

Relativisation : une réinterprétation structurale de la relativité restreinte = Relativization : a structural reinterpretation of the special relativity

Autor(en): **Scheurer, P.B.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Archives des sciences et compte rendu des séances de la Société**

Band (Jahr): **35 (1982)**

Heft 2

PDF erstellt am: **22.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-740563>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

RELATIVISATION: UNE RÉINTERPRÉTATION STRUCTURALE DE LA RELATIVITÉ RESTREINTE ¹

RELATIVIZATION: A STRUCTURAL REINTERPRETATION OF THE SPECIAL RELATIVITY

PAR

P. B. SCHEURER ²

ABSTRACT

A structural reconstruction of the Theory of Special Relativity (T.S.R.) is proposed, which allows a simple reinterpretation of it, and provides an extension to any differentiable manifold (*DM*). Ubiquitously in Classical Mechanics time functions ambiguously in two different rôles: both factor of evolution and dimension. By coding time into two distinct mathematical entities: parameter and coordinate, confusion is structurally suppressed. Relativization of a *DM* incorporates its parameter as a new coordinate and supplies a new parameter of evolution. Such are time and proper time in Einstein's T.S.R., but this mathematical process is by no means restricted only to space and time.

Le point de vue adopté ici de la *reconstruction structurale* (1) des théories de la *cinétique*, c'est-à-dire du changement en tant que mouvement (en grec: *kinèsis*) décrit à l'aide d'équations différentielles, par conséquent à l'aide d'une structure de Variété Différentiable (*VD*), permet une *réinterprétation structurale* des deux grandes révolutions qui ont ébranlé la physique à l'aube de ce siècle, la Théorie de la Relativité Restreinte et la Théorie Quantique, en les rabaissant au rang plus modeste mais plus juste de réponses à deux insuffisances majeures de la Mécanique Classique. La première, en effet, lève l'ambiguïté entretenue partout par la Mécanique Classique à propos de la grandeur *temps*, en supprimant explicitement la confusion entre deux rôles mathématiques différents attribués à cette même grandeur: le temps comme *paramètre* d'évolution, à distinguer du temps comme *coordonnée* dimensionnelle. Quant à la seconde, elle supplée au défaut originel de la Mécanique

¹ Cette communication est étroitement associée avec celle sur la réinterprétation structurale de la quantification dans les systèmes dynamiques, qui la précède juste dans cette même revue (p. 197-216). On évite les redites autant qu'il se peut.

² Catholic University. Faculty of Science. Department of Philosophy of Natural Sciences. Toernooiveld, 6525 ED Nijmegen. The Netherlands.

Classique de ne pas traiter les *vecteurs* et *covecteurs* (et donc aussi les (co)tenseurs) *intrinsèquement*, en tant que tels, mais de les traiter comme des tableaux de composantes dans un référentiel donné. Mais de la sorte, la dualité fondamentale qui existe dans une $VD M$ entre son fibré tangent $T(M)$ et son fibré cotangent $T^*(M)$ se trouve complètement obliérée. Ceci vaut déjà au plan mathématique. Une autre conséquence s'ensuit quand ce langage mathématique des VD est utilisé pour un discours physique. Alors, on n'a plus affaire seulement à des *c-numbers*, des nombres classiques, mais on traite avec des *μ -numbers*, des nombres munis d'une dimension physique, d'une phy-dimension (pour ne pas confondre avec la dimension géométrique de la VD), ou même mieux, en hommage à Eudoxe, d'un *mégéthos*. Lorsqu'on écrit un vecteur dans une VD euclidienne, p. ex. la vitesse $\vec{v} = v^i \vec{e}_i$, ce sont bien les composantes v^i qui portent le même mégéthos « vitesse » que le vecteur intrinsèque \vec{v} . Mais quand on exprime le même vecteur \vec{v} dans le système de coordonnées naturelles adaptées à une carte d'une VD , et qu'il faille donc l'écrire $\vec{v} = v^i \frac{\partial}{\partial x^i}$, il est clair que si les coordonnées x^i portent un mégéthos « longueur », il faut que la composante v^i , par compensation, porte celui de « vitesse » \times « longueur », afin que le vecteur intrinsèque \vec{v} (composante *et* base) maintienne le sien. Ces deux faits: dualité $T(M)/T^*(M)$ et existence d'un mégéthos, associés à une projection active, suffisent à rendre compte de la structure de la Mécanique Quantique. Mais d'ores et déjà, il devrait apparaître clairement que la quantification est un phénomène beaucoup plus général, a priori adaptable à des VD arbitraires et à des quanta qui ne soient pas seulement d'action (variation du mégéthos unité). (2)

On peut donner une illustration brève, mais combien éclairante, du point de vue présenté ci-dessus. Soit l'équation fondamentale de l'hydrodynamique (Euler, 1755):

$$[1] \quad \frac{d}{dt} \vec{v}(\vec{x}(t), t) = - \frac{1}{\rho} \text{grad } p$$

où \vec{v} la vitesse, ρ la densité et p la pression sont des fonctions sur une ligne de courant. Seul le premier membre nous intéresse ici, et encore sous sa seule forme d'opérateur linéaire. En effet:

$$[2] \quad \frac{d}{dt} = \frac{dx^i}{dt} \frac{\partial}{\partial x^i} + \frac{\partial}{\partial t}$$

Mathématiquement, depuis la *chain rule* de Leibniz (dérivation d'une fonction de fonction) et la différence opérée au 18^e siècle entre dérivée totale et dérivée partielle, il n'y a rien là que de trivial. Mais sur le plan du discours physique, il en va tout autrement. Les ambiguïtés se cachent si bien dans l'expression [2], qu'elles n'avaient pas encore été débusquées. En fait, celle-ci contient aussi bien l'expression relativiste d'une ligne d'Univers (courant dans l'espace-temps) que celle d'une trans-

formation de Legendre entre opérateurs Lagrangien et Hamiltonien quantiques, qui mène tout droit à l'équation de Schrödinger.

En ce qui concerne le premier point, c'est avec raison que Stueckelberg (3) commence à lever l'ambiguïté en recourant au vocabulaire latin de Newton et parle en termes de fluxion totale (ou hydrodynamique) et de fluxion partielle. La fluxion totale est ainsi composée de la fluxion partielle et du courant convectif sur la ligne de courant passant par \vec{x} . Celle-ci, dite encore orbite ou trajectoire, est solution de l'équation différentielle:

$$[3] \quad \frac{dz^i}{dt}(t) = \vec{v}^i(z(t), t) \quad \text{avec} \quad x^i = z^i(t), \quad i \in \{1, 2, 3\}$$

c'est-à-dire en fait que la trajectoire est une courbe dans \mathbf{R}^3 paramétrée par le temps t . Conséquemment, il récrit [2] pour une fonction d'arguments \vec{x} et t comme suit:

$$[4] \quad \frac{df}{dt}(\vec{x}, t) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{d}{dt} f(\vec{z}(t), t) \Big|_{\vec{z}(t)=\vec{x}} = (\partial_t f + v^i \partial_i f)(\vec{x}, t)$$

où l'on substitue d'abord $\vec{z}(t)$ à \vec{x} pour le calcul, revenant à \vec{x} une fois le calcul fait.

Mais il convient d'aller plus loin. Pour la ligne de courant $\vec{z}(t)$, le temps t est pris comme paramètre d'évolution. Tandis que dans la fluxion locale, qui représente le taux de variation au point fixe \vec{x} , indépendamment du courant, il est clair que le même temps t fonctionne maintenant comme une coordonnée supplémentaire, et que donc le paramètre d'évolution s'est incorporé à la variété espace en l'agrandissant d'une dimension. L'ambiguïté maintenant se révèle: la même grandeur, représentée par la même lettre t , joue deux rôles fondamentalement différents dans la structure d'une VD . L'ambiguïté sera donc levée par la donnée de deux grandeurs physiques « temporelles » distinctes, dénotées par deux lettres différentes: soit t pour la *coordonnée*, qui restera le *temps*, et τ pour le *paramètre*, qui deviendra le *temps propre*. Nous sommes en effet passés à la structure d'espace-temps physique de la Théorie de la Relativité Restreinte. Il suffit pour le voir de multiplier la formule [2] par le

facteur $\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$. Il vient:

$$[5] \quad \frac{d}{d\tau} = u^\mu \frac{\partial}{\partial x_\mu}, \quad \mu \in \{1, 2, 3, 4\} \quad \text{avec} \quad d\tau = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} dt,$$

$$u^i = \frac{v^i}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \text{et} \quad u^4 = \frac{c}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

soit l'expression du vecteur tangent à une ligne d'Univers!

On comprend mieux l'obtention de ce facteur bien propice si l'on procède dans le sens opposé. On part de l'espace-temps quadridimensionnel, pourvu de la métrique de Minkowski:

$$[6] \quad ds^2 = c^2 d\tau^2 = c^2 dt^2 - dx_i dx^i = c^2 dt^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)$$

Avec le dernier terme, on indique déjà qu'on s'est livré à une opération supplémentaire: on a choisi la quatrième coordonnée, le temps, pour paramétriser des courbes dans la sous-variété restante, l'espace. On introduit ainsi un feuilletage dans l'espace-temps, dont chaque feuille est constituée par « l'espace physique \mathbf{R}^3 à un temps t donné ». De la sorte, on feuillète également la métrique de l'espace-temps, comme indiqué en [6]. Il est facile de tirer le rapport entre l'ancien paramètre temps propre τ et le nouveau paramètre temps t (donc de passer de relativiste à classique!). Il vaut:

$$[7] \quad \frac{d\tau}{dt} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

On remarquera d'ailleurs que la distinction entre les paramètres τ et t n'est obtenue que par le recours explicite à l'espace, qui permet de lever la « dégénérescence ». En effet, dans le référentiel où le système physique se trouve en repos, ce qu'il est toujours possible de déterminer en accord avec le « postulat du monde » de Minkowski, la confusion ne peut être levée. C'est d'ailleurs cette situation qui se trouve à l'origine de l'ambiguïté discutée.

Pour être complet, on donnera ici seulement un traitement rapide du second point, relatif à la quantification. Les raisons de notre manière de procéder sont explicitées dans (2).

Prenons l'expression [2] et multiplions-la par le facteur $-i\hbar$ (ou $-i\hbar$, mais nous ne distinguerons pas davantage):

$$[8] \quad -i\hbar \frac{d}{dt} = v^i \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x_i} \right) - i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$$

C'est l'expression (quantique) du *vecteur énergie-impulsion*, ce qui donne un sens plus profond à la transformation de Legendre entre Lagrangien et Hamiltonien. Il est évident en effet qu'on peut poser la relation entre opérateurs linéaires (4):

$$[9] \quad \hat{L} = v^i \cdot \hat{P}^i - \hat{H}$$

Heuristiquement alors, si l'on traite $v^i \partial_i = (\vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}})$ *intrinsèquement*, comme il se doit, on obtient une forme quadratique: (13)

$$[10] \quad 2 \hat{T} = \hat{v}^i \cdot \hat{P}^i = g_{ik} \frac{\hat{P}^k \hat{P}^i}{m} \quad \text{avec} \quad \hat{v}^i = \frac{\hat{P}^i}{m}$$

et par conséquent on tombe immédiatement sur l'équation de Schrödinger:

$$[11] \quad \hat{H} = \hat{T} + \hat{V} = g_{ik} \frac{\hat{P}^i \hat{P}^k}{2m} + \hat{V}$$

On peut même faire davantage, et combiner ensemble les deux facteurs $\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

et $-ih$: il vient tout naturellement l'équation de Klein-Gordon:

$$[12] \quad -\hat{H}_0 = -ih \frac{d}{d\tau} = -ihu^\mu \partial_\mu = u_\mu \hat{P}^\mu = g_{\mu\nu} \frac{\hat{P}^\mu \hat{P}^\nu}{m_0} \quad \text{avec} \quad \hat{H}_0 \psi = E_0 \psi$$

De la même façon, utilisant l'application tangente spinorielle au lieu de la vectorielle, on obtient l'équation de Dirac (5):

$$[13] \quad -\hat{H}_0 = -ih \frac{d}{d\tau} = -ih \gamma^\mu \partial_\mu = \gamma_\mu \hat{P}^\mu \quad \text{avec} \quad \hat{H}_0 \chi = E_0 \chi$$

En voici assez pour cet exemple, d'une richesse de structure (linéaire) à peine soupçonnable a priori.

En fait, on peut appeler, pour des raisons historiques, *relativisation* le processus purement mathématique d'incorporation du paramètre d'évolution dans une VD d'une dimension de plus que la VD dans laquelle on plonge les arcs paramétrés. Le processus inverse d'utiliser une coordonnée comme paramètre de feuilletage d'une VD en sous- VD d'une dimension de moins existe tout aussi bien, on vient de le voir. C'est en fait une pratique courante en mathématiques de traiter de la sorte le système différentiel correspondant à la donnée d'un arc paramétré d'une $VD M^n$ ou à celle d'un champ de vecteurs X sur une telle variété. En effet, on associe volontiers à un tel champ de vecteurs X les arcs paramétrés (par le paramètre t , un c -nombre) plongés dans M^n , dont le vecteur tangent est en chaque point le vecteur X . (6) Dans une carte locale de coordonnées naturelles x^i , au lieu d'écrire le système différentiel de l'arc paramétré

$$[14] \quad \frac{dx^i(t)}{dt} = X^i(x^i(t)) \quad i \in \{1, 2, \dots, n\}$$

on le récrit en incorporant le paramètre t comme x^{n+1} ème coordonnée d'une $VD M^n \times \mathbf{R}$ sous forme d'équation d'une (bi)caractéristique:

$$[15] \quad \frac{dx^i}{X^i} = \frac{dt}{1} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{dx^{n+1}}{X^{n+1}}$$

C'est exactement la manière dont nous procédons depuis des années pour traiter la Relativité Restreinte de l'espace-temps. Au lieu de l'axiome de Newton (en fait, dans les *Principia*, à la fois la première définition et la première loi):

$$[16] \quad p^i = m \frac{dx^i(t)}{dt} \quad i \in \{ 1, 2, 3 \}$$

on peut introduire l'axiome de Newton-Einstein:

$$[17] \quad \frac{dx^i}{p^i} = \frac{dt}{m} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{dx^4}{p^4} = \frac{d\tau}{m_0} = \dots$$

sous forme de (bi)caractéristique, qui procure un schème structural commun à la dynamique de Newton comme à celle d'Einstein. Pour Newton, la VD est l'espace physique \mathbf{R}^3 , le paramètre, le temps t qu'accompagne la masse invariante m ; pour Einstein, la VD est l'espace-temps $\mathbf{R}^3 \times \mathbf{R}$, le paramètre, le temps propre τ qu'accompagne la masse au repos invariante m_0 . A priori, on peut étendre le jeu à une 5^e, voire à une n -ème dimension arbitraire.

Comme en cinétique les symboles représentent des μ -numbers, des mégéthé, il importe d'introduire une constante d'homogénéisation phy-dimensionnelle dont le mégéthos est le rapport de ceux des coordonnées et du paramètre. Dans le cas de l'espace-temps physique, cette constante possède la phy-dimension d'une vitesse. Elle est définie pour toute carte, c'est-à-dire, physiquement parlant, pour tout système en repos, en tout lieu et en tout temps. Cela suffit pour rendre compte du second postulat de la théorie d'Einstein sur l'indépendance de la vitesse c de la lumière (le phénomène dont la vitesse de propagation dans le vide est précisément égale à la constante d'homogénéisation) par rapport à la vitesse de toute source lumineuse en mouvement uniforme. Quant au premier postulat de relativité, celui de l'extension de la relativité à toutes les sortes de phénomènes, donc à toutes les formes d'énergie: inertielle, électromagnétique, etc., il est assumé par le recours à la dynamique pour la fixation de la métrique de la nouvelle VD obtenue par incorporation du paramètre.

En élaborant sa thèse sous notre direction, notre collaborateur P. Kroes (7) nous a objecté qu'il ne suffisait pas de distinguer entre temps paramètre et temps coordonnée pour établir complètement le schème structural commun aux dynamiques de Newton et d'Einstein, mais qu'il fallait encore préciser comment on passait de la métrique de M^n à celle de $M^n \times \mathbf{R}$. Constatant pour notre part qu'il fallait également interpréter physiquement les nouvelles rotations introduites grâce à la coordonnée nouvelle (qui sont les transformations de Lorentz pour la Relativité Restreinte), nous nous sommes rendu à cet argument, pour constater que le problème était déjà

résolu depuis longtemps par A. Lautman, d'une part, sans que nous en ayons eu connaissance auparavant, et de fait par nous-même également, par notre façon de recourir à la transformation de Legendre pour dériver la relation fameuse $E=mc^2$. En effet, si, par homogénéisation, $x^4 = ct$, alors $p^4 = cm$. D'autre part, pour une seule particule, la transformation de Legendre $L = p_i v^i - H$ peut s'écrire en *covecteur* impulsion-énergie: $Ldt = p_i dx^i - Hdt$, où, par conséquent, $p_4 = -H/c$. De là, on tire tout à la fois $H = c^2 m$, et également l'hyperbolicité de la métrique selon la 4^e composante ct . Car il se trouve alors que, de la (bi)caractéristique [17], par un simple calcul de proportions, on peut tirer (8):

$$[18] \quad \frac{dx^i}{p^i} = \frac{p_\mu dx^\mu}{p_\mu p^\mu} = \frac{dx^\mu dx_\mu}{p^\mu dx_\mu} = \frac{dt}{m}$$

où le produit $p_\mu dx^\mu$ est le covecteur impulsion-énergie, de phy-dimension « action », $dx_\mu dx^\mu$ est la métrique, et le rapport dx^i/p^i mérite donc d'être dénommé « *passion* ». On a la relation importante suivante:

$$[19] \quad \text{action} \times \text{passion} = \text{métrique}$$

Ainsi la signature de la métrique doit figurer dans celle de la 1-forme d'impulsion-énergie $p_\mu dx^\mu = p_i dx^i - Hdt$. Ceci est valable en général pour un espace de configuration de dimension n quelconque (9).

Quant au remarquable travail de A. Lautman, qui date de 1946 (10), ce n'est guère avant 1980 que nous en avons pris effectivement connaissance, grâce à une réédition. Notre ignorance de ce travail, d'ailleurs, est partagée par presque la totalité des physiciens, car Lautman écrit en philosophe des sciences.

Tout comme nous, mais en définitive, avant nous, Lautman oppose dans son mémoire « deux sortes de propriétés sensibles du temps, celles qui se rattachant aux notions de *dimensions* et d'*orientation* sont des propriétés *géométriques* du temps, et celles qui, se rattachant à la notion d'*évolution*, déterminent en particulier les propriétés *dynamiques* des corps » (p. 257). Plus loin, il oppose encore « temps coordonnée » à « temps paramètre » (comme nous, donc) (p. 272), et « temps repère » à « temps facteur d'évolution » (p. 277). Mais cette dualité, nous dit encore Lautman, « existe déjà au niveau des mathématiques pures, indépendamment de tout souci d'application à l'univers. (...) Le temps physique sous toutes ses formes n'est que la réalisation sensible d'une structure qui se manifeste déjà dans le domaine intelligible des mathématiques. » (p. 266)

Il n'est pas dans notre intention de refaire ici la démonstration de Lautman: qu'on se reporte pour cela à la référence indiquée. Elle tourne essentiellement autour du traitement de la résolution tant des équations aux dérivées partielles du premier ordre par la méthode des caractéristiques de Monge que de celle des équations différentielles (totales). Pour les premières, en effet, leur intégration se ramène à

celle des équations différentielles qui définissent leurs courbes caractéristiques, donc à un processus semblable à l'intégration des secondes. Dans les deux cas, on est confronté à deux entités mathématiques distinctes : les champs de vecteurs, d'une part, et les courbes intégrales d'autre part, les uns et les autres relatifs aux équations différentielles considérées, et porteurs de la différence entre conception dimensionnelle et conception paramétrique du temps.

Dans le champ des applications au discours physique, la relativisation rend compte, bien sûr, de son premier modèle historique einsteinien. La Théorie de la Relativité Restreinte se ramène en effet entièrement à la relativisation de l'espace physique tridimensionnel et du paramètre temps en une VD d'espace-temps quadridimensionnelle. Comme la démarche historique d'Einstein est bien différente de la reconstruction structurale que nous proposons, se pose naturellement la question de son succès. Notre réponse, ici-même, ne peut être que succincte, pour des raisons de place disponible.

Einstein n'a pris au sérieux l'approche quadridimensionnelle de Minkowski qu'avec l'attaque du problème de la généralisation de sa première théorie de la relativité. Mais, après de nombreuses tentatives infructueuses en sens contraire, il avait su se convaincre de s'appuyer sur la base sûre de l'électromagnétisme de Maxwell et de remettre en question la mécanique et la cinématique classiques. Nous savons aujourd'hui exprimer les équations du champ de Maxwell structurellement, par une 2-forme différentielle sur la VD d'espace-temps, soit $\frac{e}{c} B_{\mu\nu} dx^\mu \wedge dx^\nu$, $\mu, \nu \in \{1, 2, 3, 4\}$, elle-même dérivée extérieure de la 1-forme d'énergie-impulsion électromagnétique (de mégéthos « action », soit : $\frac{e}{c} A_\mu dx^\mu$. Les transformations de Lorentz laissent invariantes aussi bien la 2-forme que la 1-forme. Par le postulat de relativité, il doit en aller de même pour la 1-forme d'énergie-impulsion inertielle $p_\mu dx^\mu$. On a déjà montré antérieurement (11) que cette invariance suffit précisément à déterminer complètement la transformation de Lorentz, qui devient purement cinématique du fait que de la (bi)caractéristique [17] on dérive immédiatement la proportion :

$$[20] \quad \frac{dt}{d\tau} = \frac{m}{m_0}$$

Cette transformation est bien une rotation dans une métrique hyperbolique en t .

C'est donc l'électromagnétisme qui fixe la quadridimensionnalité de l'espace-temps (alors que la (bi)caractéristique [17] peut s'étendre à n quelconque). En effet, les équations de source sont données par la 2-forme Hodge-étoile duale de la 2-forme de champ, ce qui fixe n à 4. (12). Ainsi la variété espace-temps quadridimensionnelle est liée étroitement à l'interaction électromagnétique. Ceci n'est plus nécessairement vrai si l'on tient compte d'autres interactions, p. ex. les interactions faibles.

Une autre manifestation possible de la relativisation semble intervenir dans les travaux en cours de notre collègue A. G. M. Janner sur les cristaux incommensurables. Ce serait là le fait nouveau que les positivistes inductivistes exigent d'une nouvelle théorie avant de la considérer sérieusement. Cependant, l'accroissement de cohérence qu'apporte cette reconstruction structurale devrait au moins satisfaire les empiristes logiques. Quant aux structuralistes (bourbachiques), ils devraient être heureux du succès de cette dérivation d'une théorie jusqu'ici jugée hautement révolutionnaire.

Nos remerciements chaleureux vont à notre ami et collègue A. G. M. Janner, pour ses conseils toujours avisés, tant de forme que de fond. Nous remercions également notre ancien assistant et ami P. A. Kroes, dont les remarques et critiques nous ont souvent servi d'aiguillon.

NOTES ET RÉFÉRENCES

- (1) La reconstruction structurale apparaît comme une « sophisticated rational reconstruction » par rapport à I. Lakatos. Elle évite les entorses à l'histoire, parfois scandaleuses, qui entachent le modèle original de Lakatos.
- (2) Voir ¹ pour plus de détails sur la quantification. Nous préparons une étude plus approfondie sur ce sujet: « Sur deux insuffisances majeures de la Mécanique Classique: Relativité et Quanta ».
- (3) E. C. G. STUECKELBERG DE BREIDENBACH et P. B. SCHEURER, *Thermocinétique phénoménologique galiléenne*, Birkhäuser Verlag, Basel und Stuttgart, 1974, p. 80.
- (4) P. B. SCHEURER, « Leibnizian Quantum Structure, Irreversible Dynamics, Quantum Kinematics, and all that », *Arch. Sc. Genève*, 34, n° 3 (1981), p. 383-388.
- (5) Il y a plusieurs façons de tirer une racine carrée d'une forme quadratique. En voici trois d'une utilisation courante en physique:

$$|dz|^2 = d\bar{z} dz \quad \text{pour les complexes}$$

$$ds = \sqrt{g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu} = \begin{cases} g_{\mu\nu} \frac{dx^\mu}{ds} dx^\nu = u_\mu dx^\mu & \text{covecteur} \\ \gamma_\mu dx^\mu & \text{cospineur} \end{cases}$$

- (6) Y. CHOQUET-BRUHAT, *Géométrie différentielle et systèmes extérieurs*, Dunod, Paris, 1968, p. 167.
- (7) P. A. KROES, *An Inquiry into the Structure of Physical Time*, thèse de l'Université Catholique de Nimègue, Pays-Bas, 1982.
- (8) Il y a lieu de symétriser la (bi)caractéristique en y incorporant la deuxième loi de Newton $F^i = dp^i/dt$:

$$\text{passion: } \frac{d\tau}{m_0} = \frac{dp^\mu}{m_0 F^\mu} = \frac{ix_\mu dp^\mu}{m_0 (ix_\mu) F^\mu} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{-\vartheta_0 dE_0}{-\vartheta_0 E_0 (dm_0/d\tau)} = \frac{dS(E_0)}{S_0 (dm_0/d\tau)}$$

avec $S(E_0)$ l'entropie de l'élément de système et ϑ_0 la température naturelle propre de Stueckelberg ($\vartheta = -1/T$, où T est la température absolue), un paramètre d'évolution isomorphe à un temps imaginaire: $\vartheta = -it$. Formellement donc, $dS/d\tau = -\vartheta_0 dE_0/d\tau \geq 0$ relie l'augmentation de l'entropie à celle de la masse propre, une interprétation qui s'impose naturellement en thermodynamique relativiste. On retrouve la correspondance structurale entre action et entropie en tant que deux réalisations physiques différentes de l'information.

- (9) On peut même s'essayer à la métrique sur l'espace des états de la Mécanique Classique, d'élément (p^i, q^i, t) , $i \in \{1, 2, \dots, n\}$.

$$d\sigma^2 = dy^2 + dq^2 - c^2 dt^2 \quad \text{avec} \quad y^i = \frac{\lambda_0 p^i}{\rho_0}$$

le cône isotrope « lumière » de cette métrique généralise l'équation elliptique de l'oscillateur harmonique. On trouve en effet :

$$(\lambda_0/E_0)^2 F^2 + c^{-2}v^2 = 1$$

- (10) A. LAUTMAN, « Le problème du temps », 1946, dans *Essai sur l'unité des mathématiques*, 10/18, Paris, 1977, p. 254-280.
- (11) P. B. SCHEURER, « La transformation de Lorentz comme invariance des formes d'action », *Arch. Sc. Genève*, 24, Comptes rendus NS 6 (1971), p. 99-103.
- (12) P. B. SCHEURER, *Révolutions de la science et permanence du réel*, PUF « Croisées », Paris, 1979. Traduction espagnole 1982.
- (13) La constante h contient p par la relation de Broglie, d'où le passage à la forme quadratique !