

Zeitschrift: Archives des sciences [1948-1980]
Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève
Band: 18 (1965)
Heft: 3

Artikel: Relativité restreinte : de la nouvelle à l'ancienne transformation
Autor: Reulos, René
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-739237>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 16.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

faites dans des conditions raisonnables, les mesures par photographie exigent généralement de longues poses. Ces diverses mesures sont décrites plus en détail dans un article paru dans les POG, fascicule 69.

Je dirai seulement que la distribution spectrale prévue par la théorie concorde bien avec les mesures de photométrie à larges bandes passantes, à 2/100 ou 3/100 de magnitude près.

On décèle toutefois l'existence d'une légère bande de fluorescence aux environs de 4500 Å, de l'ordre de 7 à 8% en excès du flux Cerenkov prévu.

L'émission des photons Cerenkov est un phénomène aléatoire, et comme le flux recueilli est faible, on observe sur les enregistrements photoélectriques (constante de temps de l'ordre de la seconde) un phénomène de scintillation assez marqué. Cette scintillation, assez gênante, peut être diminuée si l'on augmente l'intensité absolue de la lampe (Source de 50 mC par exemple) et si l'on récolte la lumière dans le plus grand angle solide possible.

RÉFÉRENCE GÉNÉRALE

Etude et réalisation d'une lampe à effet Cerenkov par E. PEYTREMANN, POG, Série A, fascicule 69 (1964).

Manuscrit reçu le 23 juin 1965.

René REULOS. — Relativité restreinte. De la Nouvelle à l'Ancienne Transformation.

I. INTRODUCTION

La *transformation de Lorentz*, dont le but est de passer d'un système de référence Galiléen à un autre système de référence en mouvement uniforme par rapport au premier, selon les principes de la Relativité, c'est-à-dire en laissant invariant l'élément d'univers, suppose que la translation a lieu suivant une direction parallèle à l'axe des x'_1 et que les nouveaux axes $0 x_1 x_2 x_3$ sont parallèles aux anciens. Elle n'opère que sur la variable x'_1 et sur le temps t' , elle a la forme bien connue

$$x_1 = \frac{x'_1 + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad t = \frac{t' + \frac{vx'_1}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad x_2 = x'_2 \quad x_3 = x'_3 \quad (1)$$

Dans l'Espace de MINSKOWSKI, on a $x_4 = ict$ et la transformation de Lorentz s'écrit avec $V = \frac{v}{c}$

$$x_1 = \frac{\dot{x}_1 - iV\dot{x}_4}{\sqrt{1-V^2}} \quad x_4 = \frac{\dot{x}_4 + iV\dot{x}_1}{\sqrt{1-V^2}} \quad x_2 = \dot{x}_2 \quad x_3 = \dot{x}_3 \quad (2)$$

Elle représente une rotation dans le plan des x_1 x_4 d'un angle θ' défini par la relation $\operatorname{tg} \theta' = iV$.

On peut encore introduire le *vecteur vitesse* d'Univers, de composantes, soit $U_1 = \frac{V}{\sqrt{1-V^2}}$ $U_4 = \frac{i}{\sqrt{1-V^2}}$ $U_2 = 0$ $U_3 = 0$, et (2) s'écrit

$$x_1 = -i(U_4 \dot{x}_1 + U_1 \dot{x}_4) \quad x_4 = -i(U_1 \dot{x}_1 - U_4 \dot{x}_4) \quad x_2 = \dot{x}_2 \quad x_3 = \dot{x}_3 \quad (3)$$

Le fait de prendre la vitesse \vec{V} parallèle à l'axe des x_1 peut paraître manquer de généralité, mais une rotation des axes d'espace donne la *transformation de Lorentz générale*. Celle-ci prend alors une forme très différente, car des *termes quadratiques* par rapport aux composantes de la vitesse d'espace apparaissent. Elle prend une forme plus simple lorsqu'on utilise les notations vectorielles d'espace, elle s'écrit alors [1]

$$\vec{r} = \vec{r}' + \left(\frac{1}{\sqrt{1-V^2}} - 1 \right) (\vec{r}' \cdot \vec{V}) \frac{\vec{V}}{V^2} + \frac{\vec{V} l'}{\sqrt{1-V^2}} \quad \text{avec } l' = ct' \quad (4)$$

On peut aussi poser $x_0 = l = ct$, donc $x_4 = ix_0$,

$$U_0 = \frac{1}{\sqrt{1-V^2}}, \quad U_4 = iU_0 \quad \text{et} \quad U_0^2 - U^2 = 1 \quad (5)$$

$$\left(\text{avec } U^2 = \sum_1^3 U_\alpha^2 \right)$$

Lorsqu'on essaye d'exprimer cette transformation dans le formalisme d'Univers de Minskowski, on rencontre des difficultés par ce que celle-ci ne contient que des vitesses d'Espace.

Comme il paraissait inadmissible que la Transformation de Lorentz qui est à l'origine de la quatrième dimension, et du formalisme d'Univers, ne puisse s'y intégrer, l'auteur a entrepris des recherches dans ce sens, mais la transformation qu'il a trouvée (1) est une transformation nouvelle, qui ne se réduit pas à la transformation de Lorentz classique (3) lorsque la vitesse devient parallèle à l'axe des x_2 . Plus précisément, la transformation non classique s'écrit, en notations matricielles

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = -i \begin{pmatrix} U_4 - U_3 & U_2 & U_1 \\ U_3 & U_4 - U_1 & U_2 \\ -U_2 & U_1 & U_4 & U_3 \\ -U_1 - U_2 - U_3 & U_4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{pmatrix} \quad (6)$$

et, en notations vectorielles d'Espace à 3 dimensions

$$(7) \quad \vec{r} = \frac{1}{\sqrt{1-V^2}} (\vec{r}' - i\vec{V} \wedge \vec{r}' + \vec{V} l') \quad (8) \quad l = \frac{l' + \vec{V} \cdot \vec{r}'}{\sqrt{1-V^2}}$$

Les transformations sur les temps sont identiques dans les deux transformations, qui ne diffèrent que par les termes d'Espace.

L'auteur a remarqué que la transformation en question et la transformation de Lorentz étant toutes deux orthogonales, et les transformations sur les temps étant les mêmes, le ds^2 d'espace devait se transformer de la même façon dans les deux transformations. La contraction des longueurs est identique, et les résultats physiques sont les mêmes. Il resterait à retrouver la transformation non classique à partir de la transformation de Lorentz et vice-versa. Peter Bergmann a déjà remarqué que l'on passe de la matrice de la transformation de Lorentz [L] à la transformation non classique, [N] à l'aide de la transformation d'espace, représentée par la matrice.

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\alpha} \left[\delta_{jk} + i e_{jkl} V_l + \left(\frac{\alpha-1}{V^2} \right) V_j V_k \right], & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(e_{jkl} symbole de permutation, $\alpha = \sqrt{1-V^2}$).

L'auteur a trouvé depuis une autre méthode pour relier les deux transformations, et qui, de plus, donne directement la transformation de Lorentz dans le *formalisme d'univers*.

II. PASSAGE DE LA TRANSFORMATION NON CLASSIQUE A LA TRANSFORMATION DE LORENTZ

En élevant au carré les deux membres de (7), on a

$$r^2 = U_0^2 \dot{r}^2 - (\vec{U} \wedge \vec{r})^2 + U^2 \dot{x}_0^2 + 2\dot{r} U \dot{x}_0$$

soit θ l'angle que le rayon vecteur r' fait avec la vitesse,

$$r^2 = U_0^2 \dot{r}^2 - U^2 \dot{r}^2 \sin^2 \theta' + U^2 \dot{x}_0^2 + 2\dot{r} U \dot{x}_0 \cos \theta'$$

d'après (5) $r^2 = \dot{r}^2 + \dot{r}^2 U^2 \cos^2 \theta' + 2\dot{r} U \dot{x}_0 \cos \theta' + U^2 \dot{x}_0^2$

ou d'après (5) $r^2 = \dot{r}^2 + \dot{r}^2 (U_0^2 - 1) \cos^2 \theta' + 2\dot{r} U \dot{x}_0 \cos \theta' + U^2 \dot{x}_0^2$

ou $r^2 = \dot{r}^2 + \dot{r}^2 (U_0^2 - 2U_0 + 1) \cos^2 \theta' + 2\dot{r}^2 (U_0 - 1) + 2\dot{r} U \dot{x}_0 \cos \theta' + U^2 \dot{x}_0^2$

$$r^2 = \dot{r}^2 + \dot{r}^2 \cos^2 \theta (U_0 - 1)^2 + U^2 \dot{x}_0^2 + 2\dot{r}^2 \cos^2 \theta (U_0 - 1) + 2\dot{r} U \cos \theta \dot{x}_0$$

soit en revenant au produit scalaire

$$(\vec{r})^2 = (\vec{r}')^2 + \frac{(\vec{r}' \vec{U})^2}{U^2} (U_0 - 1)^2 + U^2 \dot{x}_0^2 + 2\dot{r} U \dot{x}_0 + 2(U_0 - 1) \frac{(\vec{r}' \cdot \vec{U})^2}{U^2}$$

qui représente le carré des deux membres de

$$\vec{r} = \vec{r}' + \frac{\vec{r}' \cdot \vec{U}}{U^2} (U_0 - 1) \vec{U} + \vec{U} \dot{x}_0 \quad (9)$$

que l'on peut encore écrire, en tenant compte de (5)

$$\vec{r} = \vec{r}' + \left(\dot{x}_0 + \frac{\vec{U} \cdot \vec{r}'}{1 + U_0} \right) \vec{U} \quad (10)$$

ou

$$\vec{r} = \vec{r}' + \frac{x_0 + U_0 x_0 + \vec{U} \cdot \vec{r}'}{1 + U_0} \vec{U} \quad (11)$$

ou

$$\vec{r} = \vec{r}' + \frac{x_0 + U_k x_k}{1 + U_0} \vec{U} \quad (12)$$

ou

$$x_\alpha = \dot{x}_\alpha + \frac{x_0 + U_k x_k}{1 + U_0} U_\alpha. \quad (13)$$

(13) appartient au formalisme universel.

En remplaçant dans 9 les grandeurs d'univers U_0 , U_α , et U par les grandeurs d'espaces V_α , V_0 et V , en effectuant cette transformation dans (10), on trouve

$$\vec{r} = \vec{r}' + \left(l' + \frac{\vec{V} \cdot \vec{r}'}{1 + \sqrt{1 - V^2}} \right) \frac{\vec{V}}{\sqrt{1 - V^2}} \quad (14)$$

expression non classique de la transformation de Lorentz.

soit, en posant $r_0 = x_0 = l$,

$$\vec{r} = \vec{r}' + \left(\dot{r}_0 + \frac{\vec{V} \cdot \vec{r}'}{1 + \sqrt{1 - V^2}} \right) \frac{\vec{V}}{\sqrt{1 - V^2}} \quad (15)$$

tandis que le temps se transforme suivant la formule classique (8) qui s'écrit encore

$$r_0 = (\dot{r}_0 + \vec{V} \cdot \vec{r}') \frac{V_0}{\sqrt{1 - V^2}} \quad (\text{car } V_0 = 1) \quad (16)$$

mais on peut aussi transformer (15), et écrire en multipliant le numérateur et le dénominateur de la partie fractionnaire par $\left(-1 + \frac{1}{\sqrt{1 - V^2}} \right)$

$$\vec{r} = \vec{r}' + \left(\frac{1}{1 - V^2} - 1 \right) (\vec{r}' \cdot \vec{V}) \vec{V} + \frac{\vec{V} \cdot \vec{r}'}{\sqrt{1 - V^2}}$$

qui n'est autre que la *transformation classique* de Lorentz, sous sa forme générale, en notations vectorielles (4). Les deux transformations (4) et (5) sont ainsi reliées par un calcul simple.

Les formules (4), (11), (13) et (14) sont équivalentes, (4) paraît se prêter mieux au calcul, (16) a sur le plan métaphysique, l'avantage formel de rapprocher la transformation sur le temps, de la transformation d'Espace, lorsqu'on remplace dans (15) V par V_0 , \vec{r} par r_0 , en tenant compte de ce que $V_0 = 1$. Enfin, (13) comble une lacune de la théorie relativiste en intégrant la transformation de Lorentz dans le formalisme d'univers.

[1] LITCHNEROWICZ, André, *Eléments de calcul tensoriel*, Armand Colin, p. 172

[2] REULOS, René. Non classical Transformation. *The Physical Review*, Vol. 102, No. 2, 535-536, April 15, 1956.

Manuscrit reçu le 23 juin 1965.

Christiane ROCH, Jean DUPRAZ et Roger LACROIX. — Résonance paramagnétique du nickel dans le sulfite de magnésium.

Nous avons étudié la résonance paramagnétique d'ions Ni^{2+} présents comme impuretés dans un cristal de sulfite de magnésium hexahydraté ($\text{MgSO}_3 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$).

Ce cristal appartient au groupe spatial trigonal C_3^4 et ne possède qu'une molécule par maille élémentaire [1]. L'ion Ni^{2+} , substitué à un ion Mg^{2+} , se trouve placé dans

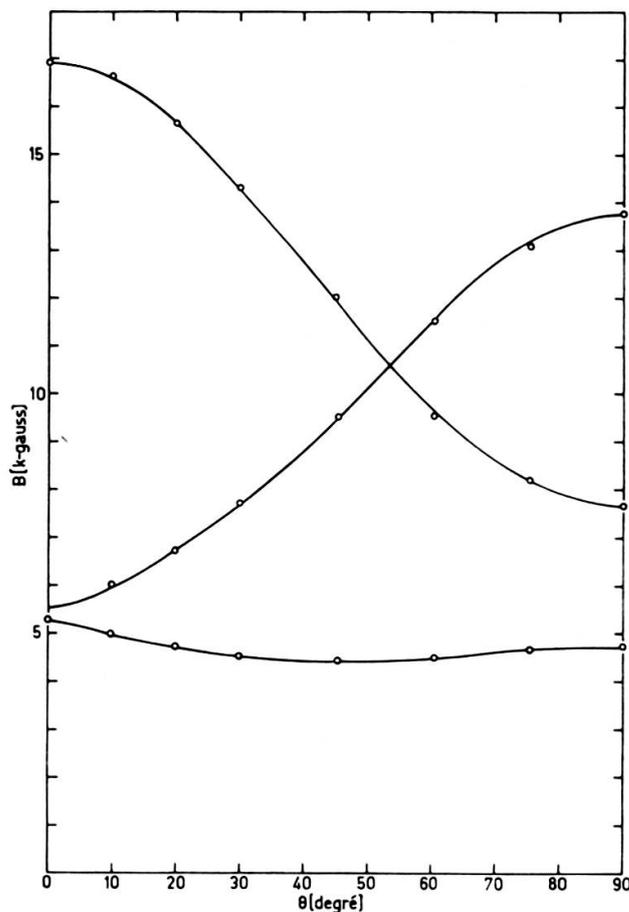


Fig. 1.