Zeitschrift: Archives des sciences [1948-1980]
Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève
Band: 14 (1961)
Heft: 1

Artikel: Les symétries dans la physique classique et moderne
Autor: Jauch, J.M.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-739558

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 18.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

LES SYMÉTRIES DANS LA PHYSIQUE CLASSIQUE ET MODERNE

PAR

J. M. JAUCH *

Un sujet qui a autant de ramifications que celui de la symétrie, possède, en général, une longue histoire et il en est de même de la notion de symétrie. Dès les âges les plus reculés, nous trouvons des indices de cette notion dans la conscience des hommes. En effet, ils avaient découvert des exemples de symétrie dans la nature, dans les arts et dans la géométrie. On pourrait même dire que l'expérience de la symétrie est une des expériences fondamentales de l'homme qui se manifeste spontanément dans toute l'humanité et dans toutes les conditions.

Il en est tout autrement de la formulation exacte de cette notion qui n'a été réalisée qu'au XIXe siècle. Cette formulation est pratiquement identique à la découverte de la théorie des groupes et celle-ci est une des notions fondamentales des mathématiques modernes. La raison de ce retard est peut-être le fait que la notion de symétrie dans les mathématiques, est elle-même une notion composée de deux autres notions abstraites: Celle de la *transformation* et celle de l'*invariance*.

Pour illustrer cette formation de la notion abstraite de la symétrie, je traiterai brièvement un exemple tiré de la géométrie élémentaire.

* Leçon inaugurale, donnée par J. M. Jauch, professeur ordinaire de Physique théorique, Université de Genève, 1960.

Considérons les deux figures suivantes:

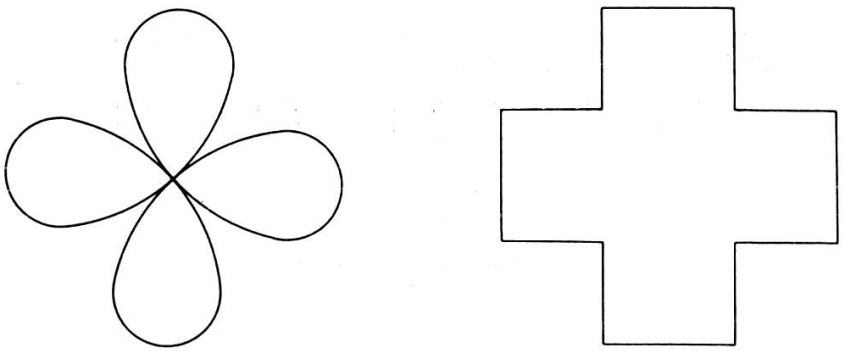

Fig. 1.
Figures ayant le même groupe de symétrie.

Comme figures géométriques, ces deux figures sont tout-à-fait différentes. L'une est une croix, l'autre un trèfle à quatre feuilles. Mais il est évident que ces deux figures ont quelque chose en commun. Cette propriété commune est leur symétrie. Il est aussi évident qu'il y a un grand nombre de figures qui ont toutes la même symétrie et qui sont différentes manifestations de cette symétrie.

Pour comprendre l'idée de la symétrie dans toute sa généralité et dans toute sa pureté, il faut donc faire abstraction des réalisations particulières d'une symétrie. Cela n'est possible qu'avec une formulation purement mathématique.

La propriété commune de toutes ces figures ayant même symétrie est leur invariance à l'égard d'un certain groupe de transformations. Dans notre exemple, ces transformations sont les rotations de 90 degrés autour d'un axe vertical et les rotations de 180 degrés autour de quatre axes horizontaux. Cet ensemble de transformations a, pour propriété, que la composition de deux d'entre elles est encore une transformation du même ensemble et que, à chaque transformation correspond un inverse qui est aussi contenu dans l'ensemble. On appelle un tel ensemble de transformation: *un groupe*. En particulier, un groupe qui laisse invariante une certaine propriété est appelé: un *groupe d'automorphismes*. C'est ce groupe d'automorphismes qui est commun à toutes les figures ayant la même symétrie et qui est donc la véritable expression de cette symétrie.

Quel est l'avantage de cette formulation abstraite de la notion de symétrie ? L'avantage le plus important est que la formulation

abstraite s'est débarrassée de tous les détails des réalisations particulières qui n'ont rien à faire avec la notion elle-même et, par conséquent, la notion est applicable à de nouvelles situations qui n'étaient pas prévisibles dans les cas spéciaux.

L'abstraction a fait de cette notion un instrument souple avec beaucoup d'applications étonnantes. Par exemple, la notion de symétrie n'est pas limitée par des applications purement géométriques. En effet, immédiatement après la découverte de la notion de groupe au début du XIXe siècle, Evariste Galois a montré comment cette notion peut être appliquée à l'étude des symétries dans les équations algébriques. Ces études ont conduit à la solution de problèmes célèbres et classiques en algèbre qui ont mis à l'épreuve l'ingéniosité des savants pendant des siècles.

Je désire parler ici d'une autre application de la notion de symétrie dans les théories de physique et surtout dans la théorie des particules élémentaires. On peut distinguer deux types de symétries dans la physique des systèmes atomiques: ceux qui ont leur origine dans la structure de l'*espace-temps* et ceux qui n'ont aucune relation avec cette structure. Dans cette leçon, je vais surtout parler des symétries qui ont leur origine dans la structure de l'espace-temps et je n'aborderais pas la question (très intéressante mais encore mal comprise) des symétries intrinsèques dans la théorie des particules élémentaires.

Les symétries de l'espace-temps sont celles qui s'attachent aux transformations comme les déplacements et les rotations et aux inversions. L'invariance à l'égard des déplacements exprime ce qu'on appelle l'*homogénéité* de l'espace, tandis que l'invariance à l'égard des rotations exprime l'*isotropie*.

Ces symétries de l'espace physique ne sont point évidentes. L'espace des Grecs, par exemple, n'était ni homogène, ni isotrope. Dans la cosmologie des Grecs, les étoiles et les planètes étaient soumises à des lois différentes de celles qui sont valables sur la terre, et la direction verticale sur la surface de la terre est pour eux, une direction distincte de toutes les autres.

Avec la physique de Galilée et de Newton au XVIIe siècle, commence la reconnaissance de l'identité des lois de physique sur la terre et sur les astres; de même, la prévalence de la direction verticale sur la terre est une modification locale causée par la proximité de la terre et superposée à un fond parfaitement isotrope.

Les lois de Newton montrent cette symétrie par le fait qu'elles sont invariantes à l'égard d'un groupe de transformations, qu'on appelle le groupe de Galilée. Ce groupe, qui est un groupe continu de dix paramètres, comprend, entre autres, les déplacements d'un système de référence par rapport à un autre avec une vitesse constante. Pour une direction particulière (que nous appellerons x) ces transformations peuvent s'écrire comme suit:

$$\begin{aligned} x^1 &= x + vt \\ t^1 &= t \ , \end{aligned} \tag{1}$$

où v est une constante réelle, d'une grandeur arbitraire.

On a déduit de ces symétries, déjà dans la physique classique, des conséquences intéressantes et observables. Par exemple, on peut montrer que l'invariance des équations fondamentales par rapport à des translations, entraîne la conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie, tandis que la symétrie par rapport à des rotations nous donne la conservation du moment cinétique. La symétrie, d'autre part, correspondant à la transformation (1) implique la conservation de la masse des particules. Il est connu maintenant que la masse des particules n'est pas conservée si ces dernières sont produites par une réaction qui libère une grande quantité d'énergie.

De ce seul fait, on pourrait déjà conclure que la symétrie à l'égard des transformations (1) ne peut pas être exacte. C'est précisément l'une des hypothèses de la théorie de la relativité restreinte.

L'interprétation de ces symétries dans les équations de mouvement de la mécanique newtonienne ne s'est pas achevée sans de grandes difficultés d'ordre philosophique. Newton lui-même retenait dans son système, l'idée de l'espace et du temps absolus. C'est Leibnitz qui, dans une célèbre controverse avec Clarke, le porte-parole de Newton, a exprimé pour la première fois dans toute sa généralité, le principe de la relativité: tous les systèmes inertiaux sont équivalents du point de vue physique. L'espace absolu de Newton est une fiction inutile et, aux yeux de Leibnitz, même impie.

L'histoire récente de notre science a certainement justifié le relativisme de Leibnitz. Cette justification a été donnée par la théorie de la relativité restreinte. Cette théorie a été rendue possible lorsque Einstein a découvert que le groupe des symétries n'est pas le groupe

de Galilée, mais celui de Lorentz. Dans ce groupe, les transformations du type (1) sont remplacées par d'autres qui ont la forme suivante:

$$x^1 = \frac{x + \nu t}{\sqrt{1 - \nu^2/c^2}}$$
$$t^1 = \frac{\frac{\nu x}{c^2} + t}{\sqrt{1 - \frac{\nu^2}{c^2}}} \qquad (2)$$

On voit que ces formules sont une généralisation de (1) et qu'elles tendent vers (1) lorsque c tend vers l'infini. La vitesse c joue ici le rôle de la vitesse limite, qui peut être approchée, mais qu'on ne peut jamais atteindre avec des corps réels.

C'est seulement après avoir reconnu que c'est ce nouveau groupe qui détermine les automorphismes des lois de la physique qu'on pourra unifier plusieurs domaines de la physique par le principe de relativité. L'application de ce principe pour le problème de collision de particules a montré, par exemple, que la masse des particules n'est ni une constante, ni une quantité conservée dans les collisions générales. Elle est plutôt une fonction de la vitesse d'après l'équation:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{\nu^2}{c^2}}}, \qquad (3)$$

et les changements des valeurs de masses sont accompagnés d'un changement d'énergie E correspondant à l'équation célèbre:

$$E = m\,c^2\,. \qquad (4)$$

Ces résultats dérivent seulement du principe de relativité qui exprime l'invariance des lois physiques par rapport au groupe de Lorentz propre. Ces transformations que j'appelle *propres*, sont celles qu'on peut joindre à l'unité par une chaîne continue de transformations du même type.

On peut étendre le groupe de Lorentz, en y ajoutant des transformations séparées (parfois dites impropres) qui expriment l'inversion σ de l'espace et l'inversion τ du temps. Il est impossible de joindre ces transformations séparées à l'identité par une chaîne

continue de transformations. Par conséquent, si l'on ajoute ces nouveaux éléments de symétrie au groupe de Lorentz, celui-ci devient un groupe qui se décompose en quatre parties disjointes contenant respectivement les éléments 1, σ, τ, et $\sigma\tau$.

C'est pour cette raison que l'invariance par rapport à ces transformations impropres est beaucoup moins évidente que celle des transformations propres. Mais, en mécanique classique, elles étaient déjà connues de Newton et la transformation σ surtout figure notamment dans la controverse entre Leibnitz et Clarke. Qu'expriment ces symétries par rapport à l'inversion de l'espace-temps ?

Si l'inversion de l'espace, par exemple, est une opération de symétrie, cela signifie que les lois de la physique ne permettent pas de distinguer d'une manière fondamentale entre droite et gauche. La distinction entre ces deux orientations est purement conventionnelle. On aurait pu le faire de manière opposée à celle qu'on a choisie et l'on aurait obtenu un monde qui est identique à celui que nous connaissons.

On pourrait, pour illustrer ce que je viens de dire, s'imaginer le problème qu'on aurait à résoudre si l'on voulait expliquer la différence entre droite et gauche aux habitants d'une planète lointaine. Supposons, par exemple, qu'il soit possible de transmettre des messages mais qu'il ne soit pas possible d'y envoyer des objets. Cela veut dire qu'il n'y a pas d'objets communs entre les habitants de la terre et ceux de la planète lointaine, qui permettraient d'indiquer la distinction conventionnelle entre la droite et la gauche.

Ces habitants pourraient se serrer la main gauche et écrire de droite à gauche avec la main gauche (à condition qu'ils aient des mains) et leur cœur pourrait être à droite tandis que le sucre de leur sang, au lieu d'être du dextrose, serait du lévulose. Leurs escargots bâtiraient leurs coquilles selon une spirale de sens opposé à celui des escargots de la terre. On peut se convaincre que ce monde, obtenu par l'échange droite-gauche serait indiscernable du monde dans lequel nous vivons. Il n'y a pas de lois connues dans quelque science naturelle que ce soit : physique, chimique ou biologique, qui permette une distinction entre les deux mondes. Par conséquent, il serait impossible de dire si notre monde et celui de notre planète imaginaire seraient orientés identiquement ou non. Cette situation est la conséquence du fait que les lois connues sont absolument identiques pour ces deux mondes, et donc symétriques par rapport à l'inversion de

l'espace. Je vous ai décrit la situation telle qu'elle se présentait jusqu'en 1956. A la fin de cette année-là on a fait une découverte qui est si fondamentale que, selon moi, elle est peut-être la plus importante découverte de physique de notre siècle. Cette découverte prouve que la symétrie par rapport à l'inversion de l'espace n'est pas tout à fait vraie, qu'il y a de petits effets qui permettent une distinction fondamentale entre droite et gauche. Ces effets dérivent d'interactions extrêmement faibles, mais ils sont pourtant assez faciles à constater.

La possibilité d'une telle violation de « la loi de parité » a été notifiée par deux jeunes physiciens chinois-américains, T. D. Lee et C. N. Yang à l'Institute for Advanced Study à Princeton. Cette découverte leur a valu le prix Nobel. Elle a été confirmée, presque en même temps, par des physiciens travaillant indépendamment les uns des autres à Columbia University, au National Bureau of Standards et à Chicago.

Le type de l'expérience qu'on peut faire pour montrer la différence entre la droite et la gauche est très bien illustré en examinant le cas de la désintégration du neutron. Le neutron est une particule qui se décompose en un proton, un électron et un neutrino dans un temps moyens de 15 minutes correspondant au schéma:

$$n \rightarrow p + e + \nu \,. \tag{5}$$

Toutes les particules qui participent à cette réaction ont des spins de valeur $\frac{1}{2}\,\hbar$, ce qui implique que les états sont tous doublés, correspondant ainsi aux deux orientations du spin. Le neutron au repos, par exemple, peut exister dans les deux états indiqués comme suit:

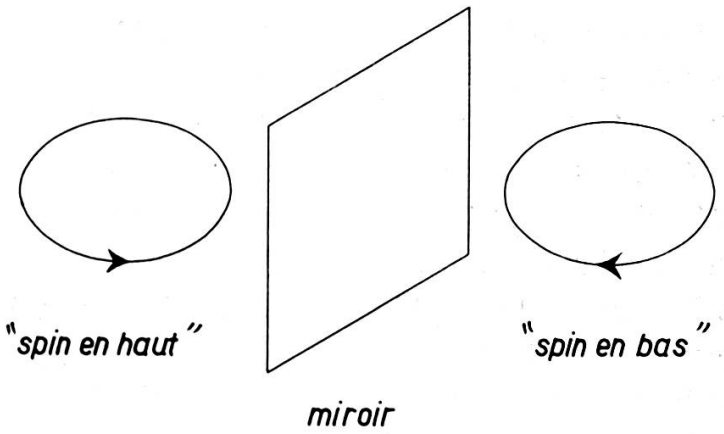

Fig. 2.
Les deux états d'un neutron au repos.

Ces deux états peuvent être considérés comme l'image l'une de l'autre dans un miroir. Si la désintégration (5) est invariante par rapport à l'inversion de l'espace, alors la distribution des électrons résultant de la désintégration doit, dans les deux cas, être aussi symétrique par rapport à un miroir. Cela signifie qu'ils doivent être distribués symétriquement par rapport au plan horizontal. Au lieu d'une telle distribution, exigée par le principe de symétrie, on trouve une distribution complètement asymétrique.

Fig. 3.

Distribution asymétrique des électrons dans la désintégration $n \to p + e + \nu$ pour les deux orientations des spins du neutron.

Avec ce nouveau fait, il est facile de communiquer à notre monde imaginaire le moyen de distinguer la droite de la gauche. Il n'y a qu'à communiquer les instructions pour une expérience qui oriente le spin du neutron dans une direction donnée, puis il faut déterminer si les électrons sont émis plutôt dans cette direction que dans la direction opposée.

Cette découverte a bouleversé une loi très bien établie, une loi qui avait atteint presque le rang d'un axiome.

L'esprit se révolte contre une conséquence qui semblait exigée par cette découverte, à savoir que le continuum espace-temps sur lequel se déroulent les phénomènes du monde physique, serait doué d'une orientation intrinsèque qui se manifesterait dans des expériences physiques. La raison philosophique de cette réaction a été exprimée très fortement par Leibnitz comme le principe de la cause suffisante. Il n'y a pas de cause suffisante pour un choix particulier de l'asymétrie.

Pour cette raison, il faudrait trouver une autre explication des faits étranges qui se manifestent. La symétrie par rapport à l'inversion

de l'espace pourrait être rétablie s'il y avait une autre espèce de matière qui se distinguerait de la matière ordinaire, seulement en ce qui concerne l'orientation de l'espace.

Or, il se trouve qu'on connaît depuis longtemps ces deux espèces de matières. Elles ont été découvertes — on pourrait dire mathématiquement — comme une conséquence des célèbres équations de Dirac qui décrivent les propriétés de l'électron relativiste. L'interprétation physique de ces équations exige que toute la matière existe sous deux formes, à savoir la matière ordinaire et l'antimatière. Cette prévision théorique a été vérifiée par l'expérience. L'antimatière se comporte exactement de la même manière que la matière, mais avec une importante différence: toutes les charges sont opposées à celles de la matière ordinaire. Par exemple, l'électron a la charge positive et, pour cette raison, on l'appelle position, tandis que l'antiproton a une charge négative. Ce fait n'a aucune influence sur l'existence et les propriétés des états liés de ces deux particules. Donc, l'antihydrogène a exactement le même spectre que l'hydrogène et les forces nucléaires de l'antimatière sont aussi identiques à celles de la matière.

Or, cette antimatière se comporte exactement en sens opposé pour les expériences qui déterminent l'orientation de l'espace. C'est un fait expérimental qui, d'ailleurs, a été prévu par les théoriciens. Nous avons donc trouvé dans cette antimatière, cette deuxième espèce de matière qui rétablit le principe de symétrie par rapport à l'inversion de l'espace.

Mais, si cette découverte de l'antimatière a sauvé le principe de symétrie, il est pourtant utile d'ajouter quelques observations.

1) La violation du principe de parité est observée seulement pour les interactions atomiques les plus faibles. Elles sont si faibles (10^{-12} fois plus faibles que les interactions électromagnétiques) que si elles étaient absentes, l'homme de la rue ne pourrait y voir aucune différence. C'est donc un effet microscopique, mais non moins réel, qui a bouleversé le principe de parité.

2) Il est de fait que nous vivons dans un monde composé de l'espèce de matière que nous trouvons ici et nous n'avons aucune connaissance d'autres mondes qui consistent en antimatière. Il est pourtant possible que ces autres mondes existent et l'on peut se convaincre qu'il serait difficile de déterminer si une galaxie très

éloignée de nous consiste en matière ou en antimatière. Ce n'est que dans une collision de deux galaxies composées de matières d'espèces opposées qu'on pourrait observer une différence.

3) Quoiqu'il soit vrai que la symétrie par rapport à l'inversion de l'espace peut être rétablie par la transformation de conjugaison de charge qui transforme la matière en antimatière, il est pourtant vrai qu'il y a moins de symétrie dans les lois fondamentales que nous ne l'avons jusqu'ici supposé.

Jusqu'à maintenant, nous avons parlé de deux transformations de symétrie discrète, l'inversion P de l'espace et la transformation C de la matière en antimatière, qu'on appelle aussi la conjugaison de charge. C'est le moment de parler de l'inversion du temps.

La symétrie des lois de la physique par rapport à l'inversion du temps est encore moins évidente que celle qui se rapporte à l'inversion de l'espace. Et les expériences que nous avons faites avec celle-ci nous ont préparés à une violation possible de la symétrie par rapport à l'inversion du temps. Mais, cette fois encore, notre intuition est fausse. Jusqu'à maintenant, personne n'a réussi à établir une violation de cette symétrie. Ce sont de telles surprises qui, dans notre science, rendent les recherches si passionnantes.

Je vais essayer d'éclaircir un peu ce que nous entendons par symétrie relative à l'inversion du temps.

Dans la mécanique classique, cette symétrie exprime le fait qu'à chaque solution des équations de mouvement, pour un système quelconque, correspond toujours une seconde solution qu'on dérive de la première par la transformation $t \rightarrow -t$. Cette symétrie est une conséquence élémentaire des équations de Newton pour les systèmes qui ont des forces dépendant seulement de la position des particules dans le système. Il est facile d'imaginer des forces pour lesquelles cette symétrie n'est pas satisfaite. Mais c'est un fait vérifiable que les systèmes connus ne sont pas de ce genre et c'est ce fait qu'on appelle la symétrie par rapport à l'inversion du temps.

Le même problème se présente pour les systèmes de particules élémentaires et surtout dans les cas d'interactions faibles. La symétrie par rapport à l'inversion du temps nous conduit à des prévisions de certains effets observables qui, dans tous les cas que nous connaissons, ont été vérifiés avec une précision suffisante pour nous permettre de

penser qu'ici, nous avons peut-être vraiment découvert une loi de la nature de valeur très générale.

Il faut peut-être s'arrêter ici et, en guise de conclusion, réfléchir un peu aux conséquences de ces résultats. La physique moderne nous a amenés à un point très curieux, car elle est pleine de surprises. Des types de symétries que nous avons cru être valables depuis des siècles se trouvent bouleversés par des interactions faibles, tandis qu'une symétrie telle que l'inversion du temps, qui est contre toute intuition, se trouve vérifiée avec une très grande précision. Il n'y a rien de plus évident dans notre expérience quotidienne que le fait que l'avenir est différent du passé, que le temps a une direction et que nous et toute la nature avec nous, participons à une évolution de l'univers. Le conflit entre ces expériences fondamentales et le principe de l'invariance des lois de la physique par rapport à l'inversion du temps est si flagrant qu'il a été le sujet de nombreuses discussions dans l'histoire de la physique. C'est surtout Bergson qui a reproché aux physiciens d'avoir fait du temps une abstraction mathématique qui ne tient pas compte de cette expérience fondamentale de l'évolution.

Une physique qui n'aurait pas de place dans son système de lois pour une expérience aussi fondamentale que celle de la différence entre l'avenir et le passé, serait certainement incomplète et même fausse. Or, il y a parmi les lois de la physique une loi et une seule qui distingue l'avenir du passé, c'est la célèbre deuxième loi de la thermodynamique. Cette loi nous dit qu'une certaine fonction, l'entropie d'un système fermé, ne décroît jamais dans l'avenir. Aussi est-il possible de distinguer, par des observations de nature purement physique, entre les deux directions du temps, au moins dans les cas où il y a des systèmes dans le monde qui ne sont pas tous dans un état d'équilibre. A première vue, cela semble être la réponse à cette question inquiétante: comment la physique distingue-t-elle entre le passé et l'avenir ? Mais cette réponse est pleine de difficultés dérivant du fait que les lois de la thermodynamique peuvent être basées sur les lois de la mécanique et celles-ci sont, comme nous l'avons déjà expliqué, parfaitement symétriques par rapport à l'inversion du temps.

Comment donc est-il possible d'expliquer une loi, à savoir la deuxième loi de la thermodynamique, par les lois de la mécanique, donc une loi non-symétrique par des lois symétriques par rapport à l'inversion du temps ? La réponse la plus précise à cette question a

été formulée par Boltzmann. Il nous a rappelé qu'il faut distinguer nettement entre la symétrie des lois fondamentales et celle des conditions initiales. Il n'y a rien, dans le principe de symétrie, qui exige une symétrie dans les conditions initiales. Ces conditions peuvent être telles que les solutions sont symétriques par rapport à l'inversion du temps, et elles représentent des systèmes en équilibre.

Mais c'est un fait que, pour l'univers tel que nous le connaissons, il y a une abondance de systèmes qui ne sont pas de cette sorte. Pour ces systèmes, il y a une évolution asymétrique déterminée par des lois qui sont parfaitement symétriques par rapport à l'inversion du temps.

En mathématique, on connaît beaucoup d'exemples d'équations différentielles de très haute symétrie et qui possèdent des solutions de symétrie inférieure. Les solutions actuelles qu'on observe dans le monde réel sont de cette sorte.

Cette interprétation de l'évolution asymétrique des systèmes macroscopiques implique, en principe, des solutions des équations de mécanique qui décrivent une évolution en sens inverse du temps. La raison pour laquelle nous n'observons pas ces solutions dans des conditions normales est que la préparation macroscopique d'un état initial produit un état qui évoluera normalement avec une probabilité si grande qu'on peut presque parler de certitude. Mais, dans des conditions spéciales on peut, même pour les systèmes macroscopiques, observer des fluctuations du type du mouvement brownien qui représentent les solutions dont l'existence nous est garantie par la symétrie des lois fondamentales par rapport à l'inversion du temps.

Il n'y a donc pas de contradiction entre une expérience comme celle de l'évolution et la symétrie des lois de la physique par rapport à l'inversion du temps.

Les abstractions de la physique moderne nous ont fort éloigné du sens commun de l'homme ordinaire. Mais ce sont justement ces abstractions qui nous ont permis de découvrir les lois les plus générales qui déterminent toute l'évolution du monde physique.

Pour les problèmes de symétrie, cette abstraction a commencé par la découverte des groupes d'automorphismes qui expriment la notion de symétrie. Cette notion nous a ouvert de riches perspectives dans un domaine illimité que nous pourrons jalonner de découvertes toujours nouvelles.