

**Zeitschrift:** Archives des sciences [1948-1980]  
**Herausgeber:** Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève  
**Band:** 23 (1970)  
**Heft:** 3

**Artikel:** Note sur la détermination de séquences de magnitudes apparentes  
**Autor:** Rufener, F. / Maeder, A.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-739142>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 22.01.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# NOTE SUR LA DÉTERMINATION DE SÉQUENCES DE MAGNITUDES APPARENTES

PAR

F. RUFENER et A. MAEDER

---

## RÉSUMÉ

Formulation et application d'une méthode de calcul des magnitudes à partir d'observations semi-différentielles et en utilisant les moindres carrés.

## SUMMARY

This paper shows a method to get a good sequence of apparent magnitude  $[V]$  from semi-differential measurements.

We discuss his internal precision and his sensitivity to various kind of errors. This method can be applied for group of 200 stars at maximum. In a same reduction we can use measures which were made with different sensitivities of the detector. We handle semi-differential measures of magnitudes with the less square method. The sequence is brought to the standard scale of magnitude  $V$  with only one point. We terminate this paper with results of some calculations made on observations of Pleiades and Praesepe. Comparison with literature's sequence of magnitudes  $V$  shows that is a good way to get magnitude  $[V]$  independently from the  $V$ -System.

## 1. INTRODUCTION

Pour les observations photométriques dans le système de l'Observatoire de Genève nous concentrons notre attention, lors de l'établissement des programmes de chaque nuit, sur la mesure des indices de couleur, leur réduction hors de l'atmosphère et les meilleures conditions de rattachement à notre standard. Aucun effort particulier n'a été entrepris en vue de la mesure des magnitudes apparentes. Une réduction classique permettant d'obtenir une magnitude  $[V]$  (nous écrirons  $[V]$  pour la magnitude du système photométrique de l'Observatoire de Genève et  $V$  pour celle du système  $UBV$  de Johnson-Morgan) n'a pas été envisagée jusqu'ici car nous disposions le plus souvent d'une mesure correcte de  $V$  pour les étoiles observées. Cette grandeur nous fait par contre défaut pour les étoiles plus faibles et certaines séquences d'amas.

Nous présentons dans cette note une méthode mise au point pour obtenir une bonne séquence de magnitudes apparentes propre à notre filtre  $[V]$ . Nous discuterons

sa sensibilité et sa précision interne. Elle est applicable à des ensembles d'au plus 150 à 200 étoiles. Elle ne demande aucune observation supplémentaire et permet d'utiliser des mesures distribuées sur plusieurs nuits. Son principe consiste à traiter des mesures différentielles de magnitudes par la méthode des moindres carrés; la séquence obtenue n'étant ramenée à l'échelle standard de  $V$  que par un seul point. Nous terminerons par deux exemples d'application et nous ferons la comparaison des séquences obtenues avec celles établies, pour les mêmes ensembles, dans le système  $UBV$ .

## 2. FORMULATION DE LA MÉTHODE

Considérons un ensemble ( $E$ ) de  $n$  étoiles pour lesquelles une séquence de magnitudes [ $V$ ] est désirée. Nous disposons d'observations photométriques de ces étoiles, réparties sur plusieurs nuits. Nous calculons la différence de magnitude [ $V$ ] au sol entre les étoiles de l'ensemble  $E$  prises dans l'ordre chronologique pour chacune des nuits. Si nous avons

$$p \text{ nuits contenant } q_r \text{ étoiles } \in E \quad (q_r \geq 2) \quad r = 1, \dots, p$$

et

$$n \text{ étoiles } \in E \text{ numérotées } 1, 2, \dots, i \dots j \dots n$$

nous pourrions établir un nombre  $N$  de différences ( $d_k^z$ ) numérotées 1, 2, ...  $k$ , ...  $N$  telles que

$$(1) \quad m_i^z - m_j^z = d_k^z$$

$$\text{et} \quad N = \sum_{r=1}^p (q_r - 1)$$

L'indice  $z$  signifie que ces magnitudes sont fonction de la masse d'air traversée à la distance zénithale  $z$ . Les différences (1) sont ramenées hors de l'atmosphère en utilisant un coefficient d'extinction moyen (qui peut, si nécessaire, être particularisé pour chaque nuit). Nous disposons alors d'un système de  $N$  relations

$$(2) \quad m_i - m_j = d_k$$

Pour que ce système linéaire soit déterminé, il suffit que:

1.  $N = n - 1$ .
2. Qu'une des magnitudes  $m_i$  soit connue. Nous adopterons pour une étoile de l'ensemble  $E$  la magnitude  $V$  mesurée dans le système  $UBV$ . (Ultérieurement, il nous sera possible de rattacher cette étoile de référence à d'autres, par une comparaison systématique.) Cette donnée constitue la  $n$ -ième relation.

3. Que le déterminant du tableau des coefficients du système ainsi complété soit  $\neq 0$ .

Si notre système est surabondant c'est-à-dire que  $N$  est tel que  $N \cong 2n$  et que la matrice de ses coefficients est de rang  $n$ , nous pouvons envisager de calculer la séquence des  $n$  magnitudes recherchées en lui appliquant la méthode des moindres carrés. Quels sont les avantages que nous pouvons attendre de ce procédé ? Nous diminuons l'influence d'éventuelles fluctuations de gain du dispositif de mesure ainsi que l'effet des fluctuations de transparence atmosphérique. Nous pouvons traiter en commun des observations faites avec des gains différents d'une nuit à l'autre. Nous définissons une échelle de magnitudes propre à notre filtre  $[V]$ , sans interférence avec une échelle de magnitudes déjà existante pour des étoiles de comparaison.

En utilisant le formalisme matriciel, le système (2) complété par l'étoile de référence peut s'écrire :

$$(3) \quad Am = d - \varepsilon$$

avec

$A$ : matrice des coefficients. C'est une  $(N+1, n)$  matrice ne contenant que les termes  $-1, 0, +1$ , de rang  $n$ .

$m$ : vecteur des inconnues de  $(n, 1)$  composantes

$d$ : vecteur des différences observées de  $(N+1, 1)$  composantes

$\varepsilon$ : vecteur des erreurs sur les différences observées de  $(N+1, 1)$  composantes.

La condition des moindres carrés nous conduit à calculer un vecteur  $\tilde{m}$  en imposant à  $\varepsilon$  d'être minimum. Pour que  $\tilde{m}$  se confonde avec le vecteur ayant le maximum de vraisemblance il faut que  $\varepsilon$  soit un vecteur aléatoire normal d'espérance mathématique nulle. On peut montrer [1] que le vecteur  $\tilde{m}$  est alors solution unique de l'équation

$$(A'A) \tilde{m} = A'd$$

$$(4) \quad \text{soit} \quad \tilde{m} = (A'A)^{-1} A'd$$

L'écart quadratique moyen caractérisant le vecteur  $\tilde{m}$  s'exprimera à partir du vecteur  $\varepsilon = d - A\tilde{m}$

$$(5) \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N \varepsilon_k^2}{N - n - 1}}$$

Pour chaque composante du vecteur  $\tilde{m}$ , c'est-à-dire pour la magnitude calculée de chaque étoile, l'écart quadratique moyen est donné par

$$(6) \quad \sigma(m_i) = \sqrt{(A'A)^{-1}_{ii} \cdot \sigma^2}$$

$(A'A)^{-1}_{ii}$  est l'élément diagonal  $(i, i)$  de la matrice  $(A'A)$  inversée. Cet élément reflète la manière dont l'étoile de rang  $i$  est intercomparée aux  $(n-1)$  autres étoiles.

Un examen attentif des  $N$  composantes du vecteur  $\varepsilon$  facilite la recherche d'éventuelles erreurs ou variations d'éclats.

Pour mettre en évidence des erreurs systématiques, provoquées par exemple par une extinction atmosphérique particulière ou variant de façon continue au cours d'une nuit, nous utiliserons le test d'Abbe défini ainsi :

$$W = \frac{\sum_{i=2}^M (\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^M \varepsilon_i^2}$$

$i = 1 \dots M$  numérote les composantes du vecteur  $\varepsilon$  relatives à la nuit considérée.

On montre que

$W \rightarrow 0$  si les écarts sont systématiques

$W \rightarrow 2$  si les écarts sont normaux au sens de Gauss.

Tous ces calculs ont été programmés pour un ordinateur CDC 3800, on a utilisé un sous-programme dû à P. Bartholdi pour l'inversion de matrice. On doit signaler qu'une des limites d'application de cette méthode est la possibilité de conserver une précision suffisante lors des calculs arithmétiques de l'inversion de la matrice.

### 3. SENSIBILITÉ DE LA MÉTHODE A DIVERS EFFETS

Pour appliquer cette méthode avec sécurité il convient de savoir exactement quelle est sa sensibilité à des effets perturbateurs et de discuter leurs influences sur la précision des magnitudes. Dans les alinéas suivants nous résumerons les résultats obtenus pour des tests effectués sur des observations d'étoiles des Pléiades. Il s'agit d'un ensemble d'une trentaine d'étoiles pour lesquelles nous disposons d'au moins 65 différences de magnitudes acquises sur 10 nuits (au Jungfrauoch).

#### a) Influence du coefficient d'extinction atmosphérique

Le calcul des différences de magnitudes  $d_k$  hors de l'atmosphère à partir de leurs mesures au sol, sera sensible à la valeur prise pour le coefficient d'extinction moyen ( $\bar{k}_v$ ). Sur la figure 1 nous montrons la variation de  $\sigma$  (écart-type global pour les magnitudes calculées) en fonction de  $\bar{k}_v$ . On remarque qu'il est facile d'optimiser la valeur de  $\bar{k}_v$  pour que  $\sigma$  soit minimum. De plus, nous pouvons noter que les valeurs de  $\sigma_r$  et  $W_r$  calculées par nuit montrent qu'il serait possible de raffiner le choix de  $k_v$  en lui donnant une valeur particulière pour chaque nuit, les critères de choix étant  $\sigma_r$  minimum et  $W_r$  le plus voisin de 2 possible.

b) *Influence de l'ordre chronologique*

Nous avons calculé les différences de magnitudes  $d_k$  en adoptant l'ordre chronologique des observations. Nous devons bénéficier par ce moyen d'un peu des avantages d'une mesure différentielle. Afin d'apprécier l'importance de cette considération nous avons recalculé notre système après avoir ordonné les mêmes observations en rompant l'ordre chronologique dans chaque nuit. (Les différences étant alors: 1<sup>re</sup> mesure moins dernière, dernière moins deuxième, deuxième moins avant-dernière, etc.). Le tableau suivant résume quelques valeurs particulières et les valeurs moyennes obtenues en utilisant le même coefficient d'extinction.

	Différences $d_k$ établies d'après l'ordre chronologique		Différences $d_k$ obtenues en rompant l'ordre chronologique	
	$W_r$	$\sigma$	$W_r$	$\sigma$
Nuit a	0.76	0.009	2.33	0.016
Nuit b	0.90	0.005	1.92	0.007
Nuit c	0.88	0.011	1.46	0.014
Nuit d	0.31	0.012	2.54	0.013
	$W_2$	$\sigma$	$W_2$	$\sigma$
Valeurs moyennes sur 10 nuits	1.46	0.0105	2.00	0.0126

L'ordre chronologique contribue à la diminution de  $\sigma$  même s'il biaise un peu la distribution des écarts. Nous considérons qu'il est à recommander.

c) *Influence d'une erreur de mesure*

Pour se familiariser avec les ordres de grandeurs, nous avons simulé une erreur en multipliant l'intensité observée pour une des mesures d'une étoile de notre échantillon par les facteurs 1,5; 1,3; 1,1 et 1,04. Dans chaque cas, nous avons recalculé les magnitudes et l'écart-type global  $\sigma$ . La figure 2 montre l'effet enregistré sur  $\sigma$ . On peut le résumer en disant qu'une erreur de 15% double l'écart-type global. L'erreur introduite se reporte principalement (>40%) sur la magnitude de l'étoile touchée mais se distribue aussi sur les magnitudes des autres étoiles. On voit facilement que l'effet d'une erreur sur une mesure va dépendre du nombre de fois que l'étoile touchée apparaîtra dans les différences  $d_k$ , donc du nombre de mesures considérées pour cette étoile.

Dans le test numérique ci-dessus, sur cinq différences  $d_k$  où apparaissait l'étoile, deux étaient faussées par l'erreur introduite. Cette simulation nous a rendu attentif au fait que  $\sigma$  augmente rapidement avec les erreurs, mais que l'action réelle de celles-ci

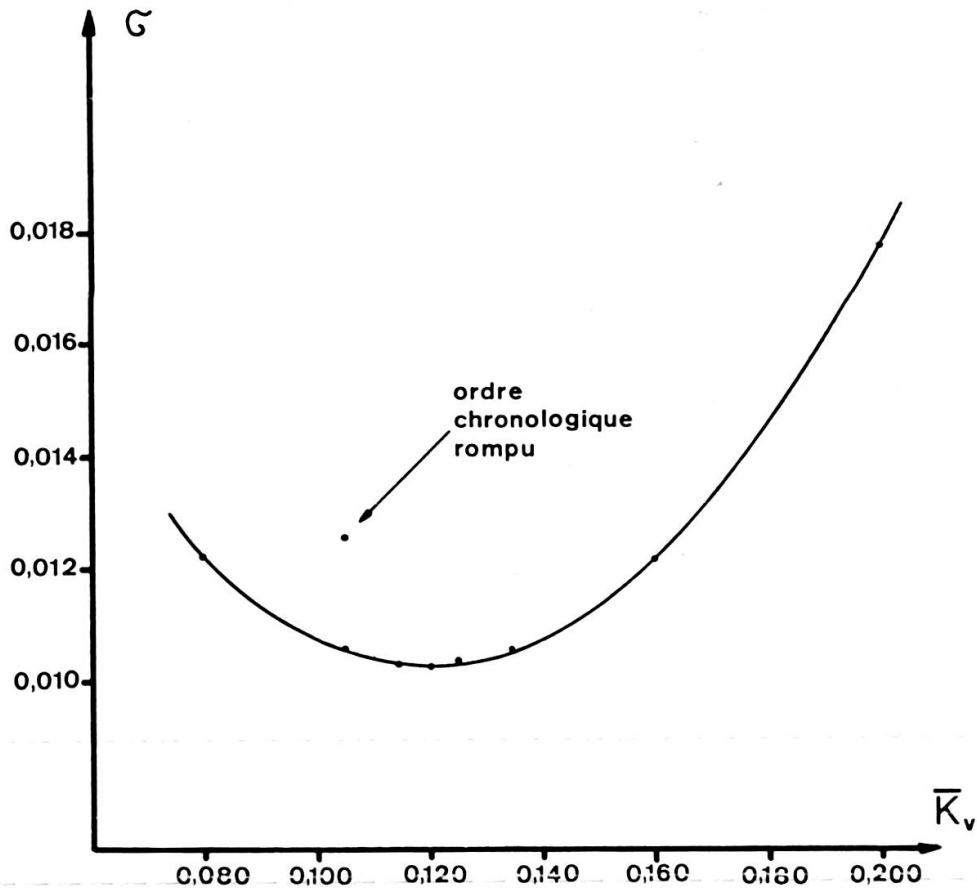


FIG. 1.

sur la distribution des écarts entre les magnitudes calculées pour le système perturbé et celles du système optimum est plus faible que la différence des  $\sigma$  ne le suggère. Nous reviendrons sur ce point au paragraphe suivant.

#### d) Influence du nombre d'observations utiles

Nous avons examiné de quelle manière l'écart-type  $\sigma$  dépendait du quotient  $N/n$ , c'est-à-dire, du nombre relatif des différences disponibles entre les  $n$  étoiles. Ce nombre est considéré ici en valeur moyenne, il se peut qu'une étoile soit plus ou moins fréquemment impliquée dans une différence. Pour ce test, nous avons considéré un échantillon réduit à 27 étoiles défini successivement par 60, 55, 52, 44 et 36 différences. La figure 3 montre la variation observée de l'écart-type  $\sigma$  en fonction de  $N/n$ . Un nombre relatif de différences peu supérieur ou égale à deux nous paraît nécessaire.

Nous pouvons le considérer comme suffisant si un soin particulier a été apporté à l'élimination des erreurs et des mesures douteuses. En effet, nous approchons avec  $\sigma \cong 0.008$  d'une limite que l'on ne peut guère espérer dépasser avec des mesures

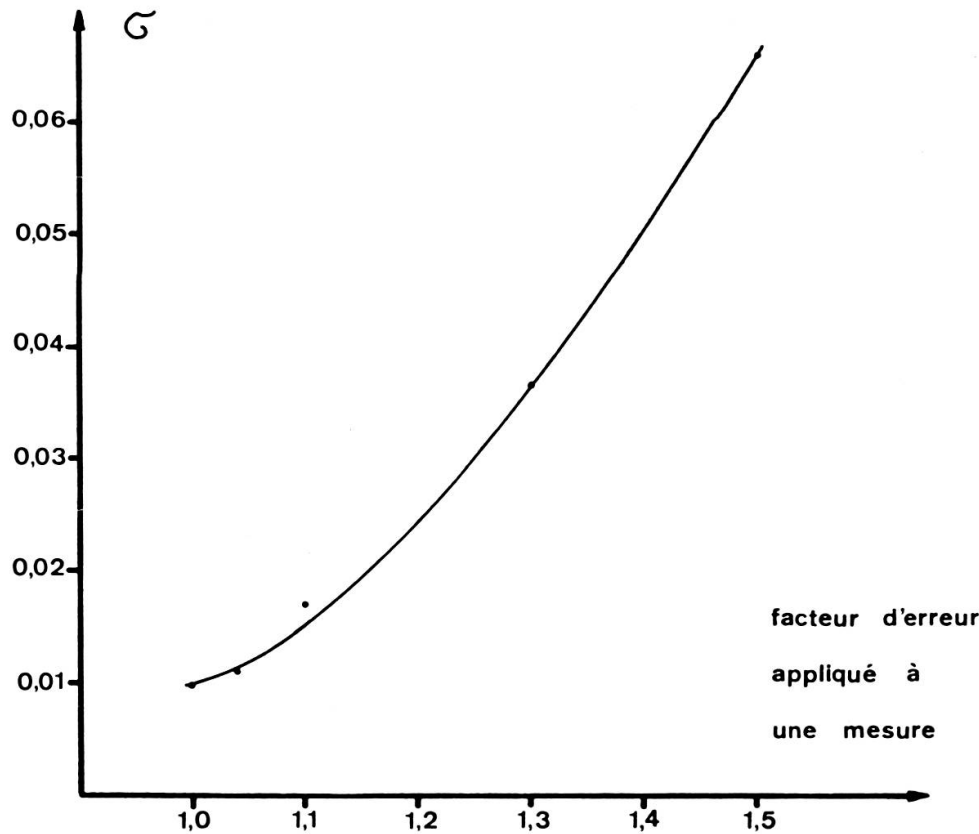


FIG. 2.

accumulées sur un grand laps de temps (plusieurs nuits non consécutives). Même lorsque ces mesures sont consécutives, au moins vingt minutes séparent chacune d'elles.

#### e) Influence d'une étoile variable

Si dans l'ensemble des observations utilisées se mêlent quelques mesures d'une étoile variable, nous pouvons assurer que si ces variations atteignent ou dépassent 2 à 3 centièmes de magnitude elles seront détectées. C'est la consultation du tableau des écarts  $\varepsilon_k$  qui attirera notre attention. Il y a évidemment confusion possible entre une variation d'éclat et une erreur de mesure. Notre seule ressource est donc de limiter l'application de la méthode à des observations bien contrôlées et de la meilleure qualité, d'éliminer après un premier calcul l'étoile dont les observations donnent lieu à des  $\varepsilon_k$  suspects. Nous calculerons ensuite pour cette étoile une magnitude instantanée correspondant à chaque observation.



#### 4. REMARQUE SUR LA PRÉCISION INTERNE DE LA MÉTHODE ET SON CRITÈRE D'APPRÉCIATION

Les simulations citées à la lettre c) du paragraphe précédent nous ont suggéré les remarques suivantes. Choisissons une séquence de magnitudes obtenue dans les meilleures conditions (telle que  $\sigma \leq 0.01$ ) et utilisons-la comme séquence de référence pour lui comparer les séquences obtenues après avoir simulé une erreur de mesure, d'amplitude variable. Ces comparaisons permettent d'établir la distribution des

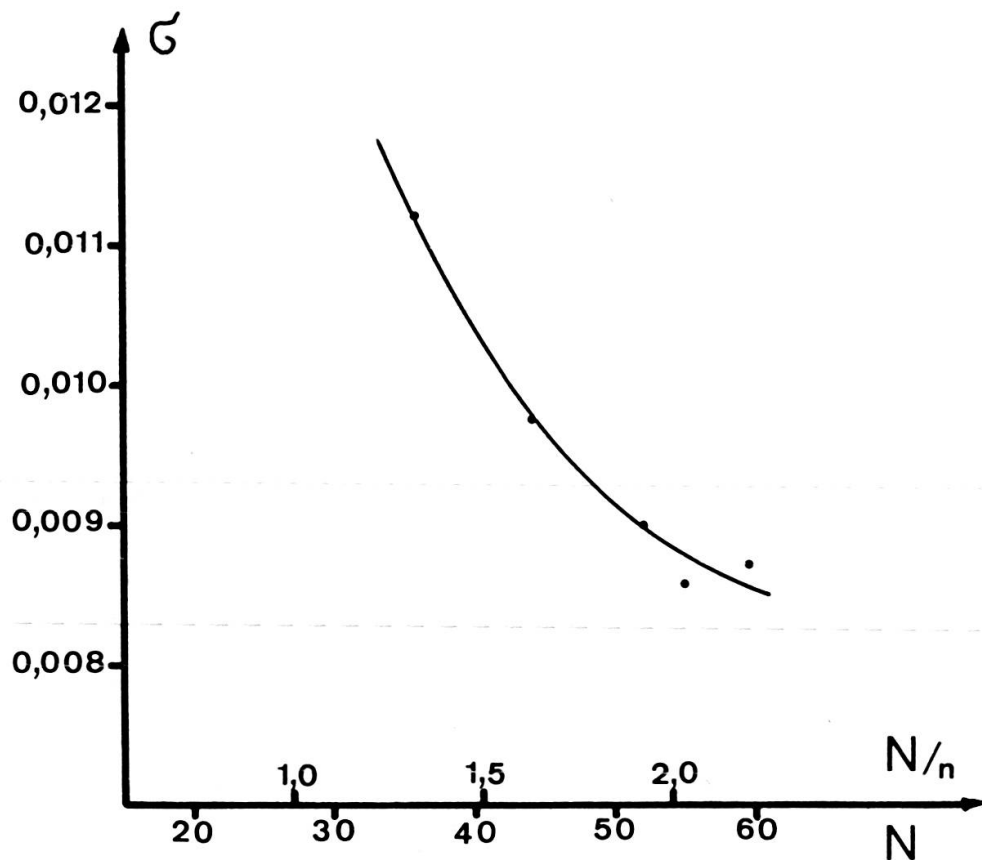


FIG. 3.

écarts de magnitude pour chaque amplitude de l'erreur. Ces distributions ne peuvent pas être gaussiennes, pourtant si on ne tient pas compte des écarts correspondants à l'étoile touchée par l'erreur le reste de la distribution est d'allure normale. Le caractère commun de ces distributions est que 90% au moins des écarts sont inférieurs à l'écart-type  $\sigma$  calculé. Nous sommes ainsi conduits à supposer que  $\sigma$  est un indicateur pessimiste de la précision interne de notre séquence si une ou des erreurs accidentelles subsistent dans les données. Nous introduirons un écart-type vraisemblable  $\sigma_v$  et nous tenterons de le relier à  $\sigma$  par un calcul approché.

Soit d'une part

$$\sigma \cong \frac{\sum_{k=1}^M \varepsilon_k^2}{N - n}$$

avec

$$\varepsilon_k = (m_i - m_j) - (V_i - V_j)$$

$m_i, m_j$ : magnitudes mesurées pour les étoiles  $i$  et  $j$

$V_i, V_j$ : magnitudes calculées pour les étoiles  $i$  et  $j$

Pour la séquence de référence, nous admettons que  $\sigma^2 = \sigma_o^2 = 0$  et  $\varepsilon_k = \varepsilon_k^o = 0$ .

Supposons une erreur  $a$  sur la magnitude mesurée d'une observation de l'étoile  $i$

$m_i + a$  valeur mesurée

$V_i + b$  magnitude calculée

l'erreur sur la magnitude calculée est telle que

$$b = \alpha \cdot a \quad \text{avec} \quad 0 < \alpha \leq 1$$

$\alpha$  dépend du nombre d'observations de l'étoile  $i$ , il est certainement  $< 1$  s'il y a plus d'une mesure de l'étoile  $i$ . Dans ce cas les  $\varepsilon_k$  deviennent

$$\varepsilon_k' = (m_i + a - m_j) - [(V_i + \alpha a) - (V_j - \delta' a)]$$

$$\varepsilon_k'' = (m_l - (m_i + a)) - [(V_l - \delta'' a) - (V_i + \alpha a)]$$

$$\varepsilon_k = (m_x - m_y) - [(V_x + \delta_x a) - (V_y + \delta_y a)]$$

$\delta_x, \delta_y$  peuvent être  $> 0$  ou  $< 0$

et, avec l'hypothèse sur la séquence de référence

$$\varepsilon_k' = \varepsilon_k^{\circ'} + a(1 - \alpha - \delta') = a(1 - \alpha - \delta')$$

$$\varepsilon_k'' = \varepsilon_k^{\circ''} - a(1 - \alpha - \delta'') = -a(1 - \alpha - \delta'')$$

$$\varepsilon_k = \varepsilon_k^{\circ} - a(\delta_x - \delta_y) = -a(\delta_x - \delta_y)$$

il en résulte que l'écart-type  $\sigma$  que l'on calcule prend la valeur

$$\sigma^2 = \frac{a^2 [(1 - \alpha - \delta')^2 + (1 - \alpha - \delta'')^2 + \Sigma (\delta_x - \delta_y)^2]}{N - n}$$

Par ailleurs on peut définir un écart-type vraisemblable  $\sigma_v$  directement à partir des écarts entre les magnitudes calculées avec une erreur  $a$  dans les données et les magnitudes de référence. Il est naturel d'adopter la définition suivante:

$$\sigma_v^2 = \frac{a^2 [\alpha^2 + \Sigma \delta_x^2]}{n}$$

Lorsque le système est suffisamment et régulièrement intercomparé pour toutes les étoiles nous avons en général  $N \geq 2n$ . Quant au nombre de différences ( $v_i$ ) où apparaît l'étoile  $i$ , il sera voisin de  $2N/n$ .

On peut apprécier le facteur  $\alpha$  en notant que:

$$\alpha \cong \frac{2}{v_i} \cong \frac{n}{N}$$

donc dans notre cas  $\alpha \leq \frac{1}{2}$

calculons maintenant, le rapport de ces deux variances, toujours dans le cas d'une erreur  $a$ .

$$\frac{\sigma^2}{\sigma_v^2} \cong \frac{2(1-\alpha)^2 + (N-2)\overline{(\delta_x - \delta_y)^2}}{\alpha^2 + (n-1)\overline{\delta^2}} \cdot \frac{n}{N-n}$$

car  $\delta'$  et  $\delta''$  sont petits devant  $1-\alpha$ ; de plus comme  $|\overline{\delta_x - \delta_y}| > \overline{|\delta_x|}$  et qu'ils sont aussi petits nous écrivons:

$$\frac{\sigma^2}{\sigma_v^2} \cong \frac{2(1-\alpha)^2}{\alpha^2} \cdot \frac{n}{N-n}$$

$$\frac{\sigma}{\sigma_v} \cong \sqrt{\frac{2n}{N-n} \cdot \frac{1-\alpha}{\alpha}}$$

$$\frac{\sigma}{\sigma_v} \cong \sqrt{\frac{2(N-n)}{n}}$$

et lorsque  $N \cong 2n$ :

$$\frac{\sigma}{\sigma_v} \cong \sqrt{2}$$

Ce calcul quoique très approximatif, montre néanmoins le mécanisme de l'augmentation rapide de  $\sigma$  lorsqu'il y a une ou peu d'erreurs plus importantes que les erreurs aléatoires normales. Tant que  $\sigma$  nous paraîtra trop grand nous chercherons quelle pourrait être la mesure entachée d'une erreur ou l'étoile suspecte de variations.

## 5. APPLICATION DE LA MÉTHODE AUX AMAS DES PLÉIADES ET DE PRAESEPE

### a) Les Pléiades

Dans le tableau I nous donnons la séquence de nos magnitudes  $[V]$ . Le seul point de raccordement avec le système  $UBV$  est le choix de  $[V] = V = 5.450$  pour l'étoile n° 3 de la liste (HD 23288). Cette séquence a été obtenue dans les conditions suivantes:

Nombre d'étoiles de la séquence	30
Nombre de mesures	79
Nombre moyen de mesures par étoile	2,6
Nombre de nuits au cours desquelles ces mesures ont été faites	10
Nombre de différences ( $d_k$ ) utilisées	69
Nombre moyen de différences par étoile	2,3
Ecart-type global obtenu par la formule (5) en magnitude	$1,00 \cdot 10^{-2}$

Nous avons reproduit dans le tableau I les valeurs publiées par Johnson et Morgan [2] et par Johnson et Mitchell [3]. Ces deux séquences de comparaison du système *UBV* font immédiatement ressortir deux cas particuliers.

TABLEAU I

N°	HD	N° Hertzsprung		[V]	V <sub>1</sub>	V <sub>2</sub>
		HI	II			
1	23194	43	232	8.064	8.06	8.05
2	23246	92	344	8.170	8.17	8.16
3	23288	117	447	5.450	5.46	5.45
4	23302	126	468	3.696	3.71	3.69
5	23324	150	541	5.649	5.65	5.64
6	23338	156	563	4.288	4.31	4.29
7	23361	187	652	8.036	8.04	8.02
8	23387	216	717	7.186	7.18	7.16
9	23408	242	785	3.865	3.88	3.86
10	23409	251	804	7.848	7.85	7.84
11	23432	255	817	5.748	5.76	5.75
12	23441	265	859	6.424	6.43	6.41
13	23480	323	980	4.180	4.18	4.16
14	23489	341	1028	7.348	7.35	7.34
15	23568	436	1234	6.822	6.82	6.80
16	23607	501	1362	8.292	8.25	
17	23628	513	1384	7.675	7.66	7.64
18	23629	508	1375	6.292	6.29	
19	23630	542	1432	2.842	2.87	2.86
20	23631	520	1397	7.187	7.26	7.26
21	23632	510	1380	7.000	6.99	6.98
22	23642	540	1431	6.817	6.81	6.80
23	23753	722	1823	5.436	5.45	5.44
24	23763	742	1876	6.940	6.95	6.94
25	23850	870	2168	3.611	3.64	3.62
26	23862	878	2181	5.000	5.09	5.08
27	23863	885	2195	8.130	8.12	8.11
28	23872	891	2220	7.515	7.52	7.51
29	23873	910	2263	6.595	6.60	6.59
30	23886	924	2289	7.977	7.97	7.96

1. L'étoile 20 (HD 23631). C'est une étoile double (ADS 2767) dont la séparation est de  $6''$ . Lors de nos observations nous n'avons pas séparé les deux composantes. La magnitude  $[V]$  étant de 0.07 plus petite que la magnitude  $V$  on peut supposer que la composante brillante seule fut l'objet des observations en  $UBV$ . La différence de magnitude  $V_A - V_B$  peut être estimée alors à  $\sim 3$ , donc  $V_B \cong \cong 10.30$ . Le catalogue ADS donne  $m_{vis} = 10$ .
2. L'étoile n° 26 (HD 23862). Cette étoile est connue comme étoile variable à spectre particulier. Il s'agit de Pleione ou BU Tau. Le catalogue de Kukarkin [4] donne pour la magnitude 4,9 – 5,5 et la classe Ia (variable irrégulière). Spectroscopiquement elle se présente comme une étoile à enveloppe variable (Shell-Star). Les trois observations prises en considération ici ne montrent aucune fluctuation notable autour de la valeur  $[V] = 5.00$ . Ces observations furent faites en 1962 les janvier 7, février 10 et décembre 24.

Mis à part ces deux cas spéciaux, l'accord entre les magnitudes  $[V]$  et  $V$  apparaît bon sauf pour l'étoile n° 16 où aucune explication ne peut être fournie si ce n'est le petit nombre de mesures. Afin de caractériser cette similitude nous avons calculé d'une part, deux régressions paraboliques entre  $[V]$  et les deux séries de magnitudes  $V$  (appelons  $V_1$  celles de [3] et  $V_2$  celles de [2]) et d'autre part deux régressions linéaires.

Donc 
$$V = a_2 [V]^2 + a_1 [V] + a_0$$

ou 
$$V = b_1 [V] + b_0$$

Résumons les résultats obtenus :

	Parabole				Droite			Nombre de points
	$\sigma$	$a_2$	$a_1$	$a_0$	$\sigma$	$b_1$	$b_0$	
$V_1 = f([V])$	0.0069	0.0006	0.9873	0.0575	0.0072	0.9946	0.0383	27
$V_2 = f([V])$	0.0091	0.0005	0.9904	0.0320	0.0094	0.9956	0.0181	26

L'étoile n° 16 a été écartée de la série  $V_1$  en raison du gros écart observé.

Pour juger les paramètres ci-dessus nous devons nous souvenir que les  $V_1$  sont obtenus à partir de 6,4 mesures par étoile en moyenne tandis que pour  $V_2$  le nombre moyen des mesures est 3,2. Les écarts-type donnés par les auteurs sont respectivement  $\sigma_{V_1} \cong \pm 0.005$  et  $\sigma_{V_2} = \pm 0.007$ . Supposons que la séquence  $V_1$  soit la mieux établie (en regard du grand nombre de mesures), le  $\sigma_{V_1}$  qui la caractérise est correctement estimé à la valeur  $\sigma_{V_1} = \pm 0.005$  car les magnitudes publiées sont arrondies

au 0.01. En appliquant la loi de composition des variances pour des écarts indépendants nous pouvons estimer

$$\sigma_{[V]} = \sqrt{\sigma^2 - \sigma_{V_1}^2} \cong \pm 0.005$$

Ce résultat corrobore ce que nous avons déjà remarqué: l'écart-type global calculé à partir de la formule (5) est surestimé. Cela rejoint nos conclusions du paragraphe 4. Le raisonnement que nous venons de faire est aussi applicable à la corrélation faite avec  $V_2$ .

b) *Praesepe*

Le tableau II donne la séquence des magnitudes  $[V]$  que nous avons établie dans les conditions suivantes:

Nombre d'étoiles	74
Nombre de mesures	277
Nombre moyen de mesures par étoile	3,7
Nombre de nuits au cours desquelles ces mesures ont été faites	60
Nombre de différences $d_k$	217
Nombre moyen de différences par étoile	2,9
Ecart-type global obtenu par la formule (5) en magnitude	$1,37 \cdot 10^{-2}$

TABLEAU II

N°	HD/BD	KW	[V]	$V_1$	$V_2$
1	72779	VL 133	6 599		6.58
2	72846	VL 166	7.501		
3	72942	534	7.481	7.479	
4	73045	538	8.612	8.611	
5	73081	16	9.187	9.181	
6	20.2130	31	9.732		
7	19.2050	34	9.454		
8	73161	38	8.699	8.697	
9	73174	40	7.768	7.770	
10	73175	45	8.257	8.258	8.25
11	19.2052	47	9.824		
12	73210	50	6.740	6.747	6.75
13	73345	114	8.162	8.148	8.14
14	73397	124	9.002	8.994	9.00
15	20.2140	142	9.300	9.303	9.31
16	73429	146	9.405	9.384	9.39
17	73430	143	8.321	8.312	8.31
18	73449	150	7.450	7.446	7.45
19	73450	154	8.494	8.498	8.50
20	20.2143	155	9.402	9.411	9.42
21	73574	203	7.748	7.725	7.73

N°	HD/BD	KW	[V]	V <sub>1</sub>	V <sub>2</sub>
22	73575	204	6.674	6.663	6.67
23	73576	207	7.679	7.673	7.67
24	73598	212	6.607		6.59
25		216	10.429		
26	20.2151	222	10.108		10.11
27	73616	226	8.912	8.889	8.89
28	73617	232	9.227	9.239	9.23
29	73618	224	7.316	7.319	7.32
30	73619	229	7.534	7.542	7.54
31	73640	239	9.673	9.664	9.67
32	73641	227	9.487	9.490	9.49
33	20.2157	250	9.787		9.79
34	73665	253	6.406		6.39
35	73666	265	6.610	6.610	6.61
36		268	9.883	9.902	9.89
37	20.2161	271	8.797	8.810	8.81
38	20.2162	275	9.965	9.960	9.96
39	73709	279	7.686		7.70
40	73710	283	6.430		6.44
41	73711	276	7.549	7.540	7.54
42	73712	284	6.791	6.786	6.78
43	73729	292	8.196	8.194	8.18
44	73730	286	8.015	8.022	8.02
45		293	9.848		
46	20.2170	295	9.356	9.357	9.37
47	73731	300	6.297	6.304	6.30
48	73746	318	8.662	8.659	8.65
49	73763	323	7.823		7.80
50	73785	328	6.848	6.851	6.85
51	19.2074	332	9.563	9.560	9.55
52	73798	340	8.475	8.478	8.48
53	73818	350	8.656	8.711	8.71
54	73819	348	6.776	6.783	6.78
55	73854	370	9.024	9.037	9.04
56		371	10.112		10.11
57	73872	375	8.326	8.332	8.33
58	73890	385	7.932	7.912	7.92
59	20.2180	396	9.823		
60	73937	411	9.334	9.317	9.32
61	20.2183	416	9.584		9.59
62	73974	428	6.918		6.90
63	73993	429	8.555	8.539	8.53
64	74028	445	7.973	7.961	7.96
65	74050	449	7.922	7.914	
66	20.2190	454	9.893		9.88
67		458	9.708	9.720	9.71
68	74058	459	9.214	9.223	9.23
69	20.2192	472	9.777		9.77
70	20.2193	478	9.685		
71	19.2087	495	9.930		
72	74186	496	9.572	9.573	
73	19.2045	536	9.426	9.408	
74	19.2089	549	10.091		

Le seul point de raccordement avec le système *UBV* est ici le choix de  $[V] = V = 6,610$  pour l'étoile n° 35 (HD 73666 ou KW 265). Les séquences que nous reproduisons dans le tableau II sont: pour  $V_1$  les valeurs que R.J. Dickens et al. [5] ont adoptées dans leur table II; pour  $V_2$  les valeurs de Johnson et Morgan [6].

La seule divergence importante apparaît avec KW 350; nous avons observé ensemble KW 350 et KW 344 soit  $V_A = 8,71$  et  $V_B = 12,09$  d'où  $V_\Sigma = 8,66$ .

Nous observons un écart-type global plus grand que dans le cas des Pléiades. Il est probable que l'origine de cette augmentation réside dans le fait que les observations ont été faites au cours d'un très grand nombre de nuits et en deux sites différents.

Comme pour les Pléiades, nous avons établi deux corrélations avec chacune des séquences  $V$ ; nous résumons ci-dessous les paramètres obtenus:

	Parabole				Droite			Nombre de points
	$\sigma$	$a_2$	$a_1$	$a_0$	$\sigma$	$b_1$	$b_0$	
$V_1 = f([V])$	0.0099	0.0025	0.9723	0.0710	0.0103	1.0003	-0.0043	50
$V_2 = f([V])$	0.0113	0.0011	0.9900	0.0185	0.0115	1.0016	-0.0165	55

Ici aussi, on peut déduire de l'écart-type de ces corrélations que le  $\sigma_{[V]}$  à reporter sur notre séquence de magnitudes de Praesepe est nettement plus petit que celui calculé par la formule (5). Il peut être évalué à  $\sigma_{[V]} = \pm 0.007$ .

Notons que les coefficients de la parabole ont été calculés pour  $[V]_i - 2,70$  et  $V_i - 2,70$  de manière à ce qu'ils soient comparables à ceux obtenus pour les Pléiades (ainsi les valeurs moyennes des  $[V]_i$  et  $V_i$  sont semblables pour les deux exemples).

c) *Remarques sur la pente et la courbure des corrélations*

L'examen des coefficients des régressions paraboliques et linéaires relatives aux Pléiades et à Praesepe conduit à deux conclusions.

1. La première est évidente, c'est la similitude des deux définitions  $[V]$  et  $V$ . Pour de très nombreuses applications il est justifié d'utiliser indifféremment l'une ou l'autre des magnitudes.
2. Un écart systématique à la droite de pente un est peut-être perceptible. En effet, pour les quatre corrélations, les coefficients  $a_i$  présentent une déviation de même signe.

Parmi les causes qui pourraient entraîner une différence systématique à la droite de pente unité nous retiendrons:



1. Le long d'une séquence d'amas la température des étoiles varie continûment et si les bandes passantes des deux systèmes ne sont pas identiques, un effet différentiel de longueur d'ondes effectives peut devenir sensible.
2. Un défaut de linéarité sur l'un des systèmes (par exemple: une légère saturation).

Pour l'instant nous pouvons conclure qu'aucune de ces causes n'agit significativement.

#### d) *Conclusions*

Les deux applications ci-dessus sont encourageantes. Nous allons utiliser cette méthode pour constituer un standard de magnitudes  $[V]$  couvrant la plus grande partie du ciel qui nous est accessible. Nous pourrions y rattacher toutes nos observations qui, de plus en plus, vont être relatives à des étoiles dont la magnitude  $V$  est mal ou pas connue.

Nous avons montré la grande similitude des deux définitions  $[V]$  et  $V$ . Néanmoins, nous croyons préférable de développer l'établissement du système  $[V]$  de manière complètement indépendante, mis à part le choix d'une étoile de référence. Nous éviterons de cette manière la propagation d'erreurs systématiques ou accidentelles pouvant subsister dans le système  $V$ .

#### BIBLIOGRAPHIE

- [1] LINNIK, Y.V. (1963). *Méthode des moindres carrés*. Dunod, Paris.
- [2] JOHNSON, H.L. and W.W. MORGAN (1953). *Ap.J.* 117, 350.
- [3] ——— and R.I. MITCHELL (1958). *Ap.J.* 128, 31.
- [4] KUKARKIN, B.V. et al. (1958). *Catalogue général des étoiles variables* (2<sup>e</sup> édit.). Moscou, Acad. des Sciences d'URSS.
- [5] DICKENS, R.J., R.P. KRAFT and W. KRZEMINSKI (1968). *Ap. J.* 73, 6.
- [6] JOHNSON, H.L. and W.W. MORGAN (1952). *Ap.J.* 116, 640.