gamma_\alpha \nu)$$

$$- C_p (\bar{p} \gamma_5 n) (\bar{e} \gamma_5 \nu) + C'_p (\bar{p} \gamma_5 n) (\bar{e} \nu)$$

$$+ \text{H . C .}$$

Feynman et Gell-Mann, Sudarshan et Marshak et Sakurai [7-10] ont proposé, en plus de l'universalité de l'intensité des interactions faibles, l'universalité de la nature même de l'interaction. Ils proposent une interaction universelle de Fermi de type V-A pour toutes les désintégrations dues à des interactions locales de quatre fermions. Feynman et Gell-Mann postulent que, dans l'interaction de désintégration β, chaque champ de fermions doit être multiplié par l'opérateur de projection:

$$a = \frac{1}{2} 1 + i \gamma_5) \; ; \quad \bar{a} = \frac{1}{2} (1 - i \gamma_5) \; .$$

L'interaction de désintégration β présente alors la forme:

$$\sum_i C_i \, (a \overline{\Psi}_p O_i a \Psi_n) \, (a \overline{\Psi}_e O_i a \Psi_\nu)$$

où

$$\Psi = \Psi^\dagger \beta \; .$$

Les opérateurs de projections a et $\bar{a}$ éliminent les interactions S, T et P et conservent seulement A et V.

Les interactions A et V conduisent aux mêmes constantes de couplage. Elles donnent pour la désintégration β:

$$(8)^{\frac{1}{2}} g \, (\overline{\Psi}_p \gamma_\alpha a n) \, (\overline{\Psi} e \gamma_\alpha a \Psi_\nu)$$

et pour la désintégration μ:

$$(8)^{\frac{1}{2}} g \, (\overline{\Psi}_e \gamma_\alpha a \Psi_\mu) \, (\overline{\Psi}_\nu \gamma_\mu a \Psi_\nu)$$

Ces expressions sont équivalentes à une interaction V-A, le neutrino étant à deux composantes.

L'emploi de l'opérateur de projection $\bar{a} = \frac{1}{2} (1 - i \gamma_5)$ est exclu car l'interaction deviendrait V + A, ce qui ne rend pas

compte des données expérimentales sur la désintégration du neutron.

De la même façon on peut écrire:

Désintégration du muon

$$C_{V_{(\mu\,\text{dés})}} \cdot \left[\bar{\nu}\gamma_\alpha(1+\gamma_5)\,\mu\right]\left[\bar{e}\gamma_\alpha(1+\gamma_5)\,\nu\right] + \text{H . C}$$

Capture du muon

$$C_{V_{(\mu\,\text{cap})}} \cdot \left[\bar{p}\gamma_\alpha(1+\gamma_5)\,n\right]\left[\bar{\mu}\gamma_\alpha(1+\gamma_5)\,\nu\right] + \text{H . C}$$

et désintégration β

$$C_{\beta,\,\beta'} \qquad \left[\bar{p}\gamma_\alpha(1+\gamma_5)\,n\right]\left[\bar{e}\gamma_\alpha(1+\gamma_5)\,\nu\right] + \text{H . C .}$$

Les coefficients $C_{V_{(\mu\,\text{cap})}}$ et C_β doivent être égaux. Mais $C_{V_{(\mu\,\text{dés})}}$ peut différer de $C_{V_{(\mu\,\text{cap})}}$ et C_β, car, dans la capture du muon et la désintégration β, peuvent intervenir des contributions du nuage de pions.

Notre expérience tente donc de vérifier l'interaction universelle de Fermi V-A en mesurant $\frac{C_{V_{(\mu\,\text{cap})}}}{C_\beta}$ pour une transformation unique réversible et en vérifiant que ce rapport est égal à 1.

Toutes les constantes C sont réelles à cause de l'invariance par rapport au renversement du temps.

APPENDICE II

L'UNIVERSALITÉ DE L'INTENSITÉ DU COUPLAGE.

L'universalité de l'intensité du couplage dans les interactions faibles peut être montrée en calculant la vitesse des processus correspondant aux côtés A, B et C du triangle de Puppi et en calculant ensuite les intensités de couplage à l'aide des valeurs expérimentales.

a) *Désintégration du neutron libre.*

La vitesse de désintégration du neutron libre est:

$$R_N = \frac{m_e c^4 \hbar^{-7} (m_n - m_p)^5}{60\pi^3 (m_n - m_p)} \left[C_S^2 + C_S'^2 + C_V^2 + C_V'^2 + 3C_T^2 + \right.$$
$$\left. + 3C_T'^2 + 3C_A^2 + 3C_A'^2\right]$$
$$= \frac{m_e c^4 \hbar^{-7} (m_n - m_p)^5}{60\pi^3 (m_n - m_p)} C_\beta$$

La valeur expérimentale de R_N est $0{,}96 \times 10^{-3}\ s^{-1}$.

Insérant

$$m_e = 0.510976 \text{ Me V}$$
$$m_n = 939.506 \text{ Me V}$$
$$m_p = 938.213 \text{ Me V}$$

et les valeurs connues de c et $\hbar$ on obtient:

$$C_\beta = 10.4\ (\times 10^{-49} \text{ erg cm}^3)^2 .$$

b) *Désintégration du muon libre.*

Michel (1950) [70] donne la formule suivante pour la vitesse de désintégration:

$$R_\mu = \frac{c^4 \hbar^{-7} m_\mu^5}{1535\pi^3} \left[C_{\mu S}^2 + C_{\mu S} + 4C_{\mu V}'^2 + 4C_{\mu V}'^2 + 6C_{\mu T}^2 + \right.$$
$$\left. + 6C_{\mu T}'^2 + 4C_{\mu A}^2 + 4C_{\mu A}'^2 + C_{\mu P}^2 + C_{\mu P}'^2\right]$$
$$\frac{c^4 \hbar^{-7} m_\mu^5}{1536\pi^3} = C_{\mu\,(\text{dés})}$$
$$R_{\mu\,(\text{exp})} = 0{,}45 \times 10^6\ s^{-1}$$
$$m_\mu = 105.70 \text{ Me V} .$$

Ainsi $C_{\mu\,(\text{dés})} = 16{,}1 \times (10^{-49} \text{ erg cm}^3)^2$.

c) *Capture de μ^- depuis l'orbite atomique 1S d'un proton libre.*

$$R_{\mu^-(\text{cap})} = \frac{1}{2\pi^2}\left(\frac{1}{137}\right)^3 c^4 \hbar^{-7} m_\mu^5 \left[(C_S + C_V)^2 + (C_S' + C_V')^2 + \right.$$
$$\left. + 3(C_T + C_A)^2 + 3(C_T' + C_A')^2\right]$$
$$R_{\mu^-(\text{cap})} = \frac{1}{2\pi^2}\left(\frac{1}{137}\right)^3 c^4 \hbar^{-7} m_\mu^5 \quad C_{\mu\,(\text{cap})}$$

Posant [33]

$$R_{\mu^-(\text{cap})} = 188 \text{ sec}^{-1}$$

on obtient pour

$$C_{\mu^-(\text{cap})} = 22{,}54\ (10^{-49} \text{ erg cm}^3)^2 .$$

Réunissant les trois valeurs ainsi obtenues des constantes de couplage:

$$C_\beta = 10.4 \times (10^{-49} \text{ erg cm}^3)^2$$
$$C_{\mu\,(\text{dés})} = 16.1 \times (10^{49} \text{ etg cm}^3)^2$$
$$C_{\mu\,(\text{cap})} = 22.54 \times (10^{-49} \text{ erg cm}^3)^2 \,.$$

Dans le calcul ci-dessus, le recul a été négligé ainsi que des termes d'ordre $\frac{m_e}{m_\mu}$. On constate que les trois intensités de couplage sont du même ordre de grandeur.

APPENDICE III

Interactions du muon et le phénomène d'absorption nucléaire.

Depuis la découverte du muon [71, 72], son interaction avec la matière a été un sujet de grand intérêt. Il a d'abord été confondu avec le méson prédit par Yukawa [73], mais les expériences de Conversi, Pancini et Piccioni [74] ont démontré que l'interaction qui conduit à la capture des muons par les noyaux est du même ordre de grandeur que celle qui conduit à la désintégration β.

Conversi et collaborateurs [74] ont observé que dans les éléments légers de $Z < 10$, les muons négatifs étaient en grande partie désintégrés avant d'être absorbés par les noyaux. La capture ne devient plus importante que la désintégration que pour les éléments de $Z > 10$. En d'autres termes, pour $Z > 10$, le temps nécessaire à l'absorption nucléaire est plus petit que 2×10^{-6} s.

Il est admis maintenant que la seule interaction relativement forte connue au muon est l'interaction électromagnétique. Les seules données expérimentales qui ne sont pas complètement en accord avec cette conclusion sont l'excès de diffusion à grand angle observé aux hautes énergies [75].

L'autre interaction connue du muon négatif est sa capture par les atomes et noyaux. Ce dernier processus est appelé *absorption nucléaire* dans le présent travail.

Fermi et Teller montrent que le temps mis [76] par un muon de 2 Ke V pour atteindre l'orbite K dans le carbone est d'environ 10^{-13} s; par conséquent sa désintégration (de vie moyenne $2{,}2 \times 10^{-6}$ s) se passe dans l'orbite K.

L'énergie du niveau de nombre quantique principal n d'un atome muonique peut s'écrire:

$$E_n = -\mu c^2 \frac{(Z\alpha)^2}{2n^2} .$$

Le rayon de l'orbite correspondante, r_n, et la vitesse sur cette orbite, v_n, peuvent s'écrire:

$$r_n = \frac{\hbar^2 n^2}{\bar{\mu} e^2 z}$$

$$v_n = \frac{\alpha c z}{n}$$

$$\bar{\mu} = \frac{\mu}{(1 + \frac{\mu}{A}} \quad \text{(masse réduite du muon)}$$

$$\alpha = \text{constante de structure fine.}$$

Ainsi, le nombre quantique principal du méson au voisinage des orbites K électroniques est de l'ordre de $n \cong 15$.

Les niveaux d'énergie sont donnés par la solution de l'équation de Dirac pour les particules de spin 1/2:

$$E_{n,j} = \frac{-\mu c^2}{2n^2} (Z\alpha)^2 \left\{ 1 + \frac{(Z\alpha)^2}{n^2} \left(\frac{n}{j + \frac{1}{2}} - \frac{3}{4} \right) \cdots \right\} .$$

Le rayon de l'orbite d'un muon est plus petit que celui de l'orbite d'un électron de mêmes n et j dans un rapport

$$\frac{m_\mu}{m_e} \cong \frac{1}{207} .$$

Par conséquent, la densité de muons dans le noyau est plus grande d'un facteur $\left(\frac{m_\mu}{m_e}\right)^3$.

L'influence de la dimension finie du noyau est importante pour Z grand. Prenant un cas extrême, le plomb par exemple, le rayon de Bohr non corrigé pour un muon est $\frac{m_e}{m_\mu Z}$ fois le

rayon de Bohr de l'électron dans l'hydrogène. C'est-à-dire, environ 3×10^{-13} cm pour un muon 1S dans le plomb, alors que le rayon du noyau de plomb qui est d'environ 6×10^{-13} cm est beaucoup plus grand. La fonction d'onde du méson est donc quasi entièrement contenue dans le noyau, même pour un état $2p$. L'existence de ces états atomiques démontre la faiblesse de l'interaction nucléaire du muon.

Pour un muon de moment angulaire l, la probabilité de se trouver dans le noyau croît comme Z^{2l+3}.

Montrons que l'absorption nucléaire croît comme Z^{2l+4}.

La probabilité d'absorption nucléaire est donnée par:

$$P_\mu = \text{constante} \times \sum_{\text{tous les protons}} \Psi^2 \text{ (à chaque proton)}$$

où Ψ est la fonction d'onde 1S du muon dans le niveau.

La fonction d'onde de type hydrogène [77] s'écrit:

$$\Psi_{nl} = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \left\{ \frac{4 Z^3 (n-l-1)!}{n^4 a^3 [(n+l)!]^3} \right\}^{\frac{1}{2}} e^{-\rho/2} \rho^l \overset{2l+1}{\underset{n+l}{L}}(\rho)$$

où

$$\rho = 2 Z r / n a$$

$$a = \hbar^2 / \mu e^2 .$$

Les Ψ_{nl} sont normalisés $\int_0^\alpha 4\pi r^2 \Psi_{nl}^2 \, dr = 1$.

Le coefficient constant de $\overset{2l+1}{\underset{n+l}{L}}(\rho)$ s'écrit:

$$= - \frac{[(n+l)!]^2}{(n-l-1)!\,(2l+1)!}$$

Pour $l = 0$, en $r = 0$

$$\Psi_{n,0} = - \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \left\{ \frac{4 Z^3}{n^4 a^3} \frac{(n+l)!}{(n-l-1)!\,[(2l+1)!]^2} \right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$= - \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \left(\frac{4 Z^3}{n^3 a^3} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$| \Psi_{r=0} |^2 = \frac{Z^3}{\pi n^3 a^3}$$

La probabilité d'absorption par le noyau est:

$$P_\mu \propto \int_0^R q_r \, 4\pi r^2 \, \Psi^2_{n\,l} \, dr$$

où q_r est la densité de protons dans le noyau au rayon $r = \frac{3Z}{4\pi a^3}$.

La probabilité pour un muon 1S de se trouver dans le noyau est:

$$\int_0^R 4\pi r^2 \, \Psi^2_{1,0} \, dr = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{2ZR}{a}} e^{-\rho} \, \rho^2 \, dp$$

(Comme $\overset{2l+1}{\underset{n+l}{L}}(\rho)$ est pour 1 S $= -1$!
2 S $= 2p - 4$
2 P $= -3$! etc.)

Ainsi:

$$\int_0^R 4\pi r^2 \, \Psi^2_{1,0} \, dr = \frac{1}{2} \left| \frac{\rho^3}{3} - \frac{\rho^4}{4} + \dots \right|_0^{\frac{2ZR}{a}}$$

Négligeant les termes en ρ^4 et d'ordre supérieur,

$$= \frac{1}{6} \rho^3 = \frac{1}{6} \left(\frac{2ZR}{a}\right)^3 \qquad \text{comme } (n = 1) .$$

Il s'ensuit que:

$$P_{\mu\,(1\,S)} \propto \frac{3Z}{4\pi R^3} \frac{1}{6} \left(\frac{2ZR}{a}\right)^3$$

Comme: comme $a = \frac{\hbar^2}{\bar{\mu} e^2}$

$$P_{\mu\,(1\,S)} \propto \bar{\mu}^3 Z^4$$

Ceci est égal à $|\Psi_0|^2_Z$ ce qui équivaut à supposer la fonction d'onde 1S constante dans le noyau.

De même, pour les états $2p$:

$$\int_0^R 4\mu r^2 \, \Psi^2_{2,1} \, dr = \frac{1}{24} \int_0^{\frac{ZR}{a}} \rho^4 e^{-\rho} \, dp$$

$$= \frac{1}{24} \left| \frac{\rho^5}{5} = \frac{\rho^6}{6} + \dots \right|_0^{\frac{ZR}{a}}$$

en négligeant les termes d'ordre supérieur

$$P_{\mu(2p)} \propto \frac{3Z}{4\pi R^3} \int_0^R \ldots \propto \frac{3Z}{4\pi R^3} \left(\frac{ZR}{a}\right)^5$$

Comme:

$$R = r_0 A^{1/3}$$

$$P_{\mu(2p)} \propto \frac{Z^{6,7}}{a^5} \propto \bar{\mu}^5 Z^{6,7}$$

Si $|\Psi|^2$ est évalué sur la surface du noyau, $|\Psi|^2 \propto Z^{2l+3}$
En multipliant par Z le nombre de protons dans le noyau,

$$P_{\mu(2p)} \propto Z^6 \propto Z^{2l+4} \quad .$$

Pour l quelconque, prenant seulement le coefficient constant de $\underset{n+l}{\overset{2l+1}{L}}(l)$ la probabilité pour le muon de se trouver dans le noyau s'écrit en toute généralité:

$$\int_0^R 4\pi r^2 \Psi^2_{n,l}\, dr = \left(\frac{2Z}{na}\right)^{2l} \frac{4Z^3}{n^4 a^3} \frac{R^{2l+3}\,(n+l)\,!}{(n-l-1)\,!\,(2l+1)\,!^2\,(2l+3)}$$

c'est-à-dire:

$$P_{\mu(n,l)} \propto \frac{Z}{R^3} \int_0^R 4\pi r^2 \Psi^2_{n,l}\, dr$$

$$\propto \frac{Z^{\frac{8l}{3}+4}}{a^{2l+3}} \frac{(n+l)\,!}{n^{2l+4}\,(n-l-1)\,!\,(2l+1)\,!^2\,(2l+3)}$$

On suppose que la probabilité d'absorption par un proton isolé est proportionnelle à la probabilité $|\Psi|^2$ pour le muon de se trouver dans le voisinage de ce proton.

La théorie du méson pseudoscalaire relie la probabilité d'absorption, non à la fonction elle-même, mais à son gradient. Dans ce cas, celle-ci est proportionnelle à Z^6.

Pour les noyaux légers, nous prenons la fonction d'onde Ψ de type hydrogène et constante dans le noyau. Ainsi:

$$P_\mu = \text{constante} \times \left(\frac{Z}{\pi}\right)\left(\frac{Ze^2\mu}{h^2}\right)^3 \quad .$$

Les dimensions de la constante sont $L^3\,T^{-1}$

$$= \left(\frac{1}{\tau_0}\right)\left(\frac{\hbar^2}{\mu c^2}\right)\left(\frac{\Pi}{Z_0^4}\right)$$

Pour les noyaux légers:

$$P_\mu = \left(\frac{1}{\tau_0}\right)\left(\frac{Z^4}{Z_0^4}\right)$$

Pour les noyaux plus lourds:

$$P_\mu = \left(\frac{1}{\tau_0}\right)\left(\frac{Z^4_{\text{eff}}}{Z_0^4}\right) .$$

La fonction d'onde du muon dans l'état fondamental d'un noyau idéal dans lequel le muon se trouve à tout instant, varie comme $\frac{e^{-\mu w r^2}}{2h}$, où:

$$w = \left(\frac{8m}{\mu}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{Z}{A}\right)^{\frac{1}{2}}\frac{13 m c^2}{h} = \frac{8.7}{h}\ \text{Me V} .$$

Dans le cas de la réaction $\mu^- + p \to n + \nu$ qui met en jeu un seul proton, nous trouvons par application de la théorie des perturbations la vitesse de désintégration:

$$A_\mu\ (s^{-1}) = 190\ (g/10^{-49}\ \text{erg cm}^3)^2 .$$

Prenons comme fonction d'onde nucléaire totale le produit antisymétrique des fonctions d'ondes des particules individuelles, ces fonctions ayant été calculées dans un simple puits de potentiel.

Les variations de vitesse des nucléons sont:

$$\sim \frac{p^2}{2M} \sim \frac{(100\ \text{Me V})^2}{2 \times 931\ \text{Me V}} \sim 5\ \text{Me V} .$$

Une diminution du volume accessible dans l'espace des phases d'environ un quart provient de l'application du principe d'exclusion de Pauli; ceci décroît la probabilité de transition.

Les ondes stationnaires dans un puits de potentiel qui a la forme d'un parallélipipède de côtés A, B et C sont:

$$\Psi_p = 2^{3/2}\,(ABC)^{-\frac{1}{2}} \sin\left(j\pi\frac{x}{A}\right)\sin\left(k\frac{\pi y}{B}\right)\sin\left(l\frac{\pi z}{c}\right)$$

où j, k, l sont des nombres entiers.

L'accroissement de l'énergie du nucléon au cours de l'absorption s'accompagne d'un changement de quantité de mouvement. Ce recul est produit non seulement par le neutrino dont la longueur d'onde est grande comparée au domaine des forces nucléaires, mais encore par le reste du noyau; dans le modèle de la particule individuelle, la quantité de mouvement est fournie par la paroi du puits. La vitesse de réaction est proportionnelle à la surface du noyau.

L'élément de matrice de x entre deux ondes stationnaires $\Psi\ (j\ k\ l)$ et $\Psi\ (j'\ k'\ l')$ s'annule sauf pour $K = K'$ et $l = l'$. Dans ce cas, il est

$$= -(2A/\pi^2)\ \left\{ (j - j')^{-2} - (j + j')^{-2} \right\} .$$

Cette quantité est finie si $j - j'$ est impair ou nulle autrement.

La fonction d'onde du neutrino

$$\Psi_\nu = \left(\frac{2}{B}\right)^{\frac{1}{2}} r^{-1} f_L\ (r)\ Y_{LM}\ (\theta, \Phi)$$

où B est le rayon d'un volume sphérique très grand sur lequel Ψ_ν est normalisé.

$f\ (r)$ est une fonction qui se comporte asymptotiquement pour les grands r comme une onde sinusoïdale d'amplitude égale à 1 [78, 79].

Y_{LM} est une harmonique sphérique normalisée:

$$\int |\ Y_{LM}\ |^2 \sin\theta\ d\theta\ d\Phi = 1 .$$

Le nombre d'états de L et m donnés par ΔE est:

$$(\Delta E)^{-1} \left(2B\ \frac{\Delta p_0}{h}\right) = \frac{2\,B\,E_0}{c^2\,p_0\,h} .$$

La fonction d'onde du proton s'écrit:

$$\Psi_p = \left(\frac{1}{R}\right)^{\frac{1}{2}} r^{-1} g_P\ (r)\ Y_P\ (\theta, \Phi)$$

R est le rayon de noyau,

g est normalisé $\qquad R^{-1} \int_0^\alpha g^2\ (r)\ dr = 1 .$

L'indice P représente j, L.

La fonction d'onde du neutron est la même que celle d'un proton lorsqu'il est créé dans un état lié. Pour les états du neutron dans le continuum:

$$\Psi_N = \left(\frac{2}{B}\right)^{\frac{1}{2}} r^{-1} h_N(r) \, Y_N(\theta, \Phi) \, .$$

La fonction $h_N(r)$ est normalisée de telle sorte qu'elle se comporte à l'infini comme une onde sinusoïdale d'amplitude égale à 1.

Le nombre d'états de neutrons de L_p et m_p donnés dans l'intervalle d'énergie d'excitation dQ est $2\,BM\,dQ/h\,P_n$.

La fonction d'onde du muon est la fonction d'onde d'orbite K:

$$\Psi_\mu = \pi^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{\mu Z e^2}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{\mu Z e^2 r}{\hbar^2}}$$

Calcul de la probabilité de capture d'un muon par un proton a l'aide de la théorie des perturbations.

Les fonctions d'onde sont toutes normalisées dans un cube de côté L; les conditions aux limites imposent aux Ψ d'être périodiques par rapport à un déplacement de grandeur L dans une quelconque des directions x, y ou z.

Le nombre d'états de quantité du mouvement pour chaque particule dans le domaine est $p^2\,dp\,d\,\Omega = \left(\frac{L^3}{h^3}\right) p^2\,dp\,d\,\Omega$. $P_\mu = \left(\frac{2\pi}{h}\right)\left(\frac{1}{\Delta E}\right)$ fois la somme du carré des éléments de matrice de l'hamiltonien de perturbation sur tous les états qui se trouvent dans un intervalle ΔE autour des valeurs admises par la conservation de p et E.

Ces éléments de matrice sont nuls, sauf pour les états qui remplissent la condition $\vec{p}_n + \vec{p}_v = \vec{p}_p$.

Pour une valeur donnée de $\vec{p}_0$, $\vec{p}_n$ est entièrement déterminé. Ainsi, en comptant les états de $\vec{p}_0$, nous comptons les états du système. Ces états * se trouvent dans un intervalle $\Delta p_0 \propto \Delta E$.

* Le nombre d'états dans l'espace des phases est $\frac{L^3}{h^3} \cdot 4\pi p_0^2 \Delta p_0$.

Dans l'espace de spin, nous devons sommer sur les deux orientations possibles du spin du neutron et du spin du neutrino et prendre la moyenne sur les deux directions possibles du spin du proton et du spin du méson.

$$P_\mu = L^{-3} \left(\frac{2\pi}{\hbar}\right) \left(\frac{g^2}{2}\right) \left(\frac{4\pi p_0^2}{h^3}\right) \frac{\Delta p_0}{\Delta E}$$

Δp_0 est fixé par les limites:

$$c^2 < \frac{(\vec{p}_P - \vec{p}_0)^2}{2M} - \frac{\vec{p}_P^{\,2}}{2M} + [(\mu_0 c^2)^2 + (c p_0)^2]^{\frac{1}{2}} < \mu c^2 + \Delta E.$$

Pour un proton au repos, nous obtenons par différentiation:

$$\frac{\Delta E}{\Delta p_0} = p_0 \left\{ \frac{1}{M} + \left(\mu_0^2 + \frac{P_0^2}{c^2}\right)\right\}$$

Pour un muon se trouvant avec une densité de probabilité connue dans l'orbite $K \mid \Psi_\mu \mid^2$ nous obtenons:

$$P_\mu = (2\pi^2)^{-1} \left(\frac{g^2}{\hbar m c^2}\right) \left(\frac{m c}{\hbar}\right)^6 \left(\frac{e^2}{\hbar c}\right)^3 \times \left(\frac{\mu}{m}\right)^3 \left(\frac{p_0}{m c}\right)^2 \times$$
$$\left\{\left(\frac{p_0}{M c}\right) + \left[\left(\frac{\mu_0 c}{p_0}\right)^2 + 1\right]^{-\frac{1}{2}}\right\}^{-1}$$

Cette méthode simplifiée donne une valeur pour P_μ de 190 s^{-1}, qui doit être comparée avec celle de 188 s^{-1} donnée par Sens [37] et avec le résultat obtenu par Primakoff [20] par l'emploi de l'approximation de fermeture (153 $\pm$ 30) s^{-1}. La différence entre cette dernière valeur et la nôtre provient de la prise en considération du fait [20] que le centre de masse du système n'est pas le centre du proton. Ceci décroît la valeur de P_μ donnée ci-dessus.

Distributions de charge non uniformes et capture du muon.

D'après la loi de densité:

$$\rho(x) = \rho_0 f(x)$$

la quantité de mouvement maximum $p(x) = p_0 f^{1/3}(x)$ d'un proton à une distance x du centre du noyau est:

$$p_0 = \left[\frac{3\pi Z}{4 I(\alpha)}\right]^{\frac{1}{3}} \left(\frac{a}{\hbar}\right).$$

L'impulsion maximum à $x = 0$ et $I(\alpha)$ est le moment du second ordre de la fonction f de (x).

La probabilité de capture [80] déduite d'un tel modèle nucléaire avec la relation précédente pour $\rho(x)$ et $p(x)$ est:

$$P_\mu = g^2 \frac{M^2 c}{2\pi\hbar^4} \int \Psi\Psi^* \left\{\frac{\nu_{max}^2 - \nu_{min}^2}{q}\right\} dZ$$

moyenne

où $\Psi(x)$ est la fonction d'onde normalisée du muon.

$$q = |\vec{N} + \vec{\nu}|$$

($\vec{N}$ et $\vec{\nu}$ sont les quantités de mouvement du neutron et du neutrino en unités de M.)

ν_{max} et ν_{min} sont les quantités de mouvement du neutrino déduites de la quantité de mouvement du proton $\vec{p}$, par application des principes d'exclusion et de conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement.

La capture d'un muon est interdite pour tous les protons qui ont une quantité de mouvement $p < p_0(x)$. Par suite, la sommation sur les états de protons doit être opérée dans l'espace de quantité de mouvement de p_0 à ρ_0 où

$$p_0(x) = \left[1 + 2N_0 f^{1/3}(x) + \rho_0 f^{2/3}(x) + 2\left(\frac{\mu^2}{3N_0}\right)^{-2/3} f(x) - \frac{2M_\mu}{M} + 2E_0\right]^{\frac{1}{2}} - 1 .$$

où N_0 est la quantité de mouvement maximum du neutron à $x = 0$,

μ est la quantité de mouvement du muon,

E_0 est l'énergie de liaison du muon dans l'orbite K.

La conservation de la quantité de mouvement exige que l'intégration dans l'espace ordinaire s'opère entre les limites 0 et x_0, définies par l'équation $p_0(x_0) = 0$.

Il est possible de déterminer le comportement moyen de P_μ d'après:

$$P_\mu = \frac{1}{\tau_0}\left(\frac{Z_{eff}}{Z_0}\right)^4$$

si

$$Z_{eff} = \left\{\left(\frac{\hbar^2}{m_\mu e^2}\right)^3 \pi \rho_0 \varnothing (Z)\right\}^{\frac{1}{4}}$$

où

$$(Z) = \frac{\int_0^{x_0} \left\{ f(x) - [p_0(x)/\rho_0]^3 \right\} (x\Psi)^2 \, dx}{\int_0^{\alpha} (x\Psi)^2 \, dx}$$

L'équation de Schrödinger avec potentiel coulombien déduit des distributions de charge prises comme hypothèses, peut être résolue par les méthodes variationnelles non linéaires habituelles.

L'équation qui définit Z_{eff} montre que si le principe d'exclusion et la conservation d'énergie-quantité de mouvement tend à réduire Z_{eff}, un effet inverse provient des distributions de charge non uniformes qui comprennent des concentrations plus grandes au centre. Pour cette raison les valeurs effectives de Z des éléments légers diffèrent peu des valeurs de Wheeler, par exemple pour le carbone.

$$\text{i)}\ \rho(x) = \rho_0 \left[1 + e^{\frac{x-1}{b}}\right]^{-1} \quad \bar{Z}_0 = 11 \quad x = \frac{r}{a}$$

$$Z_{eff} = 5.28$$

$$\text{ii)}\ \rho(x) = \rho_0 e^{-x} \qquad \bar{Z}_0 = 11.3$$

$$Z_{eff} = 5.19\ .$$

Wheeler définit Z_{eff} comme:

$$= \left[\left(\frac{\hbar^2}{\mu c^2}\right)^3 \pi \sum_{\text{protons}} \Psi^2\right]^{\frac{1}{4}}$$

$$= 47.1 \left[\frac{Z \int_0^R (r\Psi)^2 \, dr}{A \int_0^a (r\Psi)^2 \, dr}\right]^{\frac{1}{4}}$$

Pour $\bar{Z}_0 = 10$ $\qquad Z_{eff}(c) = 5.78$.

La probabilité d'absorption nucléaire n'augmente pas indéfiniment avec Z. Dans un système très grand, le muon ne réagit appréciablement qu'avec les nucléons qui se trouvent à une distance plus petite qu'une distance critique estimée à environ 7×10^{-13} cm $Z_{eff} = 37{,}2$.

Sens [37] rend compte de résultats analogues obtenus par calcul numérique avec une distribution exponentielle de charge dans l'équation de Dirac. Ceux-ci diffèrent peu de ceux de Wheeler.

APPENDICE IV

Le professeur H. Tolhoek suggère la manière suivante d'envisager la capture des μ^- dans le cadre de l'interaction universelle de Fermi.

Nous écrivons:

$$H^\mu = g_F^\mu H_F + g_{G.T}^\mu H_{G.T} = g^\mu \left[C_F H_F + C_{G.T} H_{G.T}\right] \qquad (1)$$

en faisant l'approximation non relativiste pour le noyau et le muon

$$H_F = \left(\Psi_n^* \Psi_p\right)\left(\Psi_\nu^* \Psi_\mu\right) \qquad (2)$$

$$H_{G.T} = \Psi_n^* \vec{\sigma} \Psi_p\right)\left(\Psi_\nu^* \vec{\sigma} \Psi_\mu\right) \qquad (3)$$

Normalisons:

$$|C_F|^2 + |C_{G.T}|^2 = 1 .$$

L'information qui est obtenue des vitesses de capture de muon, en négligeant l'influence du caractère propre des interactions, est la combinaison suivante de constantes:

$$g^2 = |g_F^\mu|^2 + 3\,|g_{G.T}^\mu|^2 = |g^\mu|^2 \left[|C_F|^2 + 3\,|C_{G.T}|^2\right] . \qquad (4)$$

Si nous posons:

$$\left|\frac{C_{G.T}}{C_F}\right| = \left|\frac{g_{G.T}^\mu}{g_F^\mu}\right| = \chi^\mu . \qquad (5)$$

(4) peut également s'écrire:

$$g^2 = \left| g_F^\mu \right|^2 \left[1 + 3\,(\chi^\mu)^2\right] \tag{6}$$

Valeur de g^2 pour Ca^{40}.

Les valeurs expérimentales de la vitesse de capture dans Ca^{40}:

Chicago	$P_\mu = (25.5 \pm 0.5) \times 10^5\ s^{-1}$	
Liverpool	$P_\mu = (26.8 \pm 0.4) \times 10^5\ s^{-1}$	
Valeur supposée	$P_\mu = (26.2 \pm 0.5) \times 10^5\ s^{-1}$	(7)

Résultats théoriques.

Kennedy [15] donne:

$$P_\mu = 270 \times 10^{101}\, g^2\, s^{-1}\ . \tag{8}$$

Cependant, sa définition de la normalisation de la fonction d'onde du neutrino diffère par un facteur 2 de la définition habituelle, ce qui change son résultat:

$$P_\mu = 135 \times 10^{101}\, g^2\, s^{-1}\ . \tag{9}$$

Tolhoek-Luyten [18] donnent:

$$146 \times 10^{101}\, g^2\, s^{-1}\ .$$

De (7), (8) et (9), on obtient (prenant la moyenne de (8) et (9)):

$$g = (4{,}3 \pm 0{,}4) \times 10^{-49}\ \text{erg cm}^3 \tag{10}$$

Nous pouvons essayer d'expliquer cette valeur sur la base d'une interaction universelle de Fermi du type V-A avec différents rapports de χ^μ et χ^β pour la capture du μ^- et l'interaction β respectivement.

Posant:

$$g_F^\beta = (1{,}41 \pm 0{,}01) \times 10^{-49} \tag{11}$$

et

$$g_F^\mu = g_F^\beta$$

on obtient de (6), (10) et (11):

$$3\,(\chi^\mu)^2 = \frac{g^2}{\left| g_F^\mu \right|^2} - 1$$

$$\chi^{\mu} = \frac{\sqrt{8,33 \pm 2}}{3}$$
$$= 1,67 \pm 0,2 \qquad (12)$$

à comparer avec:

$$\chi^{\beta} = 1,25 \pm 0,04 \ .$$

La valeur (12) indique que les poids relatifs pour les contributions de Fermi et de Gamow-Teller dans les résultats des rapports de vitesses de capture dans le noyau sont:

$$= \frac{1}{3\ (\chi^{\mu})^2}$$
$$= \frac{1}{8,3} \ .$$

Si l'on tient compte des incertitudes expérimentales et théoriques actuelles, cela signifie que l'on a pratiquement la seule contribution de Gamow-Teller.

APPENDICE V — Be^{11}

Le noyau de Be^{11} est stable vis-à-vis de l'émission de neutron [46, 81, 82].

L'état fondamental du Be^{11} est vraisemblablement de moment angulaire J = 1/2 et de parité impaire.

Le Be^{11} se désintègre par émission β^- et donne naissance à du B^{11} dont l'état fondamental est impair et de J = 3/2.

L'état excité de B^{11} à 2.14 Me V est impair et de J = 1/2.

La différence de masse entre Be^{11} et B^{11} est de 11,5 Me V.

Le calcul de la période donne 80 ms pour une transition permise.

TABLEAU 13.

Désintégration du Be^{11}.

	Energie	$\log . ft_{(exp)}$ $\tau_{\frac{1}{2}} = 13$ s
β	11.48	6.77
60% . . .	9.32	6.63
30% . . .	3.6	5.53
γ	7.96	5.53
	6.76	5.93

Il faut expliquer la lenteur de ces transitions. On peut envisager l'existence d'états isomériques, l'un d'entre eux ayant une période de 80 ms.

D. E. Alburger et collaborateurs [63] ont essayé de produire une activité d'une période de 80 ms par la réaction B^{11} (n, p) Be^{11}.

Malgré une section efficace évaluée à 50 mbarns, ils ne l'ont pas mise en évidence.

L'activité de 80 ms que nous avons observée pourrait provenir également d'un mélange d'activités dues à Li^8 et B^{12}. La période de Li^8 est de 0.85 s [83, 84].

BIBLIOGRAPHIE

1. Puppi, G. *Nuovo Cimento*, *V 5*, 587 (1948).
2. —— *Nuovo Cimento*, *V 6*, 194 (1949).
3. Tiomno, J. et J. A. Wheeler, *Rev. Mod. Phys.*, *21*, 144, 153 (1949).
4. —— et C. N. Yang, *Phys. Rev.*, *79*, 495 (1950).
5. Lee, T. D., C. N. Yang et M. Rosenbluth, *Phys. Rev.*, *75*, 905 (1949).
6. Michel, L., thèse (1953), Paris.
7. Feynman, R. P. et M. Gell-Mann, *Phys. Rev.*, *109*, 193 (1958).
8. Sudarshan, E. C. G. et R. E. Marshak, *Phys. Rev.*, *109*, 1860 (1958).
9. —— et R. E. Marshak, *Comptes rendus de la Conférence de Venise-Padoue*, sept. 1957.
10. Sakurai, J. J. *Nuovo Cimento*, *7*, 649 (1958).
11. Goldberger, M. L. et S. B. Treiman, *Phys. Rev.*, *VIII*, 354 (1958).
12. Gell-Mann, M., *Phys. Rev.*, *VIII*, 362 (1958).
13. *Conférence annuelle des hautes énergies*, CERN, 1958, 241.
14. Tiomno, J. et J. A. Wheeler, *Rev. Mod. Phys.*, *21*, 153 (1949).
15. Kennedy, J. M., *Phys. Rev.*, *87*, 953 (1952).
16. Primakoff, H. *Comptes rendus de la cinquième conférence de Rochester*, 174 (1955).
17. Rudik, A. *Dokl. Akad. Nauk. S.S.S.R.*, *92*, 739 (1953).
18. Tolhoek, H. A. et J. R. Luyten, *Nucl. Phys.*, *3* (n° 5), 679 (1957).
19. —— *Rapport CERN*, 58-56, 1er décembre 1958.
20. Primakoff, H., *Theory of Muon Capture*, sous presse.
21. Preston, M. A. et M. F. Duret, *Phys. Rev.*, *88*, 1425 (1952).
22. Keuffel, J. W. et collaborateurs, *Phys. Rev.*, *87*, 942 (1952).
23. Ticho, H. K., *Phys. Rev.*, *74*, 1337 (1948).
24. —— *Phys. Rev.*, *74*, 492 (1948).
25. Lederman, L. et M. Weinrich, *Symposium du CERN* (1956).
26. Biswas, N. N. *Trans. Rose Res. Inst. Calcutta*, *19*, 79 (1953-55).
27. Jones, D. R., *Phys. Rev. 105*, 1591 (1957).