

Zeitschrift: Archives des sciences [1948-1980]
Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève
Band: 14 (1961)
Heft: 10: Colloque Ampère

Artikel: L'effet non linéaire du bruit blanc et du bruit de scintillation dans les spectromètres à résonance nucléaire, du type «oscillateur marginal»
Autor: Grivet, Pierre / Blaquière, Austin
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-739637>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 05.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

L'effet non linéaire du bruit blanc et du bruit de scintillation dans les spectromètres à résonance nucléaire, du type « oscillateur marginal »

par Pierre GRIVET et Austin BLAQUIÈRE

Résumé de la communication de MM. A. Blaquière et P. Grivet :

L'effet Flicker et le bruit blanc dans les spectrographes nucléaires du type auto-oscillateur marginal (effets non-linéaires) :

Nous donnons une théorie détaillée de la sensibilité de l'oscillateur « marginal » (autodyne) compte tenu de la non-linéarité de la caractéristique courant plaque-tension grille, qui détermine le niveau de l'oscillation. Le bruit Schottky de la lampe joue un rôle négligeable, mais l'effet de scintillation (Flicker) au contraire, est important. On établit la théorie de l'effet de scintillation, sous une forme qui est notablement différente de celle du bruit Schottky, établie antérieurement.

Enfin, on accorde une attention spéciale au schéma récemment proposé par Robinson et qui comporte un limiteur d'amplitude, après amplification à niveau élevé. On montre que son avantage est dû à son insensibilité originale au bruit Flicker.

I. Description de l'autooscillateur.

1.1. Un premier schéma de principe de l'autooscillateur	123
1.2. Un deuxième schéma de principe: la résistance négative	124
1.2.1. L'exemple du Colpitts	125
1.2.2. La résistance négative dans le schéma série	126
1.2.3. La résistance négative dans le schéma parallèle	127
1.3. Index de réaction	128

II. Bruit de fond d'origine thermique.

2.1. Les paramètres du circuit liés au bruit	130
2.1.1. Le temps τ mesure de la mémoire du circuit	131
2.1.2. Le caractère non-linéaire de la lampe d'entretien	132
2.1.3. L'équation d'évolution du circuit pour l'excitation aléatoire	133
2.2. L'effet du bruit sur le circuit oscillant passif ou entretenu	134
2.2.1. Etat passif pur	135
2.2.2. Etat passif désamorti (multiplicateur de qualité)	145
2.2.3. Etat d'oscillation	136
2.2.4. Diagramme représentant l'effet du bruit dans les trois états possibles du circuit oscillant	137

2.2.5.	Expression des résultats en langage de circuit; introduction du coefficient de surtension (ou de qualité) apparent Q d'un circuit à réaction	138
2.3.	Calcul de la constante de temps (ou de la qualité) d'un auto-oscillateur	140
2.4.	Limites de l'approximation menant à une équation de Van der Pol	144
2.4.1.	Le caractère privilégié des oscillateurs du type de Van der Pol	155
2.4.2.	Le couplage: amplitude-fréquence	166
2.4.3.	Exemple de l'oscillateur Colpitts	177
III.	<i>L'effet de scintillation et son influence sur le régime d'autooscillation.</i>	
3.1.	Représentation du bruit de la lampe par la résistance équivalente R_{eq}	122
3.2.	Equations d'excitation du circuit par le bruit de la lampe	133
3.3.	Distinction entre le bruit Schottky et le bruit Flicker	144
3.4.	Calcul de l'effet Flicker	155
3.4.1.	L'équation différentielle approchée	188
3.4.2.	Résolution de l'équation différentielle	100
3.4.3.	Discussion de l'expression de u_g	122
3.4.4.	Relation avec la théorie phénoménologique de Buyle-Bodin	133
3.4.5.	Comparaison numérique des effets du bruit Flicker et du bruit thermique	155
3.4.6.	Pentodes et triodes	111
IV.	<i>L'oscillateur à faible bruit de Robinson.</i>	
4.1.	Différents types de non linéarités	126
4.2.	Généralisation de la notion de pente modulée; application à l'oscillateur de Robinson	169
4.3.	Les particularités de l'oscillateur de Robinson	133
4.4.	Effet négligeable de l'effet de scintillation de la lampe	122
4.5.	Un oscillateur d'actualité: le pendule à échappement à ancre. Amélioration des horloges à quartz	144
	Appendice	136

I. DESCRIPTION DE L'AUTOOSCILLATEUR

1.1 *Un premier schéma de principe de l'autooscillateur*

Nous rappellerons d'abord les grandes lignes de la méthode qui permet d'évaluer la puissance de bruit d'un autooscillateur classique, et dans l'interprétation des résultats, il sera important de mettre en lumière la différence entre le bruit d'un circuit oscillant entretenu, et celui du même circuit oscillant isolé de la lampe d'entretien, pris pour élément de comparaison.

Nous verrons ainsi que le bruit du circuit oscillant isolé apparaît généralement comme une limite inférieure du bruit du circuit entretenu par réaction, mais aussi que cette limite peut être atteinte dans certains types d'autooscillateurs qui méritent un examen attentif.

Il est commode, ici, où l'on a en vue d'établir des lois générales, de grouper les éléments actifs d'une part, les éléments passifs d'autre part. On réduit ainsi le système au schéma simple de la figure 1: deux quadripôles A et B associés, dont le premier, actif, sera caractérisé par son gain μ , et le second, passif, par son coefficient de transfert β .

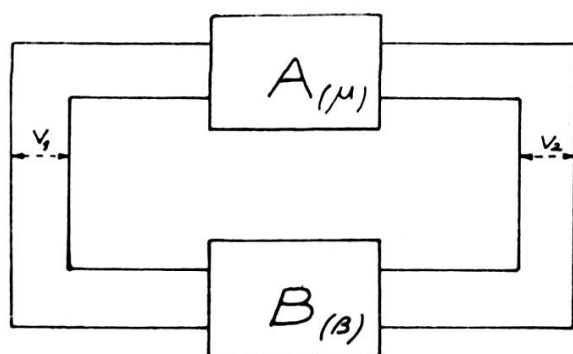


Fig. 1.

Si V_1 désigne la tension d'entrée aux bornes de A, et V_2 la tension de sortie, on a :

$$V_2/V_1 = \mu$$

et de même, en considérant le quadripôle B: $V_1/V_2 = \beta$.

De ces deux relations on déduit l'équation classique de la boucle

$$1 - \mu\beta = 0 \quad (1)$$

que nous allons expliciter sur un exemple intéressant pour la spectroscopie hertzienne.

Le quadripôle actif A sera réduit ici à la seule lampe amplificatrice (L), et le quadripôle passif B au réseau d'impédances de la figure 2, Z_0 , Z_1 , Z_2 .

La tension d'entrée de la lampe sera la tension de grille U_g au point M, et nous prendrons pour tension de sortie, la tension de plaque U_p , calculée entre le point N et la cathode.

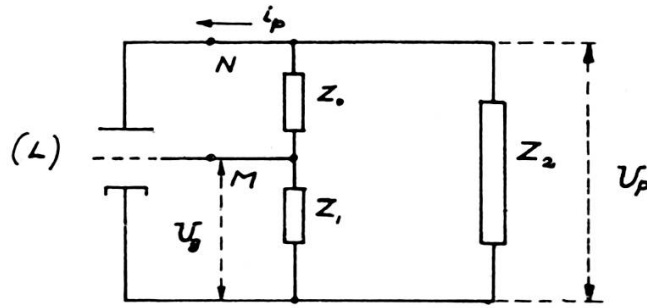


Fig. 2.

Le tube ayant par hypothèse une très grande résistance interne, l'intensité du courant de plaque sera liée à la tension de grille, en régime linéaire, par la relation:

$$i_p = S U_g . \quad (S \text{ pente de la lampe})$$

D'autre part, l'impédance du réseau passif, vu des bornes plaque et cathode est:

$$Z = \frac{Z_2 (Z_0 + Z_1)}{Z_0 + Z_1 + Z_2} .$$

On en déduit la tension de plaque:

$$U_p = - Z i_p = - \frac{Z_2 (Z_0 + Z_1)}{Z_0 + Z_1 + Z_2} S \cdot U_g$$

et le gain du tube amplificateur

$$\mu = \frac{U_p}{U_g} = - \frac{Z_2 (Z_0 + Z_1)}{Z_0 + Z_1 + Z_2} \cdot S .$$

De même, le coefficient de transfert β du réseau passif est:

$$\beta = \frac{U_g}{U_p} = \frac{Z_1}{Z_0 + Z_1}$$

en admettant qu'il n'y ait aucun débit de grille.

L'équation de la boucle (1), explicitée en fonction des données: les impédances qui constituent le circuit, et la pente de la lampe, se met ici sous la forme:

$$1 + \frac{Z_1 Z_2}{Z_0 + Z_1 + Z_2} S = 0 \quad (2)$$

ou :

$$- Z_1 Z_2 S = Z_0 + Z_1 + Z_2 . \quad (3)$$

1.2. Un deuxième schéma de principe : la résistance négative

1.2.1. L'exemple du Colpitts.

Un deuxième schéma de principe pour les oscillateurs fait appel à la notion de résistance négative. On l'introduira ici, en particulierisant le circuit. On appliquera l'équation du paragraphe précédent à un oscillateur souvent utilisé en spectroscopie, comme oscillateur marginal : le montage de Colpitts, représenté sur la figure 3. La comparaison avec le circuit de la figure 2 montre que l'on a dans ce cas :

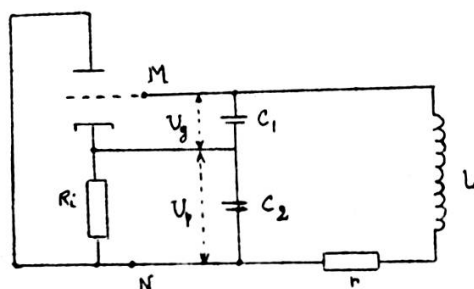


Fig. 3.

$$Z_0 = r + jL\omega \quad Z_1 = \frac{1}{j\omega C_1} \quad Z_2 = \frac{1}{G_i + j\omega C_2}$$

où r est la résistance série et L la self du circuit oscillant. G_i désigne la conductance de charge $1/R_i$ placée entre plaque et cathode de la lampe (en y incluant la conductance interne). Le plus souvent G_i est négligeable et en première approximation nous le négligerons devant $C_2\omega$ pour obtenir des formules plus claires (pour $f = 30$ MHz, on a par exemple $C_1 = 10$ pF, $C_2 = 100$ pF).

Les deux membres de l'équation (3) deviennent alors :

$$-Z_1 Z_2 S = \frac{S}{C_1 C_2 \omega^2}$$

$$Z_0 + Z_1 + Z_2 = r + jL\omega + \frac{1}{j\omega} \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2}.$$

La signification du second membre de la deuxième équation est bien claire: c'est l'impédance-série totale du circuit oscillant envisagé isolément, dont la capacité résultante est:

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}.$$

D'où le terme résistif:

$$-Z_1 Z_2 S \sim \frac{S}{C_1 C_2 \omega^2}.$$

On remplacera ω^2 par le carré de la pulsation propre du circuit oscillant, qui est peu affectée par le couplage toujours lâche avec la lampe amplificatrice.

Ainsi, avec la valeur approchée:

$$\omega^2 \sim \omega_0^2 = \frac{1}{LC} = \frac{C_1 + C_2}{L C_1 C_2}$$

on obtient

$$-Z_1 Z_2 S \simeq \frac{LS}{C_1 + C_2}.$$

L'équation de la boucle est donc:

$$\frac{LS}{C_1 + C_2} = r + jL\omega + \frac{1}{j\omega} \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2}$$

ou:

$$-LC\omega^2 + j\omega rC + 1 = j\omega LS \frac{C_1 C_2}{(C_1 + C_2)^2} \sim j\omega LS \frac{C_1}{C_2}.$$

On la mettra finalement sous la forme approchée, mais bien claire:

$$-LC\omega^2 + j\omega \left[rC - LS \frac{C_1}{C_2} \right] + 1 = 0. \quad (4)$$

1.2.2. La résistance négative dans le schéma série.

On voit alors que la régénération d'énergie se manifeste par l'introduction dans la maille du circuit oscillant, en série avec les autres éléments r , L , C , d'une résistance négative.

$$\rho = - \frac{1}{C} L \frac{C_1}{C_2} S$$

en concurrence avec la résistance naturelle positive r .

Cette remarque nous autorise à remplacer la lampe du montage 3 par sa résistance négative équivalente, placée en série avec les autres éléments du circuit oscillant. On est ainsi conduit au schéma réduit de la figure 4.

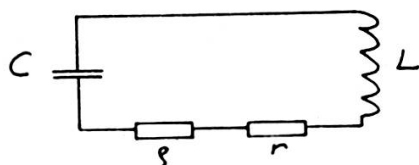


Fig. 4.

1.2.3. La résistance négative dans les schémas parallèles.

Souvent aussi on utilisera, plutôt que la résistance-série r du circuit oscillant, la résistance parallèle R qui lui est équivalente (fig. 5) et qui est liée à la précédente par la relation

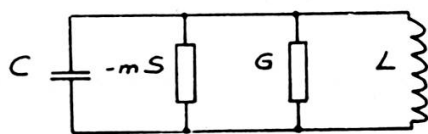


Fig. 5.

$$R = Q^2 r = \frac{L}{rC}.$$

Q désignant la surtension du circuit oscillant non entretenu:

$$Q = \frac{L\omega}{r} \quad \text{avec} \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Posant :

$$G = 1/R \quad (\text{conductance-parallèle du circuit oscillant})$$

$$\text{et} \quad C_1/C_2 = m$$

la condition d'accrochage s'écrit :

$$L(G - mS) = 0 \quad \text{où} \quad G - mS = 0$$

et l'équation (4) de la boucle devient elle-même avec ces notations, dans le cas général où l'accrochage n'est pas obligatoirement réalisé :

$$\boxed{-LC\omega^2 + j\omega L(G - mS) + 1 = 0} \quad (5)$$

Sur le schéma (5), on associera, en parallèle avec la conductance G , la conductance négative $-mS$.

1.3. Index de réaction.

La limite d'accrochage est atteinte lorsque la résistance négative compense exactement la résistance naturelle du circuit oscillant, c'est-à-dire lorsque les paramètres de l'oscillateur vérifient la relation

$$rC - LS \frac{C_1}{C_2} = 0.$$

Dans la discussion qui suit, nous caractériserons l'écart à l'accrochage par un nouveau paramètre : l'*index de réaction* * n défini par :

$$n = \frac{m - m_0}{m_0}$$

où m_0 est la valeur du rapport C_1/C_2 à l'accrochage, c'est-à-dire

$$m_0 = \frac{G}{S}.$$

* Cette notation commode a été introduite par Buyle-Bodin (4) et Hasen-äger (5).

Nous choisirons pour variable expérimentale la tension de grille U_g et nous ferons croître progressivement l'index n , ce qui nous conduira à classer les différents comportements possibles du circuit de la façon suivante:

a) Pour $0 < m < m_0$ ou $-1 < n < 0$, le circuit de la figure 3 est un *multiplicateur de surtension*. Son coefficient de surtension Q augmente et tend vers l'infini lorsque n augmente et tend vers zéro.

b) Pour $m_0 < m$ ou $0 < n$, le circuit est un *autooscillateur*. Nous supposons que son amplitude d'oscillation atteint une valeur de régime stable $\hat{U}_s$, et ceci nous conduira à introduire la non-linéarité de la caractéristique de la lampe. A partir de la valeur d'accrochage, la croissance de n entraîne l'augmentation de l'amplitude de régime et la forme de l'oscillation, elle-même, s'écarte de plus en plus d'une sinusoïde théorique. Elle prend même un aspect relaxé, à cycles pratiquement rectangulaires, pour les très grandes valeurs de n .

II. BRUIT DE FOND D'ORIGINE THERMIQUE

2.1. Les paramètres du circuit liés au bruit

2.1.1. Le temps τ mesure de la mémoire du circuit.

Dans les cas a), b), le bruit du circuit dépend principalement de deux facteurs:

— d'une part, de l'intensité de la source de bruit c'est-à-dire de l'amplitude des perturbations produites par chacune des impulsions délivrées par la source de bruit.

Mais ce paramètre n'interviendra pas dans notre discussion car nous supposons que la source de bruit reste invariable en grandeur et en position. Ce sera d'une part l'effet thermique de la résistance r du circuit oscillant, d'autre part l'effet de grenaille de la lampe.

— d'autre part, du *temps de réaction du circuit*, c'est-à-dire du délai d'extinction de la perturbation produite par un choc très bref, supposé unique.

Dans le cas a) où il n'y a pas d'autoentretien, ce délai correspond au retour au repos, suivant une loi oscillante à amplitude exponentiellement

amortie, représentée sur la figure 6 et caractérisée en termes techniques par le paramètre Q .

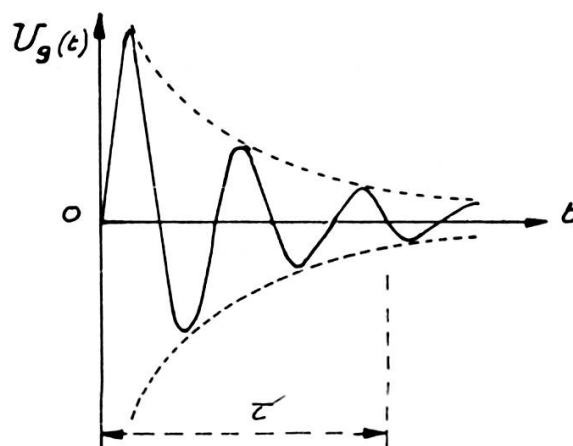


Fig. 6.

La constante de temps τ avec laquelle la perturbation s'amortit est d'autant plus grande que n est plus voisin de sa valeur d'accrochage. τ devient infini à l'accrochage.

Dans le cas $b)$, ce délai correspond au retour au régime stationnaire d'amplitude $\hat{U}_s$, conformément à la figure 7.

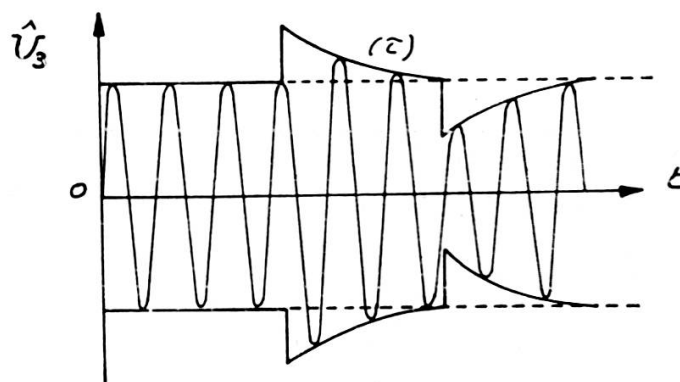


Fig. 7.

De ce point de vue unificateur, il n'y a donc plus de différence très profonde entre les divers types d'évolution, sinon que, dans le dernier cas, les fluctuations vont se produire autour de l'amplitude moyenne $\hat{U}_s$, alors que en dessous de l'accrochage elles se produisent autour de l'amplitude

moyenne nulle. Ce fait est important et peu intuitif puisque les conditions de fonctionnement sont radicalement différentes dans les cas *a)* et *b)*: dans le cas *a)* le système fonctionne dans des conditions pratiquement linéaires, alors que dans le cas *b)* il est radicalement non linéaire.

Une étude détaillée du bruit engendré par la source thermique r , a été antérieurement développée [1] à partir de l'équation qui régit l'évolution du circuit sous l'effet de ce genre d'excitation.

2.1.2. *Le caractère non linéaire de la lampe d'entretien.*

On tient compte de la non-linéarité de la caractéristique de la lampe d'entretien en adoptant pour cette dernière une représentation de la forme

$$i_p = S U_g + a U_g^2 + b U_g^3$$

dans laquelle i_p et U_g sont les parties variables de l'intensité de plaque et de la tension de grille.

Le cas linéaire apparaît alors comme une première approximation, valable lorsque la variable U_g est suffisamment petite pour qu'il soit légitime de négliger les termes en U_g^2 et U_g^3 .

2.1.3. *L'équation d'évolution du circuit, pour l'excitation aléatoire.*

Il est facile de voir que, dans le cas présent, l'équation d'évolution du circuit est:

$$LC \frac{d^2 U_g}{dt^2} + L(G - mS - 2ma U_g - 3mb U_g^2) \frac{dU_g}{dt} + U_g = E(t) \quad (6)$$

Elle généralise l'équation (5) écrite sous la forme conventionnelle couramment utilisée en radioélectricité, dans laquelle les dérivées par rapport au temps de la variable sont remplacées par les facteurs $j\omega$, $(j\omega)^2$.

L'équation (6) est une équation de Van der Pol avec second membre, dans laquelle $E(t)$ est l'excitation aléatoire produite par la source de bruit thermique r (fig. 4).

2.2. *L'effet du bruit sur le circuit, passif ou oscillant entretenu.*

Nous résumerons ici les conclusions auxquelles on aboutit, dans les différentes conditions d'utilisation du montage décrites au paragraphe 1.3.

2.2.1. *Etat passif.*

Lorsque le circuit oscillant est isolé de tout dispositif d'entretien, l'équation (6) se réduit à:

$$LC \frac{d^2 U_g}{dt^2} + LG \frac{dU_g}{dt} + U_g = E(t) \quad (7)$$

La constante de temps τ du circuit oscillant a pour valeur

$$\tau = 2 (C/G) \quad (8)$$

Sa pulsation propre est:

$$\omega_0 = 1/\sqrt{LC} \quad (9)$$

et on obtient pour carré moyen de la tension de bruit, en explicitant les différents facteurs qui interviennent dans le terme de source thermique: r , la résistance de bruit; T , sa température absolue; k , la constante de Boltzmann:

$$\bar{U}_g^2 = \frac{kTr}{2} \omega_0^2 \tau = \frac{kTLG}{2C} \omega_0^2 \tau. \quad (10)$$

Compte tenu de (8) et (9), l'expression (10) prend ici la forme particulièrement simple:

$$P = \bar{U}_g^2 = \frac{kT}{C}$$

Notons qu'il s'agit ici de la puissance totale de bruit, c'est-à-dire de la puissance intégrée sur tout le spectre des fréquences, or il est généralement utile d'explicitier aussi la puissance de bruit comprise dans une bande de fréquences, ou de pulsations, $\Delta\omega$, donnée.

Plus exactement, comme l'on s'intéresse aux fluctuations d'amplitude du signal, c'est le spectre des fluctuations d'amplitude, abstraction faite de la porteuse, qu'il faudra préciser. On passera d'ailleurs sans difficulté du spectre du signal modulé en amplitude par le bruit, au spectre de son enveloppe, ce qui conduit, pour cette dernière, à la distribution spectrale:

$$P(\omega) \Delta\omega = \frac{2}{\pi} \frac{kT}{C} \frac{LG\omega_0^2 \Delta\omega}{\left(\frac{1}{\tau}\right)^2 + \omega^2} \quad (11)$$

2.2.2. *Etat passif désamorti (multiplicateur de qualité).*

Pour $-1 < n < 0$, au-dessous de la limite d'accrochage, le régime est encore linéaire. La formule (10) reste valable, mais avec la nouvelle constante de temps:

$$\tau = \frac{2C}{G - mS} = -\frac{1}{n} \frac{2C}{G}$$

Le carré moyen de la tension de bruit devient:

$$P = \overline{U_g^2} = -\frac{1}{n} \frac{kT}{C} \quad (12)$$

et la puissance de bruit, dans la bande $\Delta\omega$, relève encore de la formule (11), avec la valeur de τ appropriée.

2.2.3. *Etat d'oscillation.*

Dans les conditions d'auto-oscillation, le régime est non linéaire. L'équation d'évolution (6) peut être mise sous une forme plus commode, en faisant intervenir l'amplitude d'oscillation $\hat{U}_g$.

Posant

$$U_g(t) = \hat{U}_g \sin(\omega t + \varphi)$$

où $\hat{U}_g$ est une fonction lentement variable du temps, tant que le régime stable n'est pas atteint, on est conduit à remplacer l'équation (6) par la nouvelle:

$$LC \frac{d^2 U_g}{dt^2} + L \left[G - mS - \frac{3mb}{4} \hat{U}_g^2 \right] \frac{dU_g}{dt} + U_g = E(t) \quad (13)$$

Cette approximation est valable dans les limites où les harmoniques de l'oscillation d'ordre supérieur ou égal à 2 sont de très faible amplitude.

De l'équation (13), on déduit la constante de temps de retour au régime stable, après perturbation:

$$\tau = -\frac{C}{G - mS} = \frac{1}{n} \frac{C}{G}$$

(n est positif au-delà de l'accrochage),

puis la puissance de bruit, en assimilant le retour au régime à une loi pendulaire linéaire.

Cette linéarisation dans le voisinage de l'état stationnaire est légitime tant que le bruit reste faible devant l'amplitude d'oscillation. Lorsqu'il en est ainsi, la formule (10) est encore valable, en considérant ω_0 comme la pulsation de régime, que nous désignerons dans ce cas par ω_s . On obtient dans ces conditions:

$$P = \frac{kTr}{2} \omega_s^2 \tau = \frac{kTLG}{2C} \omega_s^2 \tau$$

$$P = \frac{1}{2n} \frac{kT}{C} \quad (14)$$

et la puissance de bruit dans la bande $\Delta\omega$, de l'oscillateur linéaire équivalent qui nous sert ici de modèle, est encore donnée par la formule (11), en adoptant pour τ la constante de temps de retour au régime que nous venons de calculer.

2.2.4. Diagramme représentant l'effet du bruit dans les trois états possibles du circuit oscillant.

On rassemblera maintenant ces différents résultats sur un même graphique, figure 8, en portant la puissance de bruit totale P en ordonnée, et n en abscisse, ce qui montre clairement comment évolue le bruit du circuit lorsque l'on s'approche de l'accrochage, par valeurs inférieures ou par valeurs supérieures de n . Ces résultats ont été vérifiés expérimentale-

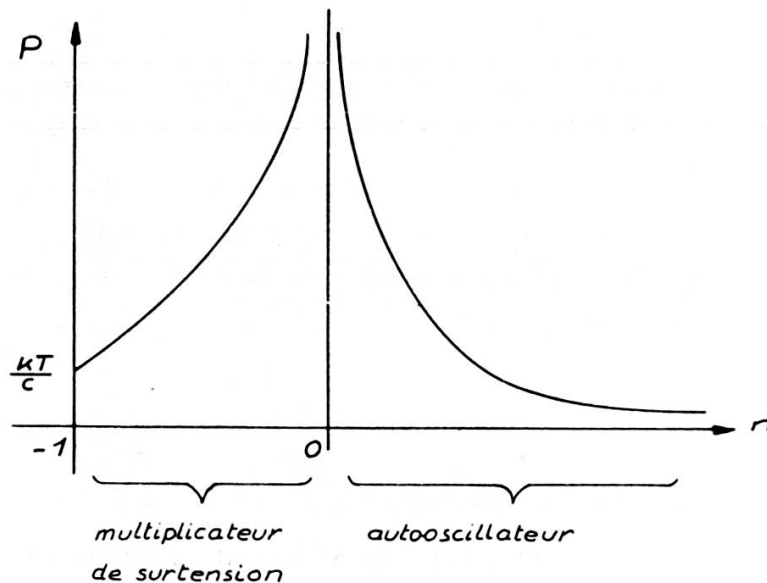


Fig. 8.

ment par Buyle-Bodin [4] et Renard [11]. Par exemple, pour $n = \frac{1}{100}$, la puissance de bruit totale du circuit entretenu est 50 fois plus grande que la puissance de bruit totale du circuit oscillant isolé.

2.2.5. *Expression des résultats en langage de circuit, introduction du coefficient de surtension (ou de qualité Q) d'un circuit à réaction.*

Au lieu de discuter en fonction de la constante de temps τ , on peut faire intervenir le coefficient de surtension du circuit à réaction, plus usuel en théorie de circuits.

Dans le cas où le circuit oscillant est isolé de la lampe d'entretien, le coefficient de surtension est :

$$Q = \frac{L\omega_0}{r} = \frac{C\omega_0}{G} = \frac{\tau\omega_0}{2}$$

Par extension on adoptera cette dernière expression dans le cas général, avec la valeur de τ appropriée, ce qui conduit, dans le cas *a*) des multiplificateurs de surtension, au facteur :

$$Q^* = -\frac{1}{n} \frac{C\omega_0}{G} = -\frac{1}{n} Q$$

et dans le cas *b*) des autooscillateurs, au facteur :

$$Q^* = \frac{1}{n} \frac{C\omega_s}{2G} = \frac{1}{n} \frac{Q}{2} \frac{\omega_s}{\omega_0} \simeq \frac{1}{n} \frac{Q}{2}.$$

Pratiquement, la pulsation ω_s du régime stabilisé est très voisine de la pulsation ω_0 du circuit oscillant isolé, ce qui permet d'assimiler à l'unité le rapport $\frac{\omega_s}{\omega_0}$.

L'expression de la puissance de bruit thermique dans la bande $\Delta\omega$ (formule 11) est alors :

Pour un circuit amorti :

$$P(\omega) \Delta\omega = \frac{2}{\pi} \frac{kT}{C} \frac{LG}{\frac{1}{4Q^{*2}} + \frac{\omega^2}{\omega_0^2}} \Delta\omega = \frac{2}{\pi} \frac{kT}{C} \frac{LG\Delta\omega}{\frac{n^2}{4Q^2} + \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$$

et pour un circuit autooscillant :

$$P(\omega) \Delta\omega = \frac{2 kT}{\pi C} \frac{LG}{\frac{1}{4 Q^{*2}} + \frac{\omega^2}{\omega_0^2}} \Delta\omega = \frac{2 kT}{\pi C} \frac{LG \Delta\omega}{\frac{n^2}{Q^2} + \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$$

2.3. Calcul des constantes de temps des autooscillateurs.

Nous avons pris pour exemple un auto-oscillateur très simple, le Colpitts, et il ressort des formules précédentes qu'il est nécessaire de réduire le plus possible la constante de temps τ de retour au régime, pour réduire le bruit. Cette conclusion subsiste dans le cas général; aussi, pour comparer différents types d'autooscillateurs du point de vue du bruit, sera-t-on amené à évaluer en premier lieu leurs constantes de temps. Ce calcul peut être développé en utilisant une méthode de linéarisation approchée que nous avons exposée dans différentes publications [3], [6], et d'où on tire rapidement l'expression de τ en fonction des paramètres caractéristiques du circuit.

Nous nous contenterons ici d'en résumer les points les plus saillants et de l'appliquer à deux exemples :

- a) l'oscillateur du paragraphe précédent;
- b) un oscillateur récemment introduit par F. N. H. Robinson, et dont le bruit est particulièrement réduit. Notre théorie expliquera ses excellentes performances.

Dans son principe, la méthode consiste à associer à l'oscillateur une fonction analytique analogue à celle qui a été introduite par Nyquist dans le cas linéaire, mais qui est plus complète en ce sens qu'elle dépend non seulement de la pulsation ω , mais aussi de l'amplitude de fonctionnement $\hat{U}_g$.

Cette fonction complexe se présente sous la forme

$$H(\hat{U}_g, j\omega)$$

On l'obtient après une linéarisation approchée de l'oscillation, sur laquelle nous n'insisterons pas ici, en remplaçant les dérivées successives par rapport au temps qui figurent dans son équation différentielle d'évolution par $j\omega$, $(j\omega)^2$, $(j\omega)^3$, etc.

Ainsi, dans l'exemple précédent, l'équation (13) permet d'engendrer la fonction analytique

$$LC(j\omega)^2 + j\omega L \left(G - mS - \frac{3mb}{4} \hat{U}_g^2 \right) + 1$$

$$\equiv 1 - LC\omega^2 + j\omega L \left(G - mS - \frac{3mb}{4} \hat{U}_g^2 \right).$$

Dans le cas général, on séparera la partie réelle et la partie imaginaire de $H(\hat{U}_g, j\omega)$, que l'on écrira :

$$H(\hat{U}_g, j\omega) = X(\hat{U}_g, \omega) + jY(\hat{U}_g, \omega)$$

moyennant quoi la constante de temps τ de retour au régime stabilisé est donnée par l'expression :

$$\tau = \frac{1}{\hat{U}_g} \frac{\left(\frac{\partial X}{\partial \omega} \right)^2 + \left(\frac{\partial Y}{\partial \omega} \right)^2}{\frac{\partial X}{\partial \hat{U}_g} \frac{\partial Y}{\partial \omega} - \frac{\partial X}{\partial \omega} \frac{\partial Y}{\partial \hat{U}_g}} \quad (15)$$

Les dérivées partielles sont évaluées dans les conditions du régime, pour $\hat{U}_g = \hat{U}_s$ et $\omega = \omega_s$.

Dans l'exemple précédent, on trouve, en tenant compte des relations qui fournissent l'amplitude et la pulsation de régime :

$$\hat{U}_s^2 = 4 \frac{G - mS}{3kb} = - \frac{4S}{3b} \frac{n}{1+n}$$

$$\omega_s = 1/\sqrt{LC}$$

$$X = 1 - LC\omega^2$$

$$Y = L\omega \left(G - mS - \frac{3mb}{4} \hat{U}_g^2 \right)$$

$$\frac{\partial X}{\partial \hat{U}_g} = 0$$

$$\frac{\partial X}{\partial \omega} = -2LC\omega_s$$

$$\frac{\partial Y}{\partial \hat{U}_g} = -\frac{3mb}{2} L\omega_s \hat{U}_s$$

$$\frac{\partial Y}{\partial \omega} = L \left(G - mS - \frac{3mb}{4} \hat{U}_s^2 \right) = 0$$

$$\left(\frac{\partial X}{\partial \omega}\right)^2 + \left(\frac{\partial Y}{\partial \omega}\right)^2 = 4L^2 C^2 \omega_s^2 = 4LC$$

$$\frac{\partial X}{\partial \hat{U}_g} \frac{\partial Y}{\partial \omega} - \frac{\partial X}{\partial \omega} \frac{\partial Y}{\partial \hat{U}_g} = -3mb L^2 C \omega_s^2 \hat{U}_s = -3mb L \hat{U}_s$$

On obtient finalement pour τ , la valeur:

$$\tau = -\frac{4LC}{3mb L \hat{U}_s^2} = -\frac{C}{G - mS} = \frac{1}{n} \frac{C}{G} \quad (16)$$

On reconnaît l'expression mentionnée au paragraphe 2.2.3.

2.4. Limites de l'approximation menant à une équation de Van der Pol.

2.4.1. Le caractère privilégié des oscillateurs du type Van der Pol.

Les approximations qui nous ont permis de mettre l'équation d'évolution du circuit sous la forme particulièrement commode d'une équation de Van der Pol (équation (6)) doivent être discutées.

En effet, nous avons montré antérieurement [1], [2] que l'équation de Van der Pol correspond à un cas idéal pour lequel la fréquence de l'oscillation est pratiquement indépendante des écarts d'amplitude au régime. Il s'ensuit que les fluctuations d'amplitude dues au bruit, n'entraînent pas de fluctuations de fréquence:

Ce type d'oscillateur a une fréquence très stable.

2.4.2. Le couplage amplitude fréquence.

Au contraire, lorsqu'une légère non linéarité est introduite dans le coefficient du dernier terme, la fréquence de l'oscillateur peut devenir très sensible aux fluctuations d'amplitude.

Par exemple, si on remplace l'équation (6), écrite sous la forme simplifiée (en supposant que le coefficient a est nul):

$$LC \frac{d^2 U_g}{dt^2} + L(G - mS - 3mb U_g^2) \frac{dU_g}{dt} + U_g = E(t)$$

par la nouvelle équation:

$$LC \frac{d^2 U_g}{dt^2} + L(G - mS - 3mb U_g^2) \frac{dU_g}{dt} + (1 + \eta U_g^2) U_g = E(t)$$

(en introduisant le paramètre η) on obtient une loi de dépendance « fréquence-amplitude » de la forme :

$$\nu = \nu_0 \left(1 + \frac{3\eta}{8} \mathcal{O}_\theta^2 \right)$$

La valeur du paramètre η caractérise donc l'instabilité de fréquence de l'oscillateur, c'est-à-dire l'importance du *couplage* entre les fluctuations d'amplitude et les fluctuations de fréquence.

2.4.3. Exemple de l'oscillateur Colpitts.

Pour discuter nous revenons à l'équation générale (3) qui nous a servi de point de départ :

$$-Z_1 Z_2 S = Z_0 + Z_1 + Z_2$$

Dans le cas de l'oscillateur qui nous intéresse, on a :

$$Z_0 + Z_1 + Z_2 = r + jL\omega + \frac{1}{j\omega C} \left(\text{avec } C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \right)$$

$$-Z_1 Z_2 S = \frac{S}{C_1 C_2 \omega^2 - j\omega C_1 G_i}$$

et, comme nous allons le voir, c'est ce deuxième terme qui est responsable de l'instabilité de fréquence. En effet différentes approximations nous ont conduit à n'en conserver que la partie réelle :

$$-Z_1 Z_2 S \simeq \frac{L}{C_2} S$$

Or si on tient compte aussi de la partie imaginaire en posant

$$-Z_1 Z_2 S = \frac{L}{C_2} S + j\omega\lambda S$$

l'équation du circuit devient :

$$r + jL\omega + \frac{1}{j\omega C} = \frac{L}{C_2} S + j\omega\lambda S$$

soit :

$$-LC\omega^2 + j\omega \left[rC - L \frac{C_1}{C_2} S \right] + [1 + \omega^2 \lambda CS] = 0$$

Sous forme différentielle, avec les notations utilisées précédemment, il vient :

$$LC \frac{d^2 U_g}{dt^2} + L(G - mS) \frac{dU_g}{dt} + \left(1 + \frac{\lambda}{L} S \right) U_g = 0$$

Finalement, si on fait intervenir la non-linéarité de la caractéristique de la lampe, en remplaçant S dans cette équation par :

$$S + bU_g^2$$

(il est facile de voir que le terme aU_g ne joue aucun rôle dans cette théorie, aussi en ferons-nous abstraction ici); on obtient :

$$LC \frac{d^2 U_g}{dt^2} + L(G - mS - mbU_g^2) \frac{dU_g}{dt} + \left(1 + \frac{\lambda}{L} S + \frac{\lambda}{L} bU_g^2 \right) U_g = 0.$$

On en déduit la loi de dépendance « fréquence-amplitude » :

$$v = v_0 \left[1 + \frac{\lambda}{2L} S + \frac{3}{8} \frac{\lambda}{L} b \hat{U}_g^2 \right]$$

et les écarts de fréquence sont liés aux écarts d'amplitude par :

$$\frac{\Delta v}{v_0} = \frac{3}{4} \frac{\lambda}{L} b \hat{U}_g \Delta \hat{U}_g.$$

Dans l'exemple actuel on a :

$$\lambda \simeq \frac{C_1 G_i}{C_2^2} L^2 = m \frac{G_i}{C_2} L^2.$$

D'où la loi qui définit l'instabilité de fréquence

$$\frac{\Delta v}{v_0} = \frac{3}{4} mb \frac{L G_i}{C_2} \hat{U}_g \Delta \hat{U}_g.$$

III. L'EFFET DE SCINTILLATION ET SON INFLUENCE SUR LE RÉGIME D'AUTOOSCILLATION

3.1. Représentation du bruit de la lampe par la résistance équivalente R_{eq}

Dans les précédents paragraphes, nous avons principalement porté notre attention sur le bruit d'origine thermique. Nous tiendrons compte maintenant du bruit de la lampe en plaçant sur la grille une résistance fictive R_l , qui a l'avantage de ramener les différents effets à un même type et de faciliter leur comparaison.

L'introduction de cette nouvelle résistance de bruit nous fait passer des schémas 2 et 3 aux schémas 9 pour l'analyse générale, et 10 pour notre exemple (Colpitts).

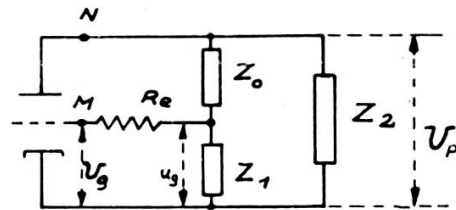


Fig. 9.

3.2. Equations d'excitation du circuit par le bruit de la lampe.

Du point de vue théorique, il est facile de se rendre compte de la modification ainsi apportée à l'équation de la boucle. Nous la préciserons d'abord dans le cas général de la figure 9, puis dans le cas plus particulier de la figure 10.

Comme il n'y a aucun débit de grille, le gain du tube amplificateur n'est pas modifié par la présence de la résistante R_l . On a donc toujours:

$$U_p = \mu U_g \quad (17)$$

avec

$$\mu = - \frac{Z_2 (Z_0 + Z_1)}{Z_0 + Z_1 + Z_2} S. \quad (18)$$

Le coefficient de transfert β du réseau passif, *abstraction faite de R_l* est toujours:

$$\frac{u_g}{U_p} = \beta = \frac{Z_1}{Z_0 + Z_1} \quad (\text{figure 9}) \quad (19)$$

Mais la nouvelle tension de grille est:

$$U_g = u_g + E_l \quad (20)$$

E_l désigne la force électromotrice aléatoire dont la résistance R_l est le siège, et qui représente deux types de bruits:

1. le bruit Schottky de la lampe,
2. le bruit de scintillation.

Nous reviendrons ensuite sur la distinction qu'on peut établir entre ces deux types de bruit et à leurs spectres pour appliquer les résultats de notre théorie. Mais pour le calcul lui-même nous utiliserons la force électromotrice instantanée totale $E_l(t)$ présente aux bornes de R .

Des équations (17), (18), (19), (20), on déduit:

$$(1 - \mu\beta) U_g = E_l. \quad (21)$$

Or, comme β et μ sont, dans le cas général, des symboles opérationnels, cette dernière équation n'est autre qu'une équation différentielle avec second membre.

Ceci signifie physiquement que le circuit dont nous avons étudié plus haut l'évolution va maintenant être excité par la force électromotrice aléatoire $E_l(t)$, dont la densité spectrale de puissance est donnée par la valeur de R_l à un facteur $4kT$ près.

Si on explicite les facteurs β et μ dans le cas de la figure 9, on obtient:

$$\left(1 + \frac{Z_1 Z_2}{Z_0 + Z_1 + Z_2} S\right) U_g = E_l$$

puis:

$$[Z_0 + Z_1 + Z_2 + Z_1 Z_2 S] U_g = (Z_0 + Z_1 + Z_2) E_l$$

Enfin dans le cas de la figure 10, il vient:

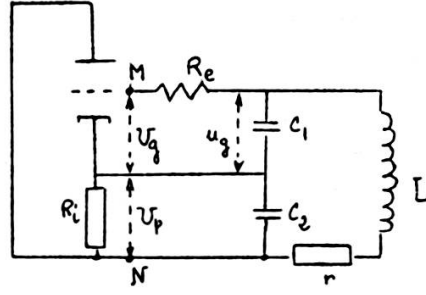


Fig. 10.

$$\left[r + jL\omega + \frac{1}{jC\omega} - \frac{LS}{C_1 + C_2} \right] U_g = \left(r + jL\omega + \frac{1}{jC\omega} \right) E_l$$

soit, avec les approximations précisées plus haut:

$$\left[-LC\omega^2 + jrC\omega + 1 - j\omega LS \frac{C_1}{C_2} \right] U_g = (-LC\omega^2 + j\omega rC + 1) E_l \quad (22)$$

Finalement, si on tient compte de la non-linéarité de la caractéristique, l'équation (22) s'écrit sous forme différentielle, avec les notations précédemment définies:

$$LC \frac{d^2 U_g}{dt^2} + L(G - mS - 2maU_g - 3mbU_g^2) \frac{dU_g}{dt} + U_g = \left(LC \frac{d^2}{dt^2} + LG \frac{d}{dt} + 1 \right) E_l \quad (23)$$

D'autre part il est bien clair que, en pratique, c'est la tension u_g et non la tension U_g qui est expérimentalement observable, aussi est-il indispensable de réécrire l'équation (23) en adoptant la nouvelle variable u_g . Elle devient alors:

$$LC \frac{d^2 u_g}{dt^2} + L(G - mS) \frac{du_g}{dt} + u_g + mL \left[S \frac{dE_l}{dt} - a \frac{d(u_g + E_l)^2}{dt} - b \frac{d(u_g + E_l)^3}{dt} \right] = 0 \quad (24)$$

3.3. Distinction entre le bruit Schottky et le bruit Flicker.

Il est maintenant nécessaire de préciser les caractéristiques du bruit étudié.

En ce qui concerne le bruit Schottky, nous avons montré dans un travail antérieur [7] que son effet est négligeable, dans un montage de ce type, devant l'effet thermique de la résistance r . Mais il n'en va pas de même pour le bruit de scintillation dont le spectre est donné sur la figure 11.

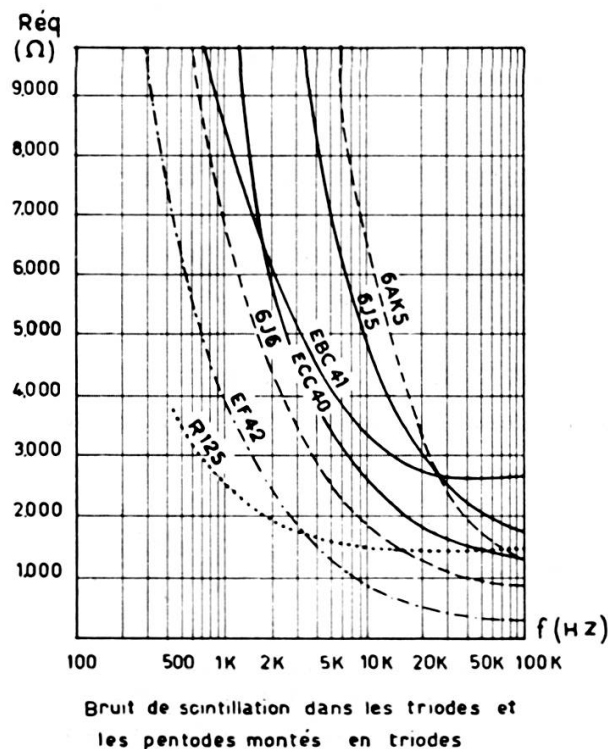


Fig. 11.

La densité spectrale ($4RT_0 = 1,6 \cdot 10^{-20} J$) dans l'effet de scintillation des triodes.

Cela provient de ce que le spectre présente une branche d'allure presque infinie aux basses fréquences, jusqu'à 1000 Hz environ, ce bruit anormal est d'un ordre de grandeur incomparablement plus grand que le bruit thermique.

Même en faisant intervenir l'atténuation importante dont rend compte notre théorie antérieure [7], qui nous a conduit à négliger de ce fait le bruit

Schottky, l'effet du bruit anormal sur le régime de l'oscillateur conserve un ordre de grandeur notable et en fait il concourra avec l'effet thermique, pour définir le niveau de bruit total de l'oscillateur.

3.4. Calcul de l'effet Flicker.

3.4.1. L'équation différentielle approchée.

En ce qui concerne la force électromotrice $E_l(t)$, elle présente des fluctuations lentes et de grande amplitude (par suite de la limitation aux basses fréquences du spectre), ce qui nous autorisera à négliger dans les calculs ses dérivées par rapport au temps $\frac{dE_l}{dt}$, etc.

Avec cette hypothèse, l'équation (24) s'écrit:

$$LC \frac{d^2 u_g}{dt^2} + L(G - mS) \frac{du_g}{dt} + u_g - mL \left[a \frac{du_g^2}{dt} + b \frac{du_g}{dt} \right] \\ = mL \left[2aE_l \frac{du_g}{dt} + 6bE_l u_g \frac{du_g}{dt} + 3bE_l^2 \frac{du_g}{dt} \right] \quad (25)$$

3.4.2. Résolution de l'équation différentielle.

Enfin nous appliquerons à cette équation la méthode du premier harmonique. Posant:

$$u_g = \hat{u}_g \sin \omega_0 t$$

($\hat{u}_g$, amplitude constante; $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$)

et identifiant les termes fondamentaux des deux membres, il vient:

$$(G - mS) \hat{u}_g \omega_0 \cos \omega_0 t - \frac{3mb}{4} \hat{u}_g^3 \omega_0 \cos \omega_0 t \\ = 2maE_l \hat{u}_g \omega_0 \cos \omega_0 t + 3mbE_l^2 \hat{u}_g \omega_0 \cos \omega_0 t$$

Négligeant le terme E_l^2 au second membre, on obtient l'expression de l'amplitude d'oscillation $\hat{u}_g$ qui se trouve lentement modulé par la fonction $E_l(t)$:

$$\hat{u}_g = 2 \sqrt{\frac{G - mS - 2maE_l}{3mb}} \quad (26)$$

3.4.3. Discussion de l'expression de u_g .

L'accrochage ne peut se produire que si l'expression qui figure sous le radical est positive. Nous nous placerons dans la zone d'accrochage, assez loin pour que le terme fluctuant laisse toujours l'argument du radical positif. La zone ainsi interdite est si étroite qu'elle n'intervient pas en pratique.

Dans ces conditions, on tire de l'expression (26) les fluctuations relatives d'amplitude dues à l'effet de scintillation. En dérivant logarithmiquement on obtient finalement pour le carré moyen :

$$\overline{(\delta \hat{u}_g)^2} = \frac{4ma^2}{3b(G - mS)} \overline{E_i^2}. \quad (27)$$

Si on exprime ce carré moyen en fonction de l'index de réaction n , on trouve :

$$\overline{(\delta \hat{u}_g)^2} = - \frac{4a^2}{3bS} \frac{1+n}{n} \overline{E_i^2}. \quad (28)$$

Il est aussi intéressant de noter que le coefficient de courbure a qui n'intervient pas dans la valeur de l'amplitude stabilisée en l'absence de bruit, joue un rôle très important dans « l'injection » du bruit de scintillation, de même qu'il joue un rôle important dans la création d'harmoniques. Et ceci est bien intuitif puisque le bruit de scintillation, qui s'introduit en basse fréquence, ne peut avoir un effet sensible au voisinage de la fréquence d'oscillation (qui est une fréquence élevée), que par la création de « produits de modulation » entre les termes de basse fréquence et le signal. Ce mécanisme s'apparente à celui de la création des harmoniques.

3.4.4. Relation avec la théorie phénoménologique de Buyle-Bodin.

Si on regroupe les termes linéaires en $\frac{du_g}{dt}$ dans l'équation (25), on obtient pour coefficient :

$$L[G - mS - 2maE_L - 3mbE_L^2]$$

que l'on peut interpréter en introduisant une fluctuation aléatoire de la pente de la lampe comme l'a fait M. Buyle-Bodin [9]. On retrouve ainsi

la formule (1) de la référence (9). Les fluctuations de pente proviennent ici de la polarisation aléatoire de grille, et notre méthode les explicite en fonction des paramètres classiques, suivant:

$$S(E_L) = S + 2aE_L + 3bE_L^2 \simeq S + 2aE_L$$

(en négligeant E_L^2)

3.4.5. Comparaison numérique des effets du bruit flicker et du bruit thermique.

De la formule (28) on déduit la distribution spectrale de la perturbation d'amplitude apportée par l'effet de scintillation:

$$P_f(f) \Delta f = - \frac{4a^2}{3bS} \frac{1+n}{n} 4kTR_i \Delta f \quad (29)$$

$$\left(f = \frac{\omega}{2\pi} \right)$$

ce qui permet une comparaison avec la perturbation due au bruit thermique, dont le spectre de fréquence est, comme nous l'avons vu:

$$P_t(f) \Delta f = 4 \frac{kT}{C} \frac{LG \Delta f}{\frac{n^2}{Q^2} + \frac{\omega^2}{\omega_0^2}} \quad (30)$$

On adoptera par exemple les valeurs:

$$r = 1 \, \Omega \text{ (résistance série du circuit oscillant)}$$

$$Q = 100$$

$$T = 300^\circ \text{ K}$$

$$k = 1,37 \cdot 10^{-23} \text{ joules/}^\circ \text{ K}$$

ce qui donne:

$$4 \frac{kT}{C} LG = 4kTr = 1,64 \cdot 10^{-20} \text{ joules}$$

$\frac{\omega^2}{\omega_0^2}$ est négligeable dans la bande des basses fréquences considérée.

De la formule (30) on tire, pour l'effet thermique

$$P_t(f) = \frac{10^4}{n^2} 1,64 \cdot 10^{-20}$$

Dans la formule (29) relative au bruit de scintillation, a , b , S sont généralement du même ordre de grandeur. Admettons par exemple que le coefficient $-\frac{4a^2}{3bS}$ soit de l'ordre de 10, ce qui semble une valeur raisonnable.

Au voisinage de la limite d'accrochage, n est petit, par exemple on prendra:

$$n = \frac{1}{100} \quad \text{d'où} \quad \frac{1+n}{n} \simeq 100$$

ce qui donne pour le coefficient de surtension du circuit entretenu:

$$Q^* = 50 \quad Q = 5000$$

De ces valeurs on déduit:

$$P_f(f) = 10^3 \cdot 1,64 \cdot 10^{-20} R_l$$

$$P_t(f) = 10^8 \cdot 1,64 \cdot 10^{-20} .$$

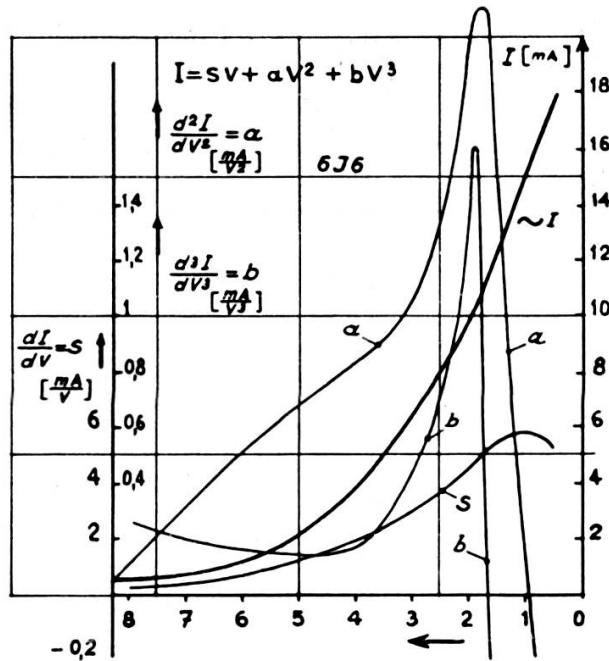
Pour la valeur $R_l = 10^5 \Omega$ le bruit thermique et le bruit de scintillation ont des effets qui sont du même ordre de grandeur, et pour les valeurs supérieures de R_l , le bruit de scintillation devient prépondérant. Or à la fréquence de 10 kHz, la résistance équivalente de bruit anormal du tube 6 AK5 dépasse $10^4 \Omega$ et devient très supérieur à cette valeur pour des fréquences légèrement plus basses.

L'examen de la figure 11 confirme l'intérêt de cette théorie dans le domaine des basses fréquences.

3.4.6. Pentodes et triodes.

Cette explication donne une raison nouvelle pour préférer les triodes aux pentodes, lorsqu'on tient compte d'une particularité peu connue des caractéristiques statiques des pentodes. Celles-ci montrent en effet une structure fine qu'il est possible de mesurer avec des méthodes appropriées (cf. [12]), la courbure de la caractéristique $i_p = f(U_g)$ présente des oscillations qui la font passer par la valeur zéro comme le montre la figure 12. En ces points particuliers on a donc $b = 0$ et la formule (29), montre que la contribution du bruit Flicker est alors très importante, car a ne s'annule pas. L'effet décrit par la figure 12 est général, et se produit pour toutes les pentodes: on attribue sa cause à l'optique électronique, dans la région grille plaque, car ces oscillations de la courbure ne se manifestent pas dans le courant cathodique total; c'est là encore un phénomène de partage et dans le cas des autooscillateurs son influence néfaste vient s'ajouter à celle

du classique effet de partage. On doit donc employer des triodes, dont les caractéristiques sont régulières, comme le montre la figure (13) empruntée à Hasenjäger [5].



CARACTERISTIQUES D'UN TUBE 6J6

Fig. 12a.

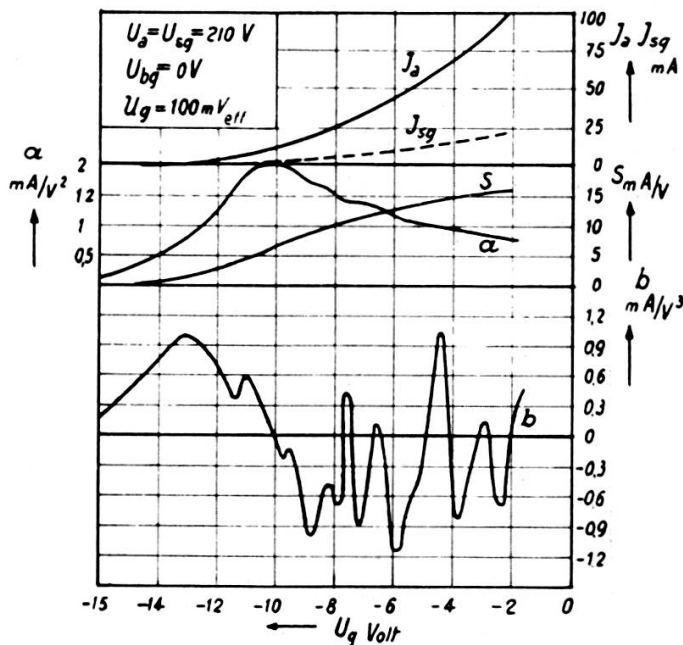


Fig. 12b.

L'allure des coefficients caractéristiques S , a , b pour des triodes (12a) et des pentodes (12b). On remarquera l'allure très différente de b dans les deux cas.

IV. L'OSCILLATEUR A FAIBLE BRUIT DE ROBINSON

4.1. Différents types de non linéarités
et leur représentation par une pente modulée.

Dans l'exemple classique de la figure 3, la non-linéarité de la caractéristique de la lampe d'entretien, dont l'aspect général est indiqué sur la figure 13, a été exprimée par la relation utilisée plus haut

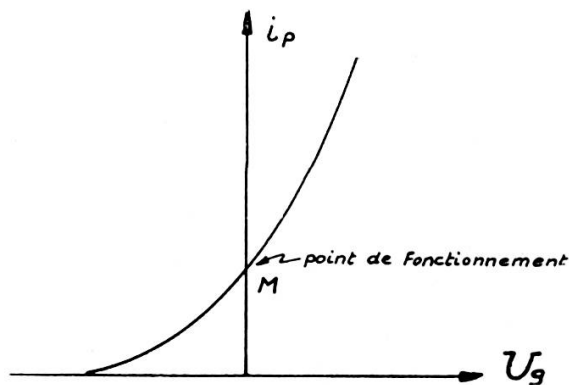


Fig. 13.

$$i_p = S U_g + a U_g^2 + b U_g^3 \quad (31)$$

Il s'agit là d'un modèle simplifié, commode en théorie, et qui permet de mettre en évidence de façon claire certains aspects marquants du fonctionnement de l'autooscillateur.

Supposons en premier lieu que le circuit oscillant de la figure 3 soit déconnecté de la grille (fig. 14) et que, à sa place nous branchions sur la grille de la lampe un générateur fournissant la tension sinusoïdale:

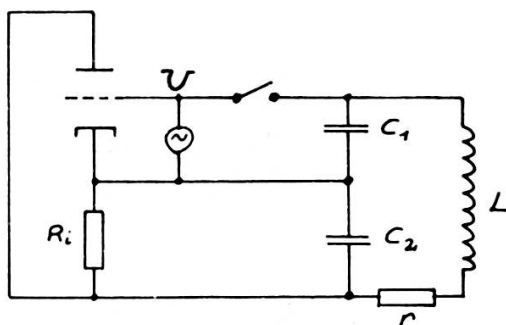


Fig. 14.

$$U = \hat{U} \sin(\omega t + \varphi)$$

La partie variable de l'intensité de plaque qui en résulte est alors :

$$\begin{aligned} i_p = & \left(S + \frac{3\hat{U}^2}{4} b \right) \hat{U} \sin(\omega t + \varphi) \\ & - \frac{a}{2} \hat{U}^2 \cos 2(\omega t + \varphi) \\ & - \frac{b}{4} \hat{U}^3 \sin 3(\omega t + \varphi) \end{aligned} \quad (32)$$

Enfin si nous éliminons les harmoniques 2 et 3 par filtrage, ce qui se produit pratiquement dans le montage complet par suite de la présence du circuit oscillant sélectif, nous obtenons l'intensité sinusoïdale :

$$i = \left(S + \frac{3b\hat{U}^2}{4} \right) U$$

Tout se passe donc comme si la caractéristique de la lampe était *rectiligne* au point de fonctionnement, et de pente variable avec l'amplitude suivant la loi :

$$S(\hat{U}^2) = S + \frac{3b\hat{U}^2}{4} \quad (33)$$

Nous reconnaissons le terme qui s'introduit dans le coefficient

$$L \left[G - m \left(S + \frac{3b}{4} \hat{U}_g^2 \right) \right]$$

de l'équation (13) et qui est responsable de la stabilisation de l'amplitude de l'autooscillateur.

4.2. Généralisation de la notion de pente modulée ; application à l'oscillateur.

Cette façon de procéder nous conduit à envisager le cas plus général où la variation de pente locale est de la forme

$$S(\hat{U}) = \varphi(\hat{U})$$

et nous allons voir que, effectivement, la fonction $s(\hat{U})$ peut différer profondément de la loi (33), en examinant un second exemple: l'oscillateur de Robinson.

Le circuit oscillant étant toujours déconnecté de la grille, et remplacé par le générateur de tension, supposons que l'on fasse subir à l'intensité de plaque les opérations suivantes (fig. 15):

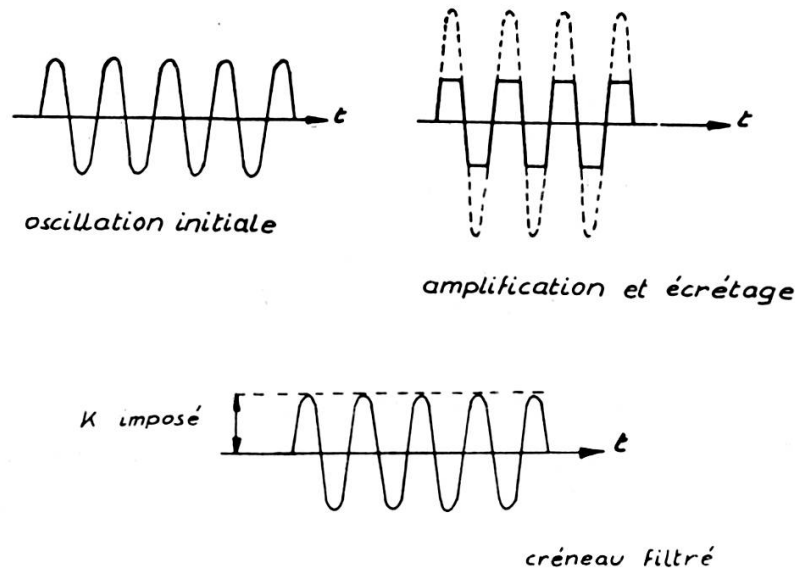


Fig. 15.

- 1) une très grande amplification;
- 2) un écrêtage, de *niveau imposé*, qui transforme l'oscillation précédente en une oscillation de forme pratiquement rectangulaire et de hauteur fixée uniquement par le niveau d'écrêtage, dès que cet écrêtage est prononcé, ce qu'on suppose réalisé;
- 3) un filtrage conservant seulement le fondamental du créneau périodique.

L'onde sinusoïdale obtenue finalement a la particularité d'avoir une amplitude indépendante de l'amplitude de la tension de grille U . Elle est représentable par la loi:

$$i = \frac{KU}{\hat{U}} = \frac{K\hat{U} \sin(\omega t + \varphi)}{\hat{U}} = K \sin(\omega t + \varphi)$$

où K est une constante positive qui ne dépend que de l'écrêtage.

Ainsi, la suite de ces opérations équivaut à la donnée d'une caractéristique linéarisée de pente variable avec l'amplitude suivant la loi

$$S(\hat{U}) = \frac{K}{\hat{U}} \quad (34)$$

Il suffira de débrancher le générateur de tension de grille, et de reconnecter le circuit oscillant primitif, qui sera maintenant alimenté par l'intensité de plaque transformée par amplification et écrétage (le filtrage est assuré automatiquement par le circuit oscillant lui-même) pour obtenir un autooscillateur obéissant à la loi:

$$LC \frac{d^2 U_g}{dt^2} + L \left(G - \frac{mK}{\hat{U}_g} \right) \frac{dU_g}{dt} + U_g = 0 \quad (35)$$

L'exemple que nous venons d'analyser a été réalisé par F. N. H. Robinson. Il est représentable par le schéma 16.

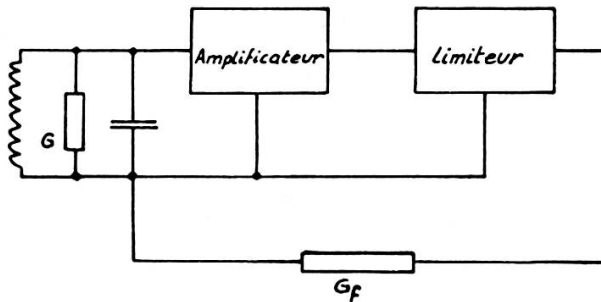


Fig. 16.

4.3. Les particularités de l'oscillateur de Robinson.

Il est facile de se rendre compte que l'oscillateur régi par l'équation (35) diffère des oscillateurs radioélectriques classiques sur un certain nombre de points:

1) Il est dépourvu de condition d'accrochage. Si l'amplitude est très faible (dans les limites où les différentes opérations qui ont été définies plus haut gardent leur sens, c'est-à-dire où l'intensité de plaque conserve une amplitude très supérieure au niveau d'écrétage, et où l'onde est pratiquement un créneau: cette condition est discutée en appendice), le terme

$mK/\hat{U}_g$ est très grand. C'est lui qui impose la croissance de l'oscillation jusqu'au moment où il est compensé par le terme positif G .

L'amplitude stabilisée est donc :

$$\hat{U}_s = \frac{mK}{G} \quad (36)$$

Il est bien clair aussi que si l'amplitude d'oscillation était amenée à dépasser cette valeur, sous l'effet d'une perturbation quelconque, le terme positif G deviendrait alors prépondérant et son amplitude décroîtrait jusqu'au régime.

2) La constante de temps de retour au régime après perturbation sera calculée par application de la formule (15).

La fonction complexe associée à l'oscillateur est :

$$H(\hat{U}_g, j\omega) \equiv (1 - LC\omega^2) + j\omega L \left(G - \frac{mK}{\hat{U}_g} \right)$$

Ses parties réelle et imaginaire sont :

$$X = 1 - LC\omega^2$$

$$Y = L \left(G - \frac{mK}{\hat{U}_g} \right) \omega$$

Les conditions du régime sont définies par (36) et par $\omega_s = 1/\sqrt{LC}$, et il vient :

$$\begin{aligned} \frac{\partial X}{\partial \hat{U}_g} &= 0 & \frac{\partial X}{\partial \omega} &= -2LC\omega_s \\ \frac{\partial Y}{\partial \hat{U}_g} &= L \frac{mK}{\hat{U}_s^2} \omega_s & \frac{\partial Y}{\partial \omega} &= L \left(G - \frac{mK}{\hat{U}_s} \right) = 0 \\ \left(\frac{\partial X}{\partial \omega} \right)^2 + \left(\frac{\partial Y}{\partial \omega} \right)^2 &= 4L^2 C^2 \omega_s^2 = 4LC \\ \frac{\partial X}{\partial \hat{U}_g} \frac{\partial Y}{\partial \omega} - \frac{\partial X}{\partial \omega} \frac{\partial Y}{\partial \hat{U}_g} &= \frac{mK}{\hat{U}_s^2} 2L^2 C \omega_s^2 = 2L \frac{mK}{\hat{U}_s^2} \end{aligned}$$

On obtient finalement pour τ la valeur :

$$\tau = \frac{2C}{mK} \hat{U}_s = 2 \frac{C}{G}$$

Ce résultat est important car il montre que ce type d'autooscillateur a la même constante de temps que le circuit linéaire qui le pilote, alors que de la discussion du paragraphe 1 il ressort que les autooscillateurs conventionnels ont une constante de temps très supérieure à cette valeur limite, d'autant plus grande d'ailleurs que les conditions d'utilisation sont plus voisines de l'accrochage: cela tient évidemment à ce que l'oscillateur fonctionne en fait assez loin des conditions physiques de l'accrochage, qui ne sont pas décrites dans notre modèle comme il est expliqué en appendice.

3) Des résultats du paragraphe 1, il résulte que le bruit de cet auto-oscillateur est très faible, comme sa constante de temps, et il est justiciable des formules (10) et (11):

$$P = \frac{kT}{C}$$

$$P(\omega) \Delta\omega = \frac{2}{\pi} \frac{kT}{C} \frac{LG}{\frac{1}{4Q^2} + \frac{\omega^2}{\omega_0^2}} \Delta\omega$$

4.4. *Effet négligeable de l'effet de scintillation de la lampe.*

Nous avons établi plus haut que la perturbation apportée au régime de l'autooscillateur par l'effet de scintillation est liée au coefficient a de la caractéristique de la lampe, l'absence de ce coefficient entraînant corrélativement l'absence de l'effet dû au bruit anormal.

D'autre part ce coefficient est aussi celui qui fixe le taux d'harmonique 2; par conséquent l'absence de l'harmonique 2 apparaît comme un critère de qualité puisque l'autooscillateur est alors insensible au bruit de scintillation de la lampe.

Cette condition se trouve ici réalisée. En effet l'intensité obtenue après amplification et écrêtage obéit à une loi en créneau périodique, et l'on sait que le développement en série de Fourier d'une telle fonction ne contient que des harmoniques impairs.

Ce point peut être précisé en définissant pour l'ensemble « lampe-amplificateur-écrêteur » une caractéristique, qui jouera, dans le nouveau montage, le même rôle que la caractéristique de la figure 13 relativement aux oscillateurs classiques.

On portera en abscisse la partie variable de la tension de grille U_g , et en ordonnée la partie variable de l'intensité de plaque transformée par amplification et écrétage.

Dans l'hypothèse où la fonction obtenue est un créneau périodique d'amplitude imposée par l'écrétage, la caractéristique présente l'aspect discontinu de la figure 17 a).

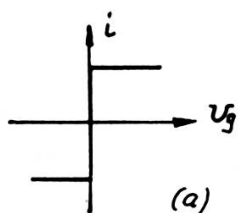


Fig. 17 a.

Un filtrage idéal, conservant seulement le fondamental de l'oscillation, remplace cette caractéristique par le segment MN, figure 17 b, dont la pente est inversement proportionnelle à l'amplitude $\bar{U}_g$ de la tension d'entrée.

C'est ce segment de pente variable qui est à l'origine de la loi (34) et de l'équation d'évolution (35).

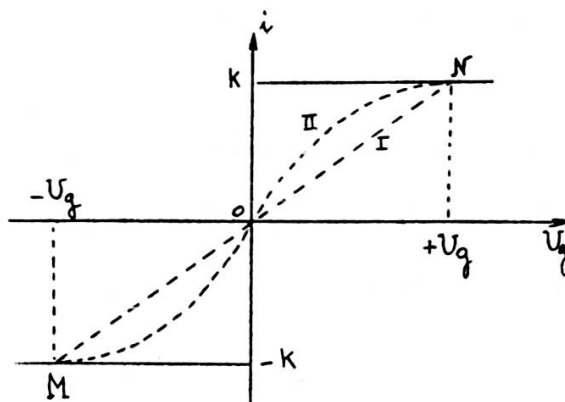


Fig. 17 b.

Un filtrage plus imparfait remplacerait la caractéristique par une courbe continue (fig. 17 b), courbe II) présentant un point d'inflexion en O.

C'est parce que le point de fonctionnement est ici un point d'inflexion que le coefficient a du développement (31) est nul et que, par suite, le bruit anormal est éliminé.

4.5. *Un oscillateur d'actualité: le pendule à échappement à ancre.*
Amélioration des horloges à quartz.

Supposons qu'après l'amplification et l'écrétage on procède à une dérivation du courant obtenu. Le créneau périodique sera transformé en une suite d'impulsions, alternativement positives et négatives.

Comme la hauteur des créneaux est indépendante de la tension de grille d'entrée, il en sera de même pour les « tops » successifs.

Le circuit oscillant qui « pilote » l'autooscillateur n'intervient dans ces conditions que pour imposer les époques des chocs successifs qu'il reçoit, et il choisit ces époques de telle sorte que chaque impulsion lui soit communiquée en un point d'élongation nulle, et dans le sens convenable.

On comprend ainsi pourquoi l'autooscillateur a la même constante de temps que le circuit oscillant pilote, c'est qu'en effet tout se passe comme si la suite d'impulsions qui l'entretient provenait d'une source *autonome* la réaction n'intervenant que pour transmettre une *information pure* à cette dernière, et ne faisant intervenir qu'une *condition de phase*.

On peut évidemment traiter le problème comme nous l'avons fait dans les paragraphes précédents: le filtrage du créneau périodique ou de la suite d'impulsions par le circuit oscillant sélectif conduit à peu près au même résultat, et dans les deux cas, le fondamental ainsi extrait a une amplitude indépendante de celle de la tension de grille.

Mais il est maintenant plus simple de l'examiner à la lumière de la remarque précédente, auquel cas on s'aperçoit que l'on a réalisé un *auto-oscillateur linéaire*, et qui pourtant *se stabilise* (ce qui peut sembler en désaccord avec les théories générales concernant la stabilisation des auto-oscillateurs) grâce à une boucle de réaction qui ne met en jeu *aucun transfert d'énergie*, mais seulement un *transfert d'information*.

Finalement le mécanisme que nous venons d'analyser est le même que celui des horloges à échappement à ancre. Le circuit oscillant pilote est l'équivalent du balancier. Les impulsions sont fournies par une source autonome: un ressort, et la pendule impose, grâce au dispositif de l'échappement à ancre, les dates des chocs nécessaires à son entretien.

On voit ainsi que les horlogers au cours d'une longue évolution historique se sont orientés vers un montage dont les qualités sont exceptionnelles en ce qui concerne le bruit, et sans doute y aurait-il avantage à tirer parti de cette analyse dans la conception des horloges à quartz actuelles, en

substituant à l'excitation sinusoïdale un entretien par impulsions « symétriques » (c'est-à-dire alternativement positives et négatives), du genre de celui que fournit le montage de Robinson; mais un nouveau problème technique se trouve ainsi ouvert. Est-il possible de douer un montage de ce genre des qualités métrologiquement exigibles, pour que les autres facteurs d'instabilité ne viennent pas détruire l'avantage fondamental escompté en ce qui concerne le bruit de fond.

APPENDICE

La théorie de l'oscillateur de F. N. H. Robinson peut être élargie et ainsi approfondie, en tenant compte du fait que l'amplification suivie de l'écrêtage de l'intensité de plaque ne conduit pas à un créneau périodique parfait.

L'écart entre la fonction réelle et le créneau parfait est d'autant plus important que la tension de grille est plus faible, et il advient même que pour des tensions de grille extrêmement faibles le niveau d'écrêtage ne soit pas atteint, ce qui conduit à une onde de sortie pratiquement sinusoïdale.

Une étude plus précise exige donc la recherche du fondamental de l'onde sinusoïdale écrêtée, et une discussion tenant compte de son amplitude et du niveau d'écrêtage.

Désignant par A l'amplitude de l'onde obtenue *après amplification*, et par E le niveau de l'écrêtage, on obtient pour l'amplitude du fondamental de la sinusoïde écrêtée (figure 18):

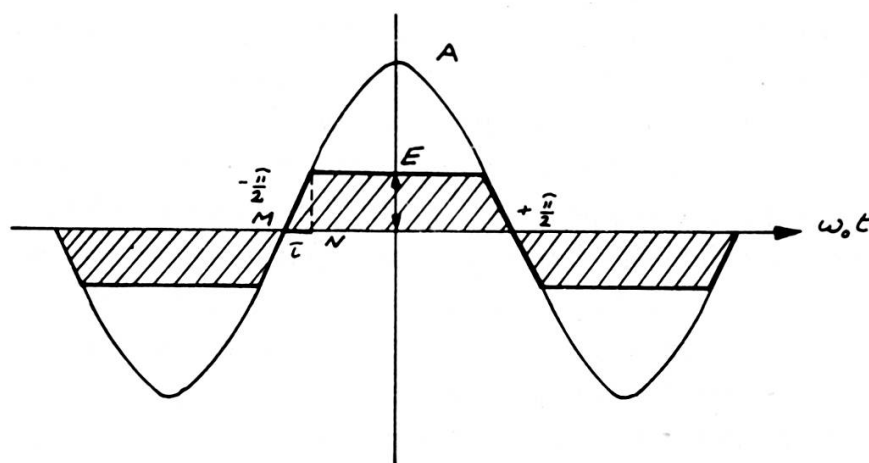


Fig. 18.

$$\hat{i} = \frac{2A\tau}{\pi} - \frac{2A}{\pi} \sin \tau \cos \tau + \frac{4E}{\pi} \cos \tau$$

(la signification de τ est indiquée sur la figure 18; c'est le segment MN).

Nous supposons que l'amplification est linéaire, et nous posons:

$$A = \gamma \hat{U}_g$$

où γ est un facteur constant.

L'amplitude du fondamental du courant de sortie est donc:

$$\hat{i} = \frac{2\gamma\tau}{\pi} \hat{U}_g - \frac{2\gamma}{\pi} \hat{U}_g \sin \tau \cos \tau + \frac{4E}{\pi} \cos \tau \quad (37)$$

et, pour un niveau d'écrétage imposé, τ est une fonction de A , donc de $\hat{U}_g$, comme l'indique la figure 18.

De l'expression (37), on déduit la loi $S(\hat{U}_g)$ qui généralise la formule (34):

$$S(\hat{U}_g) = \frac{\hat{i}}{\hat{U}_g} = \frac{2\gamma}{\pi} (\tau - \sin \tau \cos \tau) + \frac{4E}{\pi \hat{U}_g} \cos \tau$$

Notamment, pour $\tau = 0$, on retrouve bien la loi (34)

$$S(\hat{U}_g) = \frac{K}{\hat{U}_g} \quad \text{avec } K = \frac{4E}{\pi}$$

L'équation d'évolution de l'autooscillateur devient elle-même:

$$LC \frac{d^2 U_g}{dt^2} + L \left[G - \frac{2m\gamma}{\pi} (\tau - \sin \tau \cos \tau) - \frac{4mE}{\pi \hat{U}_g} \cos \tau \right] \frac{dU_g}{dt} + U_g = 0 \quad (38)$$

Nous précisons les conditions de fonctionnement en remarquant que τ diminue de $\pi/2$ à 0, lorsque A croît, de la valeur limite E à l'infini.

Pour $A = E$, on a:

$$S(\hat{U}_g) = \gamma$$

Pour $A < E$, l'amplification étant par hypothèse linéaire, $S(\hat{U}_g)$ conserve la valeur constante γ .

Ces remarques conduisent à représenter la loi de variation de la pente $s(\hat{U}_g)$ en fonction de $\hat{U}_g$ (fig. 19).

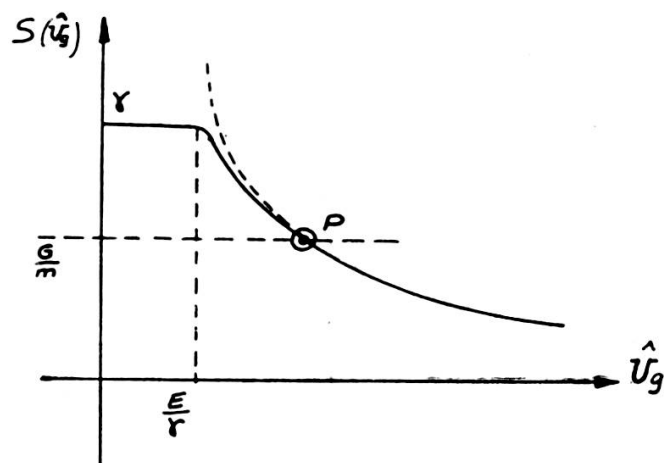


Fig. 19.

On voit alors que la résistance négative $-mS(\hat{U}_g)$ ne devient pas infinie lorsque $\hat{U}_g$ tend vers zéro, comme semblait l'indiquer la théorie simplifiée, qui extrapolait la loi de variation $S(\hat{U}_g) = \frac{K}{\hat{U}_g}$ aux très faibles amplitudes.

La condition $\gamma = \frac{G}{m}$ définit la limite d'accrochage; mais alors l'écrêtage n'entre pas en jeu, figure 20.

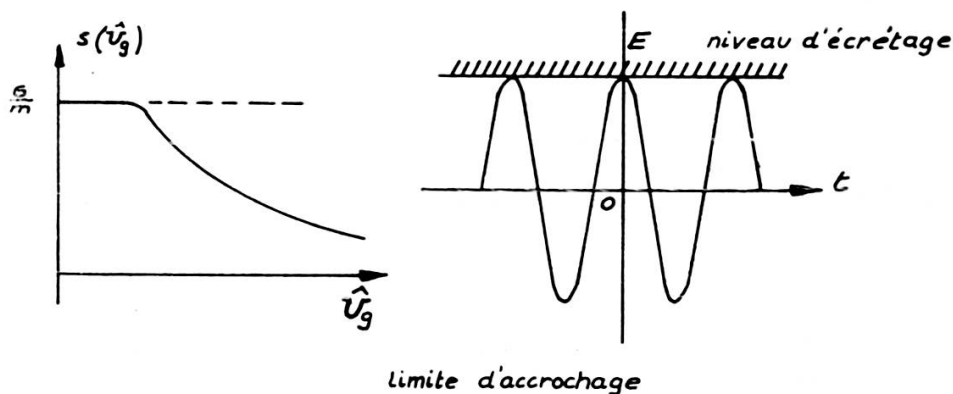


Fig. 20.

Cette limite est d'ailleurs théorique. Pour que l'autooscillateur fonctionne, il faut que l'on ait $\gamma > \frac{G}{m}$, auquel cas il se stabilise au point P de la figure 19.

RÉFÉRENCES

1. A. BLAQUIÈRE, Effet du bruit de fond sur la fréquence des auto-oscillateurs à lampes — Thèse de doctorat de physique, *Annales de Radioélectricité*, t. 8, pp. 36 et 153, 1953.
 2. — Limite imposée par le bruit de fond à la précision des horloges radio-électriques, *Ann. Fr. de Chronométrie*, 26^{me} année, 2^{me} série, t. X, pp. 15-43, 1956.
 3. — Mécanique non linéaire, les oscillateurs à régimes quasi-sinusoïdaux, *Mémorial des Sciences mathématiques*, fascicule 141, Gauthier-Villars, éditeur, 1960.
 4. M. BUYLE-BODIN, Sensibilité et fidélité des oscillateurs autodynes en spectroscopie hertzienne, *J. Phys. Rad.* 20, p. 159, 1959.
 5. H. J. HASENJÄGER, Contribution à l'étude de l'oscillateur HF en vue de son application en spectroscopie hertzienne, *Thèse d'ingénieur-docteur*, Faculté des Sciences de Grenoble, 1958.
 6. A. BLAQUIÈRE, Les oscillateurs non linéaires et le diagramme de Nyquist, *J. Phys. Rad.*, t. 13, p. 527, novembre 1952. — Adaptation générale de la méthode du diagramme de Nyquist dans le domaine non linéaire, *J. Phys. Rad.*, t. 13, p. 636, décembre 1952.
 7. P. GRIVET et A. BLAQUIÈRE, Le bruit de fond, tome IV du *Cours d'Electronique*, publié sous la direction du professeur GRIVET. Masson, éditeur, Paris, 1958.
 8. A. BLAQUIÈRE, Le bruit de scintillation dans les auto-oscillateurs à lampes, *C.R.* 252, p. 2390, 1961.
 9. M. BUYLE-BODIN, Effet des fluctuations de pente sur la sensibilité des auto-oscillateurs. *C. R.* 243, p. 1618, 1956.
 10. F. N. H. ROBINSON, Nuclear resonance absorption circuit, *J. Sc. Instr.*, vol. 36, p. 481, déc. 1959.
 11. J. P. RENARD, *Mesure du bruit des circuits résonants, application à un Maser pour la mesure du champ magnétique terrestre*. Diplôme d'études supérieures, Université de Paris, 1961.
 12. Cf. les références citées dans: H. ROTHE, W. KLEEN, *Grundlagen und Kennlinien der Electronenröhren*, 2^e éd., Leipzig (1943), p. 317.
-