

**Zeitschrift:** Archives des sciences [1948-1980]  
**Herausgeber:** Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève  
**Band:** 21 (1968)  
**Heft:** 2

**Artikel:** Variation des effets de rotation stellaire le long de la séquence principale du diagramme HR  
**Autor:** Maeder, A.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-739399>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 22.01.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# VARIATION DES EFFETS DE ROTATION STELLAIRE LE LONG DE LA SÉQUENCE PRINCIPALE DU DIAGRAMME HR.

PAR

**A. MAEDER**

---

## RÉSUMÉ

On examine comment les positions des étoiles dans le diagramme *HR* dépendant de la rotation stellaire. Les effets, linéaires pour le type spectral  $B_5$ , dépendent du carré, puis du cube de la vitesse de rotation pour des étoiles de types plus avancés. Pour une vitesse de rotation donnée, les déplacements dans le diagramme *HR* augmentent avec le type spectral.

## I. INTRODUCTION

Le propos de ce travail est de voir, sur la base d'observations photométriques pour des étoiles de  $v \sin i$  connus, de quelle façon les positions des étoiles dans le diagramme couleur-luminosité dépendent de la rotation stellaire.

Rappelons que les modèles d'étoiles en rotation montrent que les changements de luminosité, de rayon et de  $T_{eff}$  dépendent du carré de la vitesse de rotation. Ces modèles sont obtenus par la résolution des équations de la structure interne développées au premier ordre dans le terme  $\frac{\omega^2 R^3}{GM}$ , rapport de la force centrifuge à la gravité. Collins [1] donne des solutions au deuxième ordre (c'est-à-dire en  $\omega^2$  et  $\omega^4$ ), qui restent cependant proportionnelles à  $\omega^2$  pour des valeurs faibles de la rotation. Les modèles existants concernent les étoiles du haut de la séquence principale, c'est-à-dire dont l'enveloppe est en équilibre radiatif; mais ils ne traitent pas du cas des étoiles à enveloppe convective.

D'après les modèles, la diminution de  $T_{eff}$  produite par la rotation place l'étoile au-dessus de la séquence principale dans le diagramme couleur-luminosité; l'importance de cette diminution dépend de l'angle  $i$ ; formé par l'axe de rotation de l'étoile et la direction de l'observateur. Suivant cette orientation la luminosité augmente ( $i = 0^\circ$ ) où diminue ( $i = 90^\circ$ ). Il se produit une certaine compensation des effets, dont le résultat est que l'écart à la séquence de référence, de rotation nulle, a environ

la même valeur quel que soit  $i$ . On peut donc attribuer l'essentiel de l'écart à un changement de  $T_{eff}$ , l'angle  $i$  ne faisant que déplacer l'étoile parallèlement à la séquence de rotation nulle.

La figure 1 déduite de Collins montre les écarts en magnitude au-dessus de la séquence en fonction de  $w$ , rapport de la vitesse à la vitesse angulaire de rupture.

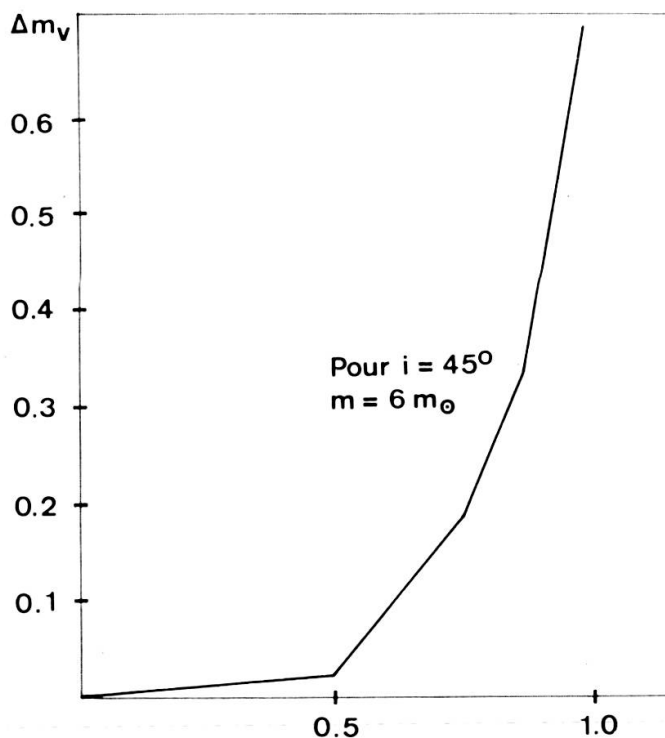


FIG. 1.

Strittmatter et Sargent dans [2] ont représenté les écarts  $\Delta m_v$  par la relation  $\Delta m_v = x \cdot v^2$ , où  $v$  est la vitesse de rotation et  $x$  une constante valant environ  $10^{-5}$ . La figure 1 nous suggère de prendre la représentation paramétrique.

$$\Delta m_v = k \cdot v^\alpha$$

Nous allons chercher les valeurs de  $k$  et  $\alpha$  et examiner si ces paramètres ont des variations significatives suivant le domaine de masse stellaire considéré.

Le paramètre  $\alpha$  a un sens physique réel; il traduit la sensibilité de  $T_{eff}$  à la vitesse de rotation.

$$\Delta T_{eff} = k' v^\alpha.$$

En effet le changement d'indice de couleur qu'a subi l'étoile à cause de sa rotation est proportionnel au  $\Delta m_v$  que l'on observe, le facteur de proportionnalité étant la pente de la séquence au point considéré. De plus les calibrations d'indices de couleur en température montrent que malgré la non-linéarité générale de la relation, on peut admettre pour des petits changements de température, ne dépassant pas  $1000^\circ$ , une très bonne linéarité locale de cette relation.

L'étude doit se faire dans des amas galactiques pour obtenir des valeurs correctes de  $\Delta m_v$ . Ni les Hyades à cause de leur dispersion des distances, ni les Pléiades à cause de leur trop grand rougissement différentiel ne peuvent être utilisés. Il faut en outre des étoiles non évoluées. La sélection étudiée comprend 52 étoiles appartenant à trois amas galactiques, réparties en cinq groupes allant de  $B_6$  à  $F_8$ .

		Référence photométrique	Référence mesures de rotation
$\alpha$ Per $B_6-A_0$ :	14 étoiles . . . . .	[3]	[3]
$\alpha$ Per $A_0-A_4$ :	12 étoiles . . . . .	»	»
$\alpha$ Per $A_6-A_9$ :	9 étoiles . . . . .	»	»
Praesepe $A_6-F_2$ :	10 étoiles . . . . .	[6]	[5]
Coma Ber $F_2-F_8$ :	7 étoiles . . . . .	[6]	[4]

Dans tous les groupes les binaires ont été écartées. La sélection de Praesepe contient les étoiles non binaires discutées dans [7].

## II. MÉTHODE DE CALCUL

Nous cherchons les paramètres de la relation

$$\Delta m_v = k \cdot v^\alpha$$

Les quantités dont nous disposons sont des  $\Delta m_v$  et des  $v \sin i$ . Il faut donc s'affranchir des orientations ( $i$ ), nous le ferons par la méthode statistique suivante. La comparaison des moyennes des  $\log \Delta m_v$  et des  $\log v \sin i$  nous fournit une première équation. La comparaison des variances nous en fournit une deuxième. Nous obtiendrons alors deux équations à deux inconnues  $k$  et  $\alpha$ .

*Comparaison des valeurs moyennes :*

$$\log \Delta m_v = \alpha \log v + \log k$$

$$\log \Delta m_v = [\log v \sin i - \log \sin i] + \log k$$

$$\overline{\log \Delta m_v} = [\overline{\log v \sin i} - \overline{\log \sin i}] + \log k$$

$\overline{\log \Delta m_v}$  et  $\overline{\log v \sin i}$  sont calculables immédiatement à partir des données.  $\overline{\log \sin i}$  est calculé dans l'hypothèse d'orientations aléatoires; on montre aisément que la distribution des angles  $i$  a pour densité de probabilité:  $\sin i$

$$\overline{\log \sin i} = \int_0^{\pi/2} \sin i \cdot \log \sin i \, di = 0.4343 \int_0^1 \frac{x \ln x}{\sqrt{1-x^2}} \, dx$$

avec  $x = \sin i$ .

Par partie, nous obtenons:  $-0.13326$ .

On a alors

$$\overline{\log \Delta m_v} = [\overline{\log v \sin i} + 0.13326] + \log k.$$

*Comparaison des variances :*

$$\begin{aligned} \sigma^2(\log \Delta m_v) &= \overline{(\log \Delta m_v - \log \Delta m_v)^2} = \alpha^2 \overline{(\log v - \log v)^2} \\ &= \alpha^2 \sigma^2(\log v) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma^2(\log v \sin i) &= \sigma^2(\log v + \log \sin i) \\ &= \sigma^2(\log v) + \sigma^2(\log \sin i). \end{aligned}$$

Nous pouvons écrire ceci, car  $\log v$  et  $\log \sin i$  ont des distributions indépendantes.

Donc

$$\sigma^2(\log v) = \sigma^2(\log v \sin i) - \sigma^2(\log \sin i),$$

$\sigma^2(\log v \sin i)$  est calculable directement à partir des données.

Tandis que

$$\sigma^2(\log \sin i) = \overline{(\log \sin i)^2} - (\overline{\log \sin i})^2.$$

Nous connaissons

$$\overline{\log \sin i} = -0.13326$$

d'où

$$\overline{(\log \sin i)^2} = 0.017758.$$

Pour  $\overline{(\log \sin i)^2}$ :

$$\overline{(\log \sin i)^2} = \int_0^{\pi/2} \sin i \cdot \log^2 \sin i \cdot di.$$

Par voie numérique, nous obtenons 0.05124080 et nous avons alors

$$\sigma^2(\log \Delta m_v) = \alpha^2 [\sigma^2(\log v \sin i) - 0.0334828].$$

L'analyse des moyennes et des variances nous permet d'éliminer statistiquement les termes ne dépendant que de sinus  $i$  et nous donne deux équations à deux inconnues  $k$  et  $\alpha$ . La précision des résultats sera examinée plus loin.

$$\overline{\log \Delta m_v} = \alpha [\overline{\log v \sin i} + 0.13326] + \log k$$

$$\sigma^2(\log \Delta m_v) = \alpha^2 [\sigma^2(\log v \sin i) - 0.0334828].$$

La partie numérique est programmée sur ordinateur.

## III. RÉSULTATS

L'application de ce procédé aux groupes d'étoiles mentionnés nous donne les résultats suivants:

	$B_2-V_1$ moyen	$\alpha$	$k$	Nombre d'étoiles
$\alpha$ Per $B_6-A_0$	-.20	1.46	$1.12 \times 10^{-4}$	14*
$\alpha$ Per $A_0-A_4$	-.10	1.85	$9.53 \times 10^{-6}$	12*
$\alpha$ Per $A_6-A_9$	+.03	2.79	$5.96 \times 10^{-7}$	9*
Praesepe $A_6-F_2$	+.05	3.55	$3.2 \times 10^{-9}$	10*
Coma $F_2-F_8$	+.22	3.12	$5.0 \times 10^{-6}$	7*

On constate une variation de  $\alpha$  avec le type spectral, cette variation est donnée dans la figure 2. Le trait horizontal représente l'intervalle d'indices de couleur auquel appartiennent les étoiles du groupe. Le trait vertical représente l'erreur probable

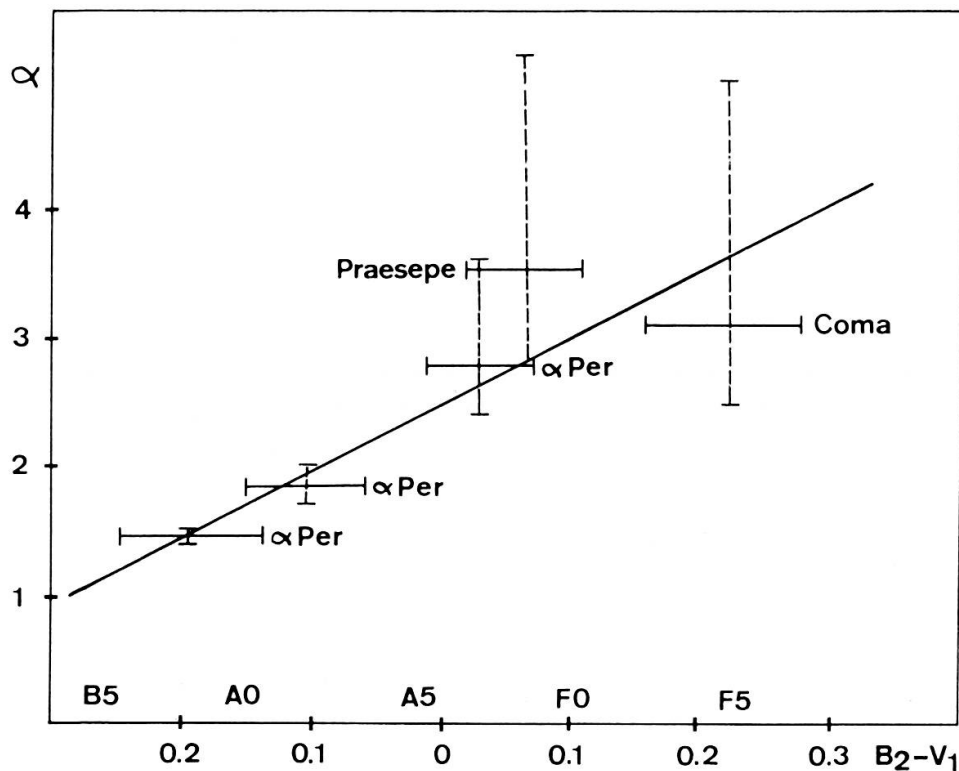


FIG. 2.

sur  $\alpha$ . L'exposant  $\alpha$  croît de  $B_5$  à  $F_5$ . Pour les étoiles voisines de  $B_5$ , les effets dans le diagramme  $HR$  dépendent à peu près linéairement de la rotation; c'est un résultat qu'obtient aussi M. Golay dans [8].

Les effets dus à la rotation dépendent du carré de la vitesse de rotation aux environs de  $A_3$  du cube vers  $F_0$ . On peut dire que la sensibilité de  $T_{eff}$  à la rotation augmente lorsque la masse stellaire diminue dans le domaine considéré.

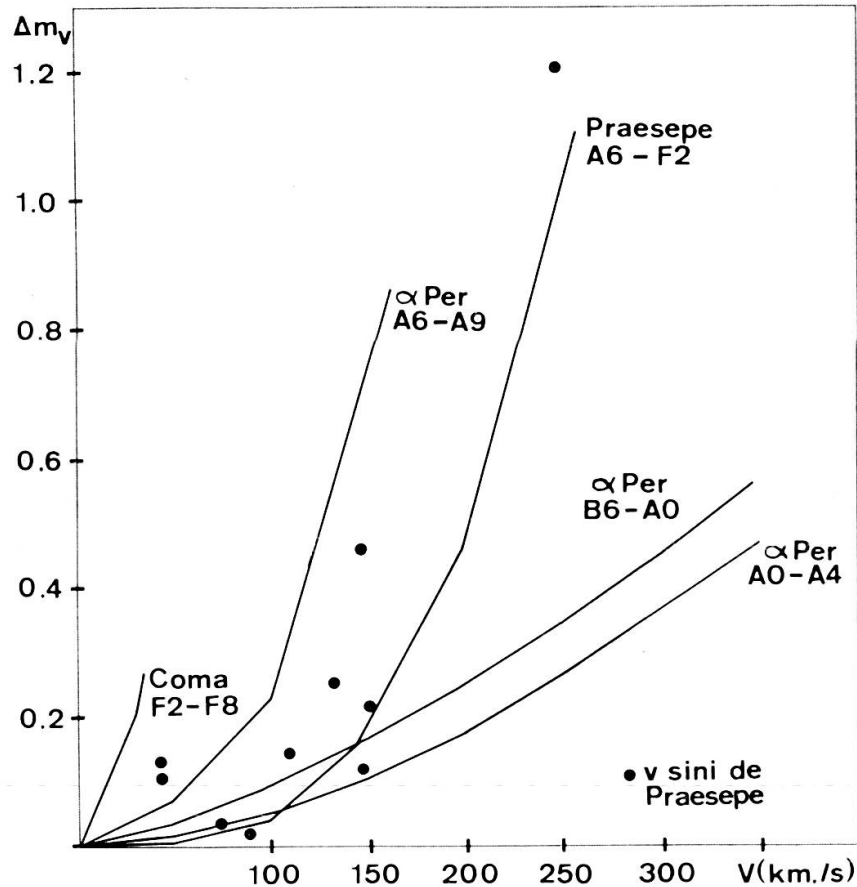


FIG. 3.

La figure 3 montre les écarts  $\Delta m_v$  en fonction de la vitesse de rotation (km/s.) pour les cinq groupes d'étoiles. Les points expérimentaux portés, à titre d'exemple, sur le graphique n° 3 sont les  $v \sin i$  de Praesepe. On constate une gradation dans les courbes; pour une vitesse de rotation donnée,  $\Delta m_v$  augmente considérablement lorsqu'on s'adresse à des étoiles de types spectraux plus tardifs.

#### IV. DISCUSSION DE LA PRÉCISION DES RÉSULTATS

La précision des paramètres trouvés est tributaire de trois faits:

- 1) Précision des  $\Delta m_v$
- 2) Précision des  $v \sin i$
- 3) Incertitude sur les  $\sin i$ .

Cas 1) et 2): Les erreurs relatives sur  $\Delta m_v$  sont faibles et du même ordre dans tous les groupes. Pour les  $v \sin i$  de  $\alpha$  Per, la précision donnée par Kraft est de 10%; elle est moins bonne dans Coma Ber, vu les faibles valeurs de  $v \sin i$ , ainsi que dans Praesepe ( $\pm 30$  km/s.). Les imprécisions de  $v \sin i$  augmentent le dénominateur de  $\alpha^2$

$$\alpha^2 = \frac{\sigma^2 (\log \Delta m_v)}{[\sigma^2 (\log v \sin i) - 0.03348]}$$

et entraînent une sous-estimation de  $\alpha$ ; les valeurs de Praesepe et de Coma seraient donc un peu sous-estimées.

Cas 3): Le petit nombre des étoiles de chaque groupe entraîne une imprécision statistique sur la moyenne  $\log \sin i$  et la variance  $\sigma^2 (\log \sin i) = 0.03348$ . L'erreur probable, p. e. sur la variance, est donnée par

$$\text{p. e. } (\sigma^2) = 0.675 \cdot \alpha^2 \sqrt{\frac{2}{N}}.$$

La distribution des variances est considérée comme normale;  $N$  est le nombre d'étoiles du groupe.

Les valeurs de l'erreur probable pour  $\alpha$  sont données dans la figure 2. On remarque une nette augmentation lorsque le type spectral est plus avancé. En effet le dénominateur de l'expression de  $\alpha^2$  contient deux termes:  $\sigma^2 (\log v \sin i)$  et  $\sigma^2 (\log \sin i)$ . Ce dernier reste constant, de même que sa fluctuation, tandis que le premier diminue. Ainsi le rapport de la fluctuation du dénominateur à sa valeur moyenne augmente. L'imprécision d'origine statistique (orientation) augmente avec le type spectral. Les effets illustrés par les figures 2 et 3 restent significatifs.

## V. CONCLUSION

Les mesures expérimentales montrent que pour une vitesse de rotation donnée les déplacements dans le diagramme couleur-luminosité augmentent avec le type spectral. Les effets, linéaires pour le type spectral  $B_5$  dépendent du carré, puis du cube de la vitesse de rotation pour des étoiles de types plus avancés. Il faudra voir si ces résultats correspondent aux effets prévus par les modèles qui seront faits pour ce domaine de masses stellaires.



## BIBLIOGRAPHIE

- [1] COLLINS, G. W. 1966. *Astrophys. J.*, 146, 914.
- [2] STRITTMATTER, P. A., W. L. W. SARGENT. 1966. *Astrophys. J.*, 145, 130.
- [3] KRAFT, R.P. 1967. *Astrophys. J.*, 148, 129.
- [4] ——— 1965. *Astrophys. J.*, 142, 651.
- [5] TREANOR, P. J. 1960. *M.N.R.A.S.*, 121, 503.
- [6] RUFENER et al. 1966. *J. Observateurs*, 491, 417.
- [7] MAEDER. 1968. *Publ. Obs. Genève*, à paraître.
- [8] GOLAY. 1968. *Publ. Obs. Genève*, à paraître.

Manuscrit reçu le 30 mai 1968.