Zeitschrift: Bulletin de l'Association suisse des électriciens

Herausgeber: Association suisse des électriciens

Band: 5 (1914)

Heft: 3

Artikel: Über Wasserstoss und Überspannung

Autor: Kummer, W.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-1056620

Ueber Wasserstoss und Ueberspannung.

Von Prof. Dr. *W. Kummer,* Ingenieur, Zürich.

Hinweise auf die Analogie im Auftreten von Wasserstössen (auch als „Wasserschläge" bezeichnet) in Rohrleitungen und im Auftreten von Ueberspannungen in elektrischen Leitungen sind schon wiederholt gemacht worden. Indessen dürfte man sich doch noch nicht allseitig hinreichend bewusst sein, dass man, im Grunde genommen, wenn es sich um die rechnerische Verfolgung der Erscheinungen des Wasserstosses, bezw. der ebenfalls aus Schaltvorgängen enstandenen Ueberspannung handelt, auf hydraulischem Gebiete, wie auf elektrischem Gebiete, sozusagen dieselben mathematischen Formeln, natürlich mit geänderten Symbolen und Zahlenwerten, verwendet. Mit andern Worten, es ist zur Zeit dem Elektrotechniker, wenn er Ueberspannungsvorgänge im Anschluss an die Arbeiten von *O. Heaviside* und an die von *K. W. Wagner* herausgegebene Schrift „Elektromagnetische Ausgleichsvorgänge in Freileitungen und Kabeln" [1]), rechnerisch behandelt, im Allgemeinen kaum bekannt, dass schon 1903 von *L. Alliévi* eine vollkommen entsprechende Methode für die Berechnung von Wasserstössen in der Schrift „Allgemeine Theorie über die veränderliche Bewegung des Wassers in Leitungen" [2]) mitgeteilt worden ist.

Die Uebereinstimmung in der Berechnungsweise der hydraulischen und der elektromagnetischen Ausgleichsvorgänge in Leitungen beruht auf der Vernachlässigung dämpfender Wirkungen, wobei hier wie dort der Ausgleich zu unverzerrt fortschreitenden Wellen führt, die sich auf der hydraulischen Leitung mit Schallgeschwindigkeit, auf der elektrischen Leitung mit Lichtgeschwindigkeit fortpflanzen. Der Energieaustausch beruht dann für den hydraulischen Vorgang in der Wechselwirkung der Geschwindigkeitsenergie und der elastischen Energie, für den elektrischen Vorgang in der Wechselwirkung zwischen elektrischer und elektromagnetischer Feldenergie[3]).

1. Zur Entstehung von Wasserstoss und Ueberspannung.

Bei *hydraulischen Schaltvorgängen* in einer Leitung von der lichten Querschnittsfläche 1 (1 cm^2) handle es sich um Wasser von der normalen Massendichte:

$$D = \frac{1}{981} \quad gr/cm^3 \text{ pro } cm/sec^2$$

bei einem Elastizitätsmodul:

$$E = 2{,}04 \times 107 \ gr/cm^2$$

Der Einfluss der Rohrwandung sei vorläufig ausser Betracht gezogen. Tritt bei Verschiebung der Längeneinheit (1 cm) Wasser eine Unterbrechung der Verschiebung u (in cm/sec) ein, dann wird pro Volumeneneinheit (d. h. pro 1 cm^3) eine Geschwindigkeitsenergie:

$$D \cdot \frac{u^2}{2}$$

frei und gibt Anlass zu einer elastischen Formänderungsenergie pro Volumeneinheit (d. h. pro 1 cm^3) von:

$$\frac{1}{E} \cdot \frac{p^2}{2}$$

[1]) Erschienen im Verlag von B. G. Teubner, Leipzig und Berlin 1908.

[2]) In deutscher Uebersetzung von *R. Dubs* und *V. Bataillard,* erschienen bei J. Springer, Berlin 1909.

[3]) Seit der Einsendung vorliegender Arbeit, deren Grundgedanken der Verfasser übrigens schon am 17. Januar 1914 vor der Ueberspannungskommission des S. E. V. entwickelte, an die Redaktion des „Bulletin", erschien in den Nummern 7 und 8 laufenden Bandes der „E. T. Z." eine ebenfalls die Tendenz des Vergleichs von Wasserstoss und Ueberspannung verfolgende Arbeit von Dr. *L. Binder,* Charlottenburg.

wobei mit p die entstehende elastische Spannung (in gr/cm²) bezeichnet ist. Aus der Gleichheit dieser Energien folgt:

$$p = u \cdot \sqrt{D \cdot E}$$

Gemäss den angegebenen Zahlenwerten für D und E folgt:

$$\sqrt{D \cdot E} = \sim 144 \text{ gr sec/cm}^3 .$$

Ist somit beispielsweise:

$$u = 100 \text{ cm/sec} = 1 \text{ m/sec}$$

dann wird:

$$p = 14400 \text{ gr/cm}^2 = 14{,}4 \text{ kg/cm}^2$$
$$= 144 \text{ Meter Wassersäule}$$

d. h. für plötzliches Abdrosseln einer Wassergeschwindigkeit von 1 m/sec entsteht bei den der Rechnung zu Grunde liegenden Verhältnissen ein Wasserstoss von einer Druckhöhe gleich 144 Meter (bezw. gleich 14,4 Atmosphären).

Berücksichtigt man jetzt auch noch den Einfluss der elastischen Rohrwandung, so ist zu beachten, dass dann die Energie der Formänderung sich zusammensetzt aus einem Anteil für die Deformation der Flüssigkeit und einem Anteil für die Deformation des Rohrs vom Elastizitätsmodul E_r und vom Durchmesser d und der Wandstärke δ; für die Energien ist nun zu setzen:

$$\left(\frac{1}{E} + \frac{1}{E_r} \cdot \frac{d}{\delta}\right) \cdot \frac{p^2}{2} = 1 \cdot D \cdot \frac{u^2}{2}$$

so dass dann der Ausdruck:

$$p = u \cdot \sqrt{\frac{D}{\frac{1}{E} + \frac{1}{E_r} \cdot \frac{\mathrm{d}}{\delta}}}$$

ensteht, der für absolut starre Rohre mit $E_r = \infty$ in die frühere Form übergeht.

Bei den bisherigen Zahlenwerten für D und E und für Eisenrohre üblicher Abmessungen und Festigkeit ist etwa:

$$\sqrt{\frac{D}{\frac{1}{E} + \frac{1}{E_r} \cdot \frac{d}{\delta}}} = \sim 100 \text{ gr sec/cm}^3$$

Wenn nun beispielsweise:

$$u = 100 \text{ cm/sec} = 1 \text{ m/sec}$$

dann folgt:

$$p = 10000 \text{ gr/cm}^2 = 10{,}0 \text{ kg/cm}^2$$
$$= 100 \text{ Meter Wassersäule}$$

d. h. für plötzliches Abdrosseln einer Wassergeschwindigkeit von 1 m/sec ensteht bei den der Rechnung zu Grunde liegenden Verhältnissen ein Wasserstoss von einer Druckhöhe gleich 100 Meter (bezw. gleich 10 Atmosphären).

Gehen wir nun an die Behandlung der Verhältnisse bei *elektrischen Schaltvorgängen.* In einer Leitung von der Länge 1 (1 cm) sei l der Koeffizient der Selbstinduktion (in Henry pro cm) und c die elektrische Kapazität (in Farad pro cm). Wird die Stromstärke i (in Ampère) unterbrochen, dann wird eine magnetische Energie:

$$l \cdot \frac{i^2}{2}$$

frei und umgesetzt in elektrische Energie von der Grösse:

$$c \cdot \frac{e^2}{2}$$

wenn mit e die Spannung (in Volt) bezeichnet wird. Aus der Gleichheit dieser Energien folgt:

$$e = i\sqrt{\frac{l}{c}}$$

Für den praktisch wichtigen Fall einer Freileitung mit zwei Drähten, für die beispielsweise das Verhältnis: $\frac{\text{Abstand der Drahtachsen}}{\text{Drahtdicke}}$ gleich 100 ist, hat man pro 1 cm Leitungslänge:

$$l = 1{,}95 \times 10^{-8} \text{ Henry/cm}; \quad c = 0{,}61 \times 10^{-13} \text{ Farad/cm}$$

bezw. in absolutem Mass:

$$l = 1{,}95 \times 10^{-8} \times 10^{+9}; \quad c = 0{,}61 \times 10^{-13} \times 10^{-9}$$

woraus folgt:

$$\sqrt{\frac{l}{c}} = \sqrt{\frac{1{,}95 \times 10^{-8} \times 10^{9}}{0{,}61 \times 10^{-13} \times 10^{-9}}} = 565 \times 10^{9} = 565 \text{ Ohm}$$

Wenn nun beispielsweise:

$$i = 100 \text{ Ampère}$$

so folgt:

$$e = 56500 \text{ Volt}$$

d. h. für plötzliches Ausschalten einer Stromstärke von 100 Ampère ensteht bei den der Rechnung zu Grunde liegenden Verhältnissen eine Ueberspannung von 56 500 Volt.

2. Zur Wanderung von Wasserstoss und Ueberspannung.

Wenn wir im *Wasserrohr*, dessen Wandung zunächst ausser Berücksichtigung bleibt, vom Querschnitt 1 (1 cm^2), an der Stelle mit der von einem bestimmten Ursprung aus gemessenen Abszisse x eine *Verschiebung der Flüssigkeitssäule* vom Betrage u (in cm/sec) und an der um das Längenelement dx weiter vom Ursprung abliegenden Stelle $x + dx$ eine Verschiebung vom Betrage $u + \frac{\partial u}{\partial x} dx$ haben, dann gilt für die im Raumelement $1 \cdot dx$ herrschende elastische Kraftänderung:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[1 \cdot E \cdot \left(u + \frac{\partial u}{\partial x} dx\right) - 1 \cdot E \cdot (u)\right] = E \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \cdot dx$$

und für die diesem Raumelement entsprechende Trägheitskraftänderung:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[dx \cdot 1 \cdot D \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)\right] = D \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \cdot dx$$

Aus der Gleichheit der beiden Kraftänderungen folgt:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{E}{D} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

Setzt man:

$$\frac{E}{D} = a^2$$

so stellt:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{d^2 u}{\partial x^2}$$

die bekannte Differentialgleichung für unverzerrt fortschreitende Wellen der Variablen u dar. Ihre allgemeine Lösung lautet:

$$u = \Phi(x - a \cdot t) + \Psi(x + a \cdot t)$$

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit a der Wellen der Variablen u ergibt sich für die früher schon festgelegten Zahlenwerte von E und von D zu:

$$a = \sqrt{\frac{E}{D}} = \sqrt{\frac{2{,}04 \times 10^7}{1/981}} = \sim 1{,}45 \times 10^5 \text{ cm/sec}$$

und entspricht der Schallgeschwindigkeit im Wasser. Der Variablen u ist stetig eine Variable p (in gr/cm²) zugeordnet, für die eine entsprechende Differentialgleichung gilt, nämlich:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}$$

mit einer entsprechenden allgemeinen Lösung:

$$p = \varphi(x - a \cdot t) + \psi\,(x + a \cdot t)$$

Betrachtet man lediglich die Ausbreitung in einer Richtung der Rohraxe, dann genügt für die Auswertung der Gleichungen in u und p je das erste Glied, wobei dann zugeordnete Werte von u und p in dem Zusammenhange stehen

$$u = \frac{p}{\sqrt{D \cdot E}} = \frac{p}{Z_h}$$

Da $(u \cdot 1)$ die „Stromstärke" in der Zeiteinheit (cm³/sec) darstellt, so haben wir hier ein hydraulisches Strömungsgesetz:

$$\text{Stromstärke} = \frac{\text{Pressung}}{\text{Impedanz}}$$

für das die Impedanz Z_h (hydraulische Impedanz) uns schon aus der Betrachtung über die Entstehung des Wasserstosses bekannt ist.

Es ist jetzt auch ohne weiteres zu übersehen, wie sich bei Berücksichtigung des Einflusses der elastischen Rohrwandung die Grössen a und Z_h ändern werden. An Stelle des reziproken Elastizitätsmoduls $\frac{1}{E}$ tritt der Ausdruck:

$$\frac{1}{E} + \frac{1}{E_r} \cdot \frac{d}{\delta}$$

Damit ergibt sich dann in runden Zahlen etwa:

$$a = \sim 1{,}0 \times 10^5 \text{ cm/sec}$$
$$Z_h = \sim 100 \text{ gr sec/cm}^2$$

Damit sind die wesentlichen Konstanten für die rechnerische Behandlung der Wanderung von Wasserstössen, nämlich Fortpflanzungsgeschwindigkeit und Impedanz (scheinbarer Widerstand) gegeben, und bietet es keine Mühe, die wesentlichen Beziehungen, die für Reflexion des Wasserstosses an einem Rohrende, sowie für Uebertritt bei Rohren verschiedener Konstruktion und Dimension gelten, herzuleiten.

Wenden wir uns nun zur Herleitung des *Wanderungsgesetzes von Ueberspannungen*. Auf einer elektrischen Leitungsbahn möge an der Stelle mit der von einem bestimmten Ursprung aus gemessenen Abszisse x eine Stromstärke vom Betrage i (in Ampère) und an der um das Längenelement dx weiter vom Ursprung abliegenden Stelle $x + dx$ eine Stromstärke vom Betrage $i + \frac{\partial i}{\partial x} dx$ herrschen. Weiter sei für das Element dx der Wert der Kapazität gleich $c \cdot dx$ (in Farad) und der Wert der Selbstinduktion gleich $l \cdot dx$ (in Henry). Im Leiterelement dx tritt nun als Aenderung der elektrostatischen Spannungsgrösse auf ein Wert:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\left(\frac{i + \frac{\partial i}{\partial x} dx}{c}\right) - \left(\frac{i}{c}\right)\right] = \frac{1}{c} \cdot \frac{\partial^2 i}{\partial x^2} dx$$

Es tritt aber auch eine Aenderung der elektrodynamischen Spannungsgrösse ein, von einem Wert:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[l \cdot dx \cdot \frac{\partial}{\partial t}\left(i+\frac{\partial i}{\partial x}dx\right)-l \cdot dx \cdot \frac{\partial}{\partial t}(i)\right]=l \cdot \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} \cdot dx$$

Aus der Gleichheit der beiden Spannungsänderungen folgt:

$$\frac{\partial^2 i}{\partial t^2}=\frac{1}{l \cdot c} \cdot \frac{\partial^2 i}{\partial x^2}$$

setzt man:

$$\frac{1}{l \cdot c}=v^2$$

so stellt:

$$\frac{\partial^2 i}{\partial t^2}=v^2 \cdot \frac{\partial^2 i}{\partial x^2}$$

wiederum die bekannte Differentialgleichung für unverzerrt fortschreitende Wellen, diesmal für die Variable i dar. Es gilt die allgemeine Lösung:

$$i=\Phi(x-v \cdot t)+\Psi(x+v \cdot t)$$

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit v der Wellen der Variablen i ergibt sich für die früher schon festgesetzten Zahlenwerte von l und von c zu:

$$v=\frac{1}{\sqrt{l \cdot c}}=\frac{1}{\sqrt{1{,}95 \times 10^{-8} \times 10^{9} \times 0{,}61 \times 10^{-13} \times 10^{-9}}}=\sqrt{\frac{10}{1{,}19}} \times 10^{10}$$
$$=\sim 2{,}90 \times 10^{10}\,\mathrm{cm/sec}$$

und entspricht also angenähert der Lichtgeschwindigkeit. Der Variablen i ist stetig die Variable e (in Volt) zugeordnet, für die eine entsprechende Differentialgleichung gilt, nämlich:

$$\frac{\partial^2 e}{\partial t^2}=v^2 \cdot \frac{\partial^2 e}{\partial x^2}$$

mit einer entsprechenden allgemeinen Lösung

$$e=\varphi(x-v \cdot t)+\psi(x+v \cdot t)$$

Betrachtet man wiederum lediglich die Ausbreitung in einer Richtung der Leitung, dann genügt für die Auswertung der Gleichungen in i und e das erste Glied, wobei dann zugeordnete Werte von i und e in dem Zusammenhange stehen:

$$i=\frac{e}{\sqrt{\frac{l}{c}}}=\frac{e}{Z_e}$$

Wir haben hier ohne weiteres ein Analogiegesetz zum Gesetze von Ohm, da ja gilt:

$$\text{Stromstärke}=\frac{\text{Spannung}}{\text{Impedanz}}$$

Die hier aufretende Impedanz Z_e (elektrische Impedanz) ist uns schon aus der Betrachtung über die Entstehung der Ueberspannung bekannt; für die angenommenen Zahlenwerte von l und von c haben wir:

$$Z_e=565 \text{ Ohm.}$$

Es können nun auf Grund des gefundenen, zum Ohm'schen analogen Leitungsgesetzes die Vorgänge der Ausbreitung, der Reflexion und des Uebertritts von Ueberspannungen mit Leichtigkeit nach dem Schema der gewöhnlichen Leitungsberechnungen rechnerisch behandelt werden, wie namentlich durch *W. Petersen*, *R. Rüdenberg* und *E. Pfiffner* für die verschiedenen, insbesondere auch mit Rücksicht auf sog. Ueberspannungsschutz in Betracht fallenden Anordnungen von elektrischen Leitungsbahnen und Kombinationen solcher mit sog. Schutz-Apparaten gezeigt worden ist. Der Verfasser vorliegender Studie hat in einem „Auftreten und Bekämpfung von Ueberspannungen in elektrischen Anlagen" betitelten, in Band LXI der „Schweiz. Bauzeitung" vor Jahresfrist erschienenen, Aufsatze die bezüglichen, für die Praxis wesentlichen Ergebnisse bisheriger grundlegender Arbeiten zusammengestellt [1]) und verweist auf diesen Aufsatz, sowie auf weitere, seither im „Bulletin" des S. E. V. erschienene Aufsätze von zusammenfassender Tendenz.

Zusammenfassung.

Wie gezeigt worden ist, besteht hinsichtlich des Entstehens und der Ausbreitung von Ausgleichsvorgängen in hydraulischen und in elektrischen Leitungen eine sehr weitgehende Analogie, die namentlich vom rechnerischen Standpunkte aus bemerkenswert erscheint. Die Uebereinstimmung besteht auf Grund der Abstraktion dämpfungsfreier Vorgänge, die zur Berechnung der höchstmöglichen Energiewandlungen im Sinne von Störungserscheinungen an hydraulischen und elektrischen Anlagen führen. Gerade darum, weil also mit grösseren Störungsenergien gerechnet wird, als tatsächlich vorkommen, ist diese Rechnungsart, als erste, genügende Annäherung an die tatsächlichen Verhältnisse, praktisch bedeutungsvoll. Die Analogie besteht nur insoweit, als es für elektrische Leitungen und Anlagen zulässig ist, Selbstinduktion und Kapazität als wesentlich massgebende Leitungskonstante zu betrachten. Das ist der Fall für Starkstromleitungen mit ausgesprochener Hochspannungsisolierung und für Leitungslängen, die bei Freileitungen unter etwa 1500 km, für Kabel unter etwa 150 km liegen. Die Analogie zwischen den hydraulischen und den elektrischen Vorgängen lässt alsdann als physikalische Konstante gleicher Wirkungsart erscheinen: einerseits elektrische Kapazität und reziproke Elastizitätsmodule von Wasser- und Rohrleitung, anderseits elektrische Selbstinduktion und Massendichte des Wassers.

[1]) Erhältlich als Sonderabdruck im Kommissions-Verlag: Rascher & Cie., Zürich und Leipzig 1913. (Preis geheftet Fr. —.50.)