

Les deux types d'abaques des anciens grecs et leur jetons quinaires

Autor(en): **Schärlig, Alain**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Archives des sciences et compte rendu des séances de la Société**

Band (Jahr): **54 (2001)**

Heft 2

PDF erstellt am: **22.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-740514>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Archs Sci. Genève	Vol. 54	Fasc. 2	pp. 69-75	Septembre 2001
-------------------	---------	---------	-----------	----------------

LES DEUX TYPES D'ABAQUES DES ANCIENS GRECS ET LEURS JETONS QUINAIRES

PAR

Alain SCHÄRLIG*

(Ms reçu le 27.4.2001, accepté le 29.5.2001)

ABSTRACT

The two kinds of abacus of the ancient Greek and their quinary stones. - To explain the two types of abacus (flat surfaces engraved with columns) used by the ancient Greek to carry out their computations using stones, we first discuss their acrophonic numeral system and its quinary signs. The stones which take on a quinary value in the abacus are the corollary of those quinary signs. And it is the positions of the latter that determine the type of abacus. The first has on the left of each of its main columns (units, tens, hundreds etc.) a quinary column (5, 50, 500 etc.), whereas the second type places the quinary stone at the head of the column. We then go on to discuss the alphabetical numeral system, which is not incompatible with the abacus and, finally, the lineage of the greek abacus and its quinary stones up to the Renaissance.

Key-words: Abacus, quinary jetons, acrophonic numeral system, alphabetic numeral system.

Les anciens Grecs avaient deux types d'abaques. C'est ce qui ressort d'une enquête minutieuse, relatée dans un livre récent [Schärlig 2001a], et consacrée à un sujet inédit: établir en toute rigueur comment les Grecs pratiquait *concrètement* le calcul élémentaire, malgré la difficulté que représentaient l'une et l'autre de leurs numérations.

Le but du présent article est de revenir, en adoptant un point de vue plus mathématique, sur ces deux types d'abaques et sur le rôle déterminant qu'y jouaient les chiffres et les jetons *quinaires*, spécialité grecque adoptée ensuite par les Romains.

Il est établi – nous n'y reviendrons pas – que les Grecs utilisaient des abaques pour leurs calculs. Il s'agissait de surfaces planes en bois ou en pierre – mais seules celles de pierre nous sont parvenues, car le bois ne se conserve pas pendant deux millénaires sous le climat grec –, pourvues de colonnes, sur lesquelles ils déplaçaient des «cailloux» qui étaient vraisemblablement des galets plus ou moins ronds. Par analogie avec ce qui s'est passé plus tard, chez les Romains et ensuite au Moyen Age, nous préférons parler de *jetons*.

Il est bien connu également que les Grecs ont utilisé deux numérations, l'acrophonique et l'alphabétique. Certains considèrent que la seconde est venue après la

* Université de Lausanne, ch. de Calabry 19, CH-1233 Bernex-Genève.

première, mais il existe de bonnes raisons de penser maintenant que toutes deux ont coexisté dès le 5^e siècle avant notre ère¹. Ce qui n'est pas contesté en revanche, c'est qu'au cours des siècles suivants l'alphabétique a supplanté l'acrophonique, qui avait totalement disparu au tournant de notre ère.

La numération acrophonique

La numération acrophonique est intimement liée à l'abaque grec, sans qu'on puisse dire d'ailleurs lequel des deux a engendré l'autre. C'est donc par elle que nous commençons. Elle est constituée des lettres numérales présentées à la figure 1. Les puissances de 10 ainsi que le 5 sont des *lettres*, initiales du nombre qu'elles représentent², mais elles jouent le rôle de *chiffres* et c'est ainsi que nous les nommerons. Le 1 ne répond pas à cette règle: c'est un trait vertical, comme dans de nombreuses autres numérations, héritage probable des coches qu'ont tracées les hommes sur des os ou des baguettes au tout début de leurs comptages.

Ϟ	Μ	Ϟ	Χ	Ϟ	Η	Ϟ	Δ	Ϟ	
50 000	10 000	5 000	1 000	500	100	50	10	5	1

Fig. 1.

Les chiffres de la numération acrophonique. La variante choisie est celle en usage en Attique, où l'on note néanmoins des variations d'une inscription à l'autre.

Quant aux signes exprimant 5 fois une puissance de 10, comme 50 ou 500, ce sont des combinaisons: un grand 5 – la lettre Ϟ de l'époque avait une jambe plus courte que l'autre – à l'intérieur duquel est représentée la puissance de 10 correspondante. Ce sont ces chiffres que nous avons décidé d'appeler *quinaires*, vieux mot français désignant un multiple de 5. Ils jouent un rôle de sténographie, en évitant qu'on doive écrire plus de quatre fois le même chiffre lorsqu'on écrit un nombre.

Cette numération se caractérise en effet par son principe *additif*. Tout comme l'ont fait les Egyptiens avant les Grecs, et les Romains après eux, on y écrit chaque chiffre autant de fois qu'il est nécessaire pour constituer un nombre. Or si l'on ne disposait pas des quinaires, il faudrait par exemple écrire neuf fois Δ dans un nombre comportant neuf dizaines. Grâce au quinaire en revanche, on n'aura à écrire Ϟ que quatre fois. Ce n'est d'ailleurs pas tant l'écriture qui pose problème, mais la lecture: c'est un trait fondamental de l'être humain que de ne pas pouvoir dénombrer d'un coup d'œil – donc sans les compter – plus de quatre objets similaires alignés³.

¹ Notamment parce qu'on a trouvé à Athènes une plaque de marbre (identification épigraphique: *IG I³ 1387*) et des tessons, qui portent des chiffres alphabétiques et qui ont été datés du 5^e siècle.

² Respectivement *Pente* (5), *Déka* (10), *Hékaton* (100), *Chilioi* (1000) et *Murioi* (10000).

³ Les Egyptiens n'avaient pas inventé les quinaires, mais on voit très bien qu'ils étaient conscients de ce phénomène: ils écrivaient les chiffres identiques par groupes de trois ou quatre, superposés.



Fig. 2.

Le nombre 7832 dans la numération acrophonique, exprimé par l'addition des chiffres $5000 + 1000 + 1000 + 500 + 100 + 100 + 100 + 10 + 10 + 10 + 1 + 1$. Grâce aux quinaires on n'a pas dû écrire 8 fois le chiffre 100 ou 7 fois le chiffre 1000. Et surtout, il n'est pas nécessaire, lorsqu'on déchiffre le nombre, de *compter* les chiffres identiques.

Les jetons quinaires

Le même constat a certainement joué un rôle dans l'élaboration des abaqués grecs. Voilà pourquoi il n'est pas possible de dire si c'est l'abaque qui s'est adapté à la numération acrophonique, ou si c'est cette dernière qui a été démarquée de l'abaque. Le fait est que les abaqués comportent des *positions* quinaires, et cela sous deux formes différentes qui nous font séparer ces pièces en deux *types*.

Le fonctionnement de base de l'abaque fait penser au boulier (dont il est certainement l'ancêtre). Dans des colonnes, on place des jetons pour représenter un premier nombre, puis d'autres jetons pour en représenter un second, après quoi on procède à l'opération voulue⁴. Un jeton prend donc une valeur *ou une autre* selon qu'il est placé dans telle colonne ou telle autre: placé dans la colonne des unités il «vaut» 1, mais s'il se trouve dans celle des milliers il «vaut» 1000.

Il est donc théoriquement possible d'avoir jusqu'à neuf jetons dans une colonne. Mais alors on se trouve devant la difficulté de les dénombrer, parce qu'il faut les compter. C'est là qu'intervient le quinaire: on remplace cinq jetons unitaires par un jeton quinaire, et du coup le plus grand nombre de jetons d'une colonne qu'on aura à dénombrer sera quatre, ce qui pourra se faire d'un coup d'œil.

Mais comment savoir alors que tel jeton est quinaire, c'est-à-dire qu'il équivaut à cinq jetons «normaux» – nous les appellerons par la suite *unitaires* – dans sa colonne? La réponse trouvée par les Grecs, ce fut de définir des emplacements de l'abaque où la valeur prise par un jeton équivaut à cinq jetons unitaires. Ces emplacements, ce sont les *positions quinaires*. Et comme les Grecs ont résolu le problème de deux manières différentes, ils ont défini deux types différents d'abaques.

Les deux types d'abaques

Dans le premier type, que nous avons appelé à *colonnes alternées*, la position quinaire relative à une colonne est constituée d'une nouvelle colonne, immédiatement à gauche de cette colonne. On voit à la figure 3 ce qu'il faut entendre par là. Un abaque typique de cette famille est celui trouvé à Minoa⁵, dans l'île d'Amorgos. Dans le second type, que nous avons appelé à *colonnes décimales*, la position quinaire relative à une colonne est un espace en haut de celle-ci. L'abaque repéré à Erétrie⁶, dans l'île d'Eubée, est typique de cette catégorie.

⁴ Le *modus operandi* des opérations arithmétiques sur l'abaque serait bien trop long à développer dans cet article; on pourra se référer à la partie *Les opérations* de l'ouvrage cité.

⁵ Identification épigraphique: *IG XII 7 282*.

⁶ Identification épigraphique: *IG XII 9 894*.

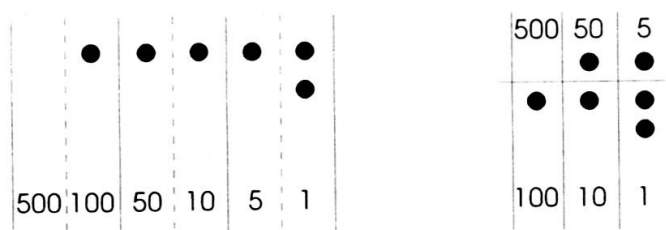


FIG. 3.

Les deux manières de placer sur l'abaque le jeton qui en remplace cinq (ici pour exprimer le nombre 167) : à gauche le jeton est placé dans un dédoublement de la colonne correspondante, à droite il est posé dans un espace en tête de sa colonne. L'abaque de gauche est dit à *colonnes alternées*, celui de droite à *colonnes décimales*. Les chiffres sont une explication pour le lecteur moderne, exprimée dans notre numération.

Concrètement, la mise en place d'un nombre *écrit en acrophonique* sur un abaque à colonnes alternées se fait d'une manière presque machinale. Pour y installer le nombre de la figure 2 par exemple, on place dans chaque colonne autant de jetons qu'il y a de chiffres correspondants dans le nombre: un jeton dans la colonne des 5000, deux dans celle des 1000, et ainsi de suite. C'est ce qu'on voit à la figure 4.

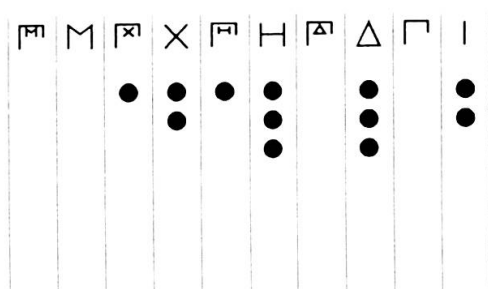


FIG. 4.

Le nombre 7832 posé sur un abaque à colonnes alternées. Il a suffi de placer machinalement autant de jetons dans chaque colonne qu'il y avait de chiffres correspondants dans l'écriture du nombre en acrophonique.

Sur un abaque à colonnes décimales, le même principe peut être appliqué, mais d'une manière un peu moins machinale. Il suffit de se concentrer un peu, et de placer les jetons quinaires *au-dessus* de la double série de chiffres. C'est ce qu'on voit à la figure 5.

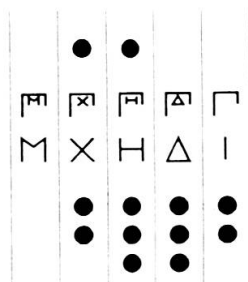


FIG. 5.

Le nombre 7832 posé sur un abaque à colonnes décimales. La pose a demandé un peu plus d'attention que sur l'abaque à colonnes alternées.

La lecture d'un nombre, sur l'abaque, obéit aux mêmes considérations. Elle est relativement facile sur l'abaque à colonnes alternées, où le lecteur doit regarder les colonnes par paires (la colonne des 100, par exemple, et sa voisine quinaire des 500). Et elle est tout simplement facile sur l'abaque décimal, où la lecture se fait colonne par colonne, en dénombrant les jetons unitaires du bas, et en ajoutant 5 s'il y a un jeton dans le haut.

La numération alphabétique

C'est l'autre numération que connaissaient les Grecs. Elle est aussi additive, mais on n'y écrit jamais deux fois le même chiffre. Elle recourt en effet à tout l'alphabet comme son nom l'indique, et elle peut donc attribuer à chaque quantité de base un signe qui lui est propre. On n'écrit pas 30 sous la forme de trois signes 10, mais sous la forme d'un signe unique qui signifie 30. La table de la figure 6 montre les 27 signes de cette numération.

A	B	Γ	Δ	E	F	Z	H	Θ
1	2	3	4	5	6	7	8	9
I	K	Λ	M	N	Ξ	O	Π	Ϟ
10	20	30	40	50	60	70	80	90
P	Σ	T	Υ	Φ	X	Ψ	Ω	Ϡ
100	200	300	400	500	600	700	800	900

FIG. 6.

Les chiffres de la numération alphabétique, constitués de tout l'alphabet grec et de trois lettres archaïques d'origine phénicienne.

Comme l'alphabet grec ne comportait que 24 lettres, il a fallu le compléter. Trois lettres archaïques, héritées comme toutes les autres de l'alphabet des Phéniciens, ont été appelées à la rescousse. Il s'agit respectivement du *digamma* qui représente 6, du *koppa* (90) et du *san* (900). Quant aux milliers, ils s'écrivaient au moyen des chiffres de la première ligne, précédés d'une apostrophe. Pour le reste, le principe additif de l'écriture est le même: on écrit côte à côte les chiffres qui constituent un nombre, comme on le voit à la figure 7.

'ZΩAB

FIG. 7.

Le nombre 7832, écrit en numération alphabétique. Il est exprimé par l'addition des chiffres 7000 + 800 + 30 + 2.

L'abaque en numération alphabétique

On considère généralement que l'abaque a été mis au rancart par l'entrée en scène progressive, devenue ensuite exclusive, de la numération alphabétique. Il n'en est rien, et une pièce archéologique permet à elle seule d'affirmer le contraire: un abaque trouvé à Laurion, en Attique, comporte la même disposition des chiffres que celui d'Erétrie – il est donc à colonnes décimales – mais ses chiffres sont alphabétiques. Et il date du 1^{er} siècle de notre ère, donc d'un moment où la numération alphabétique était devenue la seule employée. Il faut dire à la décharge des auteurs auxquels nous faisons allusion que cette pièce n'a été identifiée comme abaque que tout récemment.

Mais même sans cet indice, il n'aurait pas été raisonnable de penser que l'abaque ne convenait pas aux utilisateurs de la numération alphabétique. Car il est une véritable machine à calculer. Et même s'il est très lié à la numération acrophonique, rien n'empêche de s'en servir lorsqu'on veut effectuer un calcul dont la donnée a été écrite en alphabétique. Il suffit en effet de lire d'abord, à haute voix ou dans sa tête, le premier nombre en cause; d'«entendre» quel est dans ce nombre le multiplicateur de chaque puissance de 10; et de placer la quantité correspondante de jetons dans chaque colonne.

Devant le nombre écrit à la figure 7 par exemple, on dit à haute voix – en grec, bien sûr! – *sept mille huit cents trente deux*, et on entend qu'il comporte 7 milliers, 8 centaines, 3 dizaines et 2 unités. On pose alors un jeton quinaire et deux jetons unitaires dans la colonne des milliers d'un abaque à colonnes décimales, et le reste à l'avenant. Et le tour est joué. Cet abaque peut ne comporter aucun chiffre marquant ses colonnes, ou porter des chiffres alphabétiques comme celui de Laurion. Le recours à l'abaque à colonnes alternées semble en revanche très peu probable, pour un utilisateur de la numération alphabétique, car il est trop lié à la numération acrophonique.

Après les Grecs

L'abaque a perduré longtemps. On en trouve des traces chez les Romains, sous la forme de pièces portatives en bronze, dont les jetons sont retenus par une glissière. Ils sont du type à *colonnes décimales*, et comportent donc des jetons quinaires en haut de leurs colonnes. Divers indices permettent de penser que les Romains utilisaient aussi de plus grand abaques, qui n'étaient pas destinés à être déplacés, et qui étaient peut-être en bois ce qui expliquerait qu'on n'en ait pas retrouvé.

Le fait que les Romains aient employé des abaques n'est pas surprenant: leur numération relevait du même principe que l'acrophonique des Grecs, avec des chiffres quinaires, mais avec la complication supplémentaire de la préposition (un chiffre se soustrait d'un autre s'il est placé devant lui, comme dans IV). Le recours à une «machine à calculer» s'imposait alors à eux pour la même raison qu'il s'était imposé aux Grecs.

Et comme les chiffres romains sont restés rois en Europe pendant tout le Moyen Age et jusque tard dans la Renaissance, il n'est pas non plus étonnant que l'abaque les ait accompagnés. De nombreux livres des 15^e et 16^e siècles expliquent comment réaliser

les quatre opérations «sur des lignes», qui sont en fait une évolution des colonnes de l'abaque grec. Un jeton placé *sur* une ligne prend une valeur équivalant à une puissance de 10, et s'il est posé entre deux lignes il prend une valeur... quinaire!

Le jeton quinaire, certainement inventé par les Grecs, a ainsi survécu plus de deux mille ans à leur civilisation.

BIBLIOGRAPHIE

- SCHÄRLIG, A. 2001a. *Compter avec des cailloux, le calcul élémentaire sur l'abaque chez les anciens Grecs*, Presses polytechniques et universitaires romandes, Lausanne, 338 pages.
- SCHÄRLIG, A. 2001b. Une pièce trouvée à Laurion: c'est un abaque! *Zeitschrift für Papyrologie und Epigraphik*, Band 134, p. 137-138.

