

Zeitschrift: Bulletin de l'Association suisse des électriciens
Herausgeber: Association suisse des électriciens
Band: 5 (1914)
Heft: 4

Artikel: Régimes permanent et changements de régime dans les circuits électriques [suite]
Autor: Landry, J.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-1056621>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 25.12.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

SCHWEIZ. ELEKTROTECHNISCHER VEREIN

BULLETIN

ASSOCIATION SUISSE DES ÉLECTRICIENS

Erscheint monatlich mit den Jahres-Beilagen „Statistik der Starkstromanlagen der Schweiz“ sowie „Jahresheft“ und wird unter Mitwirkung einer vom Vorstand des S. E. V. ernannten Redaktionskommission herausgegeben.

Alle den Inhalt des „Bulletin“ betreffenden Zuschriften sind zu richten an das

Generalsekretariat

des Schweiz. Elektrotechnischen Vereins,
Neumühlequai 12, Zürich 1 - Telephon 9571

Alle Zuschriften betreffend Abonnement, Expedition und Inserate sind zu richten an den

Verlag: Fachschriften-Verlag & Buchdruckerei
A.-G., Zürich

Bahnhofstrasse 61, Zürich I (Telephon 6741)

Publié sous la direction d'une Commission de Rédaction nommée par le Comité de l'A. S. E.

Ce bulletin paraît mensuellement et comporte comme annexes annuelles la „Statistique des installations électriques à fort courant de la Suisse“, ainsi que l'„Annuaire“.

Prière d'adresser toutes les communications concernant la matière du „Bulletin“ au

Secrétariat général

de l'Association Suisse des Electriciens
Neumühlequai 12, Zurich 1 - Téléphone 9571

Toutes les correspondances concernant les abonnements, l'expédition et les annonces, doivent être adressées à l'éditeur:

Fachschriften-Verlag & Buchdruckerei S. A.
Zurich

Bahnhofstrasse 61, Zurich I (Téléphone 6741)

Abonnementspreis
für Nichtmitglieder inklusive Jahresheft und Statistik:
Schweiz Fr. 15.—, Ausland Fr. 25.—.
Einzelne Nummern vom Verlage Fr. 1.50 plus Porto.

Prix de l'abonnement annuel (gratuit pour les membres de l'A. S. E.), y compris l'Annuaire et la Statistique, Fr. 15.—
pour la Suisse, Fr. 25.— pour l'étranger.
L'éditeur fournit des numéros isolés à Fr. 1.50, port en plus.

V. Jahrgang
V^e Année

Bulletin No. 4

April 1914
Avril

Régimes permanents et changements de régime dans les circuits électriques.

Par J. Landry, professeur, Lausanne.

(Suite.*)

Changements de Régime.

Dans les chapitres précédents, nous avons exposé, en nous tenant à l'essentiel, un certain nombre de faits caractérisant les *régimes permanents* de circuits soumis à des forces électromotrices constantes (cas du courant continu) ou variant périodiquement (cas des courants alternatifs sinusoidaux et des courants alternatifs de forme quelconque.) Ces régimes permanents ou *régimes forcés* nous sont apparus comme des *solutions particulières d'équations différentielles ordinaires à coefficients constants* dans le cas des courants continus (v et i indépendants du temps, mais variant avec la distance) et dans le cas des courants alternatifs intéressant des circuits localisés ou pouvant être considérés comme tels parceque très courts par rapport à leur longueur d'onde (v et i variant périodiquement; i indépendant de la distance), et comme des *solutions particulières d'équations aux dérivées partielles à coefficients constants* dans le cas des courants alternatifs intéressant des circuits étendus à constantes distribuées ou uniformément réparties (v et i fonctions du **temps** et de la **distance**). En ce qui concerne ce dernier cas, nous avons montré l'emploi qui pouvait être fait du mode de représentation par quantités complexes (méthode symbolique) *lorsqu'on avait affaire à des grandeurs périodiques simples ou alternatives sinusoidales* et nous avons montré comment l'on pouvait **dans ce cas** déterminer graphiquement les grandeurs caractérisant un régime permanent bien défini. Enfin, nous nous sommes surtout attaché à mettre en évidence l'effet des constantes r, g, l

*) Voir: numéro de février, pages 33 à 52.
numéro de mars, pages 77 à 102.

et c , ainsi que celui de la fréquence f , effet qui consiste en un *affaiblissement ou amortissement simple* (en valeur seulement; cas du courant continu) ou en un *affaiblissement complexe* (en valeur et en phase: cas des courants alternatifs) que les grandeurs v et i subissent **en distance**.

Or, si la connaissance exacte des phénomènes dont les circuits électriques peuvent être le siège en régime permanent est de la plus haute importance, il est non moins important de connaître la façon dont ces régimes permanents s'établissent à partir du moment de la fermeture du ou des circuits intéressés, de savoir comment l'état électrique disparaît à partir du moment de l'ouverture d'un circuit ou simplement de la suppression de la force électromotrice créatrice de l'état préalable, de savoir comment se fait le passage d'un régime permanent à un autre (variations de charge brusques), à quels phénomènes un circuit peut être exposé du fait de variations ayant leur origine dans des circuits voisins, etc. etc. En un mot, il est extrêmement important, afin de pouvoir en prévenir ou en atténuer les effets, de connaître les valeurs des *tensions* et des *courants transitoires* qui peuvent prendre naissance *entre* certains points ou *dans* certaines parties d'un circuit lorsque celui-ci passe d'un régime permanent à un autre et quelle que soit la cause de ce changement.

Il n'est pas exagéré de dire que l'on se trouve là en présence d'un „monde“ dans lequel il y a encore beaucoup à explorer, à expérimenter, monde hérissé de difficultés de toutes sortes, difficultés d'ordre pratique autant, si ce n'est plus, que d'ordre théorique. Ainsi, nous ne possédons encore que des renseignements bien imparfaits sur les propriétés des appareils au moyen desquels s'opèrent l'ouverture et la fermeture des circuits, sur celles des appareils dont les circuits eux-mêmes sont composés, sur le degré d'efficacité de certains appareils de protection au moyen desquels on prétend éviter des effets plus ou moins légitimement attendus. On ne sait que fort peu de chose sur la nature des influences d'origine externe auxquelles les circuits électriques sont exposés (valeur et fréquence des décharges atmosphériques directes ou indirectes). Et on pourrait multiplier les exemples. A ces difficultés d'ordre pratique ou expérimental viennent s'ajouter des difficultés d'ordre théorique, surtout d'ordre mathématique, car dès que l'on veut sortir des schémas simplifiés et des hypothèses simplificatrices dont la considération n'offre pas d'inconvénients tant que l'on se borne à l'étude des régimes forcés ou permanents, mais qu'il est pour le moins risqué de vouloir étendre à celle des *régimes libres*, l'on se heurte à des calculs pour ainsi dire inextricables, sans compter que les équations dont on part, pour légitimes qu'elles sont en ce qui concerne certaines parties des circuits et à la condition que l'on détache son esprit des représentations habituelles, cessent d'être applicables à des circuits d'appareils dans lesquels la transmission d'énergie ne se fait plus exclusivement ou principalement suivant l'axe des conducteurs.

Cependant, il faut constater que d'immenses progrès ont été réalisés dans ces toutes dernières années. Tandis qu'il y a relativement peu de temps, la plupart des accidents dont lignes, machines et appareils peuvent avoir à souffrir étaient invariablement attribués à des phénomènes de **résonance**, on se rend compte maintenant, grâce aux travaux si remarquables de *K. W. Wagner* et de tous ceux qui, depuis, ont suivi le sillon tracé par lui, que bien des effets jusqu'alors inexplicables résultent de phénomènes de **propagation** et, en particulier, des **réflexions d'ondes** à front plus ou moins raide qui se produisent aux points de transition, c'est-à-dire aux points de jonction de circuits ou de conducteurs ayant des constantes différentes (caractéristiques). Il convient d'ailleurs de rappeler encore à cette place le nom du physicien-mathématicien anglais *Heaviside*, dont les travaux originaux ne sont malheureusement que trop peu connus, sans doute parcequ'ils ont tous trait à la transmission téléphonique et peut-être à cause des notations mathématiques employées qui, pour être utilisées convenablement, exigent un entraînement spécial (analyse vectorielle). On trouve dans «*Electromagnetic Theory*», spécialement dans le deuxième volume* (Papers 1895—1899) la théorie complète des ondes planes, avec de très nombreuses applications aux circuits composés de conducteurs parallèles fermés à leurs extrémités sur les générateurs et les récepteurs les plus variés; on y trouve également une théorie complète des

phénomènes de réflexions à laquelle les publications les plus récentes n'ont somme toute pas ajouté grand'chose, si ce n'est de les avoir adaptées au cas de la propagation des courants industriels ordinaires. Mais le mérite des auteurs qui ont ainsi donné un regain d'actualité à des travaux méconnus ou oubliés n'en est pas moins très grand. Celui de *K. W. Wagner*, en particulier, est immense, car cet auteur, un télégraphiste-téléphoniste aussi, a non seulement donné en un langage mathématique qui se rapproche davantage de celui auquel les ingénieurs sont habitués ou préparés la théorie des phénomènes transitoires dans le temps et dans l'espace (voir *Elektromagnetische Ausgleichvorgänge in Freileitungen und Kabeln* 1908) mais il a aussi publié depuis (voir *E.T.Z.* 1911 No. 36, 37 et 38; *E. T. Z.* 1912, Nr. 50 et 51; *Archiv für Elektrotechnik* 1912, No. 2) des relevés oscillographiques qui illustrent d'une façon saisissante, en même temps qu'ils en confirment le bien fondé, les théories contenues dans l'excellent traité de 1908.

Comme il ne saurait être question d'entrer dans beaucoup de détails à cette place, nous allons passer en revue un certain nombre de cas typiques en nous bornant à ce qu'il y a d'essentiel et non sans avoir rappelé ce qui suit:

*Si l'on considère un circuit dans lequel un régime permanent soit établi, régime caractérisé par la tension v_1 régnant en un instant entre deux points bien déterminés et par l'intensité i_1 du courant traversant au même instant le circuit au point correspondant, si l'on vient à modifier les conditions de fonctionnement, le passage du régime permanent ancien au régime permanent nouveau v_2 et i_2 que l'on aurait au même instant ne se fait pas instantanément. Il y a toujours une période de **transition** pendant laquelle un **régime libre** se superpose au régime permanent nouveau. Ce régime libre est nécessairement amorti et son allure dépend essentiellement des constantes du circuit.*

Si donc l'on désigne par v_t et i_t les valeurs des tension et intensité de courant caractérisant le *régime libre* en un instant quelconque pris à partir de l'instant $t=0$ auquel le changement de régime a lieu et par v et i les tension et intensité de courant réellement existantes au même instant, on aura:

$$(108) \quad \begin{cases} v = v_2 + v_t \\ i = i_2 + i_t \end{cases}$$

Toutes ces grandeurs v et i sont des fonctions de la seule variable indépendante **temps** t dans le cas de circuits localisés ou pouvant être considérés comme tels; elles sont des fonctions des variables indépendantes **temps** t et **distance** x dans le cas général de circuits étendus ou à constantes distribuées. Dans les deux cas, les termes transitoires v_t et i_t sont *amortis dans le temps*, c'est-à-dire qu'ils s'évanouissent, le plus souvent très rapidement. Autrement dit, le passage du régime permanent 1 au régime permanent 2 est, en général, *très rapide*.

Il va d'ailleurs sans dire que toutes les grandeurs v , v_1 , v_2 , v_t et i , i_1 , i_2 , i_t doivent satisfaire aux lois physiques exprimées par les équations (1), (3), (4), (5), (6) et (7) que nous avons rappelées dans l'introduction (voir Bulletin, pages 34 et 36), ainsi qu'aux conditions particulières imposées au circuit.

Ceci posé, considérons quelques exemples en commençant par des cas se rapportant à des

Circuits localisés.

I. — Soit, figure 22, un générateur de force électromotrice constante E et de résistance intérieure négligeable, et un circuit extérieur de résistance R et de self-inductance constante L , parfaitement isolé et sans aucune capacité.

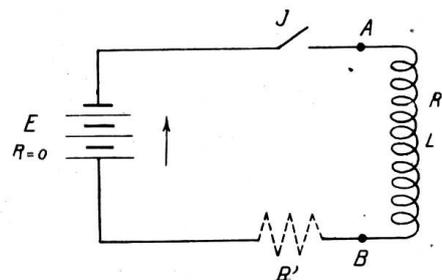


Fig. 22.

Supposons qu'au temps $t = 0$ l'interrupteur J soit fermé. Le courant i ne prend pas instantanément sa valeur de régime permanent $I_2 = \frac{E}{R}$, car, tandis qu'il croît à partir de 0 ($I_1 = 0$, régime permanent ancien), une force électromotrice de self-inductance $-L \frac{di}{dt}$ s'oppose à sa variation. La loi d'Ohm [voir formule (1)] donne :

$$(109) \quad E = Ri + L \frac{di}{dt}, \text{ d'où}$$

$$i = \frac{1}{L} \int_0^t E e^{-\frac{R}{L}t} dt + A e^{-\frac{R}{L}t}.$$

Comme E est constant, il vient immédiatement en tenant compte des conditions initiales, c'est-à-dire en tenant compte de ce que $i = 0$ au temps $t = 0$:

$$A = -\frac{E}{R}, \text{ et par conséquent}$$

$$(110) \quad \left\{ \begin{array}{l} i = \frac{E}{R} - \frac{E}{R} e^{-\frac{R}{L}t} = I_2 + i_t \\ \text{pour l'intensité du courant, et} \\ v = E = V_2 + 0 \end{array} \right.$$

pour la tension entre extrémités du circuit extérieur. Il n'y a donc, dans ce cas simple, aucun terme transitoire dans l'expression de v , ce qui est dû au fait que le générateur a été supposé être de résistance négligeable et que le dit générateur est supposé fournir une tension indépendante de son débit.

On voit ainsi que le courant croît *graduellement* et qu'il n'atteint sa valeur de régime I_2 qu'au bout d'un temps infiniment grand, le terme transitoire i_t ne devenant nul que pour $t = \infty$.

D'autre part, on voit qu'en un instant quelconque t l'intensité du courant i diffère de sa valeur de régime permanent I_2 d'une quantité d'autant plus petite que le quotient $\frac{R}{L}$ est grand ou que le quotient $\frac{L}{R}$ est petit. Ainsi, le temps θ , au bout duquel i ne diffère que de 1 % de I_2 , est déterminé par :

$$e^{-\frac{R}{L}\theta} = \frac{1}{100}, \text{ d'où}$$

$$(111) \quad \theta = \frac{L}{R} 2,302 \log_{10} (100) = 4,604 \frac{L}{R}.$$

Ce temps est donc d'autant plus petit que $\frac{L}{R}$ est petit. La quantité $\frac{L}{R}$, homogène à un temps, porte le nom de **constante de temps**. C'est le temps au bout duquel

$$i = I_2 \left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right) = I_2 \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} = 0,63 \frac{E}{R}.$$

Dans la figure 23, nous avons représenté i , I_2 et i_t pour un circuit de résistance $R = 50 \Omega$ et de self-inductance $L = 25$ henry, soumis à une force électromotrice de $E = 100$ V. La constante de temps de ce circuit très inductif est de 0,5 secondes, et l'équation du courant est

$$i = 2 [1 - e^{-2t}]$$

Le temps nécessaire pour que le courant atteigne une valeur qui ne diffère que de 1 % de I_2 est $\theta = 2,3$ secondes.

Il s'agit là, bien entendu, d'un circuit très inductif tel que celui des inducteurs d'un petit moteur à courant continu excité en dérivation. Dans un circuit tel que celui d'un

groupement de lampes, le courant s'établit beaucoup plus rapidement, en un temps presque inappréciable, en raison de la faible valeur de L . Ainsi, si l'on considère un groupe de 4 lampes placées en dérivation à l'extrémité d'une artère de distribution de 50 m. de longueur, la self-inductance de ce circuit pouvant être estimé à 0,00005 henry, le courant i aura la valeur $0,99 I_2$ au bout d'un temps $\theta = 4,6 \cdot 10^{-6}$ secondes.

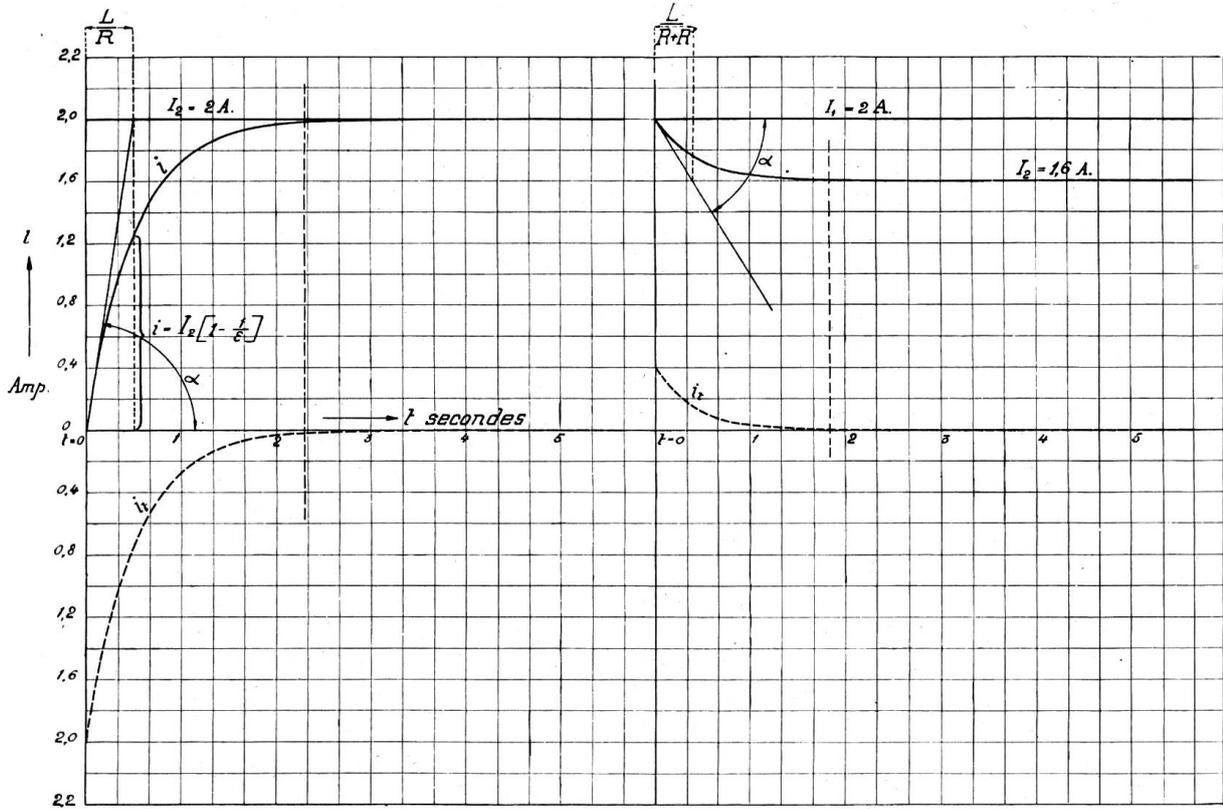


Fig. 23.

Il y a lieu de remarquer que tant que le régime I_2 n'est pas établi, l'énergie fournie par le générateur n'est pas tout entière transformée en chaleur. Ainsi, au bout du temps t le générateur a fourni l'énergie

$$W_g = \int_0^t E i dt = \frac{E^2}{R} \left[t + \frac{L}{R} e^{-\frac{R}{L}t} - \frac{L}{R} \right]$$

tandis que celle qui correspond à la quantité de chaleur dégagée pendant le même temps est

$$W_j = \int_0^t R i^2 dt = \frac{E^2}{R} \left[t + \frac{2L}{R} e^{-\frac{R}{L}t} - \frac{L}{2R} e^{-\frac{2R}{L}t} - \frac{L}{R} \left(2 - \frac{1}{2} \right) \right].$$

Si le temps t est suffisamment grand pour que l'on puisse négliger les termes exponentiels, c'est-à-dire au moment où le régime I_2 peut être considéré comme pratiquement établi, on a :

$$W_g = \frac{E^2}{R} \left[t - \frac{L}{R} \right]; \quad W_j = \frac{E^2}{R} \left[t - \frac{3}{2} \frac{L}{R} \right]$$

et la différence

$$(112) \quad W_m = W_g - W_j = \frac{1}{2} \frac{E^2}{R} \frac{L}{R} = \frac{1}{2} L I_2^2$$

représente l'énergie magnétique accumulée dans le champ du circuit.

II. — Supposons que le régime I_2 soit établi et qu'en un instant que nous désignons de nouveau par $t=0$ on insère brusquement dans le circuit une résistance non-inductive R' . Le courant passe alors de la valeur I_2 , régime permanent ancien dans ce cas, au régime permanent nouveau $I_2' = \frac{E}{R+R'}$ et cela graduellement en suivant la loi:

$$(113) \quad E = (R + R') i + L \frac{di}{dt}$$

avec la condition: $i = \frac{E}{R} = I_2$ pour $t = 0$. On aura donc:

$$(114) \quad i = \frac{E}{R+R'} + \left[\frac{E}{R} - \frac{E}{R+R'} \right] \varepsilon^{-\frac{R+R'}{L}t} = I_2' + (I_2 - I_2') \varepsilon^{-\frac{R+R'}{L}t} = I_2' + i_t'$$

pour l'intensité du courant en chaque instant. Le régime permanent nouveau I_2' n'est donc atteint qu'au bout d'un temps infiniment grand. Mais i se rapproche d'autant plus rapidement de I_2' que la nouvelle constante de temps $\frac{L}{R+R'}$ est plus petite et dans tous les cas plus rapidement qu'il ne s'était établi dans le circuit de résistance R , puisque $\frac{L}{R+R'} < \frac{L}{R}$.

De plus, en ce qui concerne la différence de potentiel v entre extrémités du premier circuit (AB , figure 22), on voit facilement puisque i diminue et que la force électromotrice de self-inductance tend à s'opposer à cette variation, que le circuit AB se comporte comme un générateur de force électromotrice propre $-L \frac{di}{dt}$ et qu'au premier instant la différence de potentiel s'élèvera brusquement de la valeur $E = RI_2$ à la valeur

$$v = E + \left(-L \frac{di}{dt} \right)_{t=0} = E + (R + R') (I_2 - I_2').$$

L'introduction brusque d'une résistance non-inductive R' provoque une **surtension** de valeur

$$(R + R') (I_2 - I_2') = (R + R') \frac{E}{R+R'} \frac{R'}{R} = E \frac{R'}{R}$$

et de très faible durée. Cette surtension est d'autant plus grande que R' est plus grand; elle deviendrait donc infiniment grande si l'on ouvrait instantanément le circuit. Mais, en réalité, l'arc qui se formerait à ce moment-là aurait pour effet de maintenir fermé le circuit, pendant un temps appréciable, bien que court, et la surtension d'ouverture, bien que restant de valeur finie, pourrait néanmoins être considérable et provoquer la rupture des isolants. Il est donc de règle de ne jamais ouvrir un circuit d'électro-aimant sans l'avoir préalablement shunté par une résistance ou par un condensateur de capacité suffisante, ou bien, lorsqu'il s'agit par exemple d'un moteur en dérivation, d'ouvrir le circuit sur le conducteur commun à l'induit et à l'inducteur.

Enfin, remarquons qu'à partir du moment $t=0$ de l'introduction de la résistance supplémentaire R' jusqu'au moment où le régime permanent nouveau I_2' peut être considéré comme établi, l'énergie fournie par le générateur a pour expression

$$W_g = \int_0^t E i dt = E \int_0^t \left[I_2' + (I_2 - I_2') \varepsilon^{-\frac{R+R'}{L}t} \right] dt,$$

tandis que celle qui correspond à la quantité de chaleur dégagée par le circuit (effet Joule) est

$$W_j = (R + R') \int_0^t i^2 dt = (R + R') \int_0^t \left[I_2' + (I_2 - I_2') e^{-\frac{R+R'}{L}t} \right]^2 dt.$$

On voit aisément, après quelques calculs qui n'offrent aucune difficulté, que $W_j > W_g$ et que la différence

$$W_j - W_g = \frac{1}{2} L [I_2^2 - I_2'^2] = W_m$$

représente l'énergie restituée par le champ du circuit, tandis que le courant dans celui-ci passe de la valeur I_2 à la valeur I_2' .

Si au temps $t = 0$ le générateur avait été supprimé et remplacé par la résistance R' , mais sans qu'il y ait interruption, le courant aurait passé de la valeur I_2 à la valeur 0, suivant la loi

$$i = I_2 e^{-\frac{R+R'}{L}t} = 0 + i_t'$$

et l'énergie magnétique emmagasinée dans le champ $W_m = \frac{1}{2} L I_2^2$ aurait été toute entière transformée en chaleur par effet Joule du courant transitoire i_t' dans la résistance $R + R'$.

Nous avons tracé, figure 23, i , I_2' et i_t' en fonction du temps pour $R = 50 \Omega$ et $R' = 12,5 \Omega$. L'équation du courant est ainsi

$$i = 1,6 + 0,4 e^{-2,5t}$$

et la *surtension* initiale, de son côté, comporte $E \frac{R'}{R} = 25 V$.

Les phénomènes que nous venons d'esquisser jouent un grand rôle dans nombre de problèmes et particulièrement dans ceux relatifs au réglage de la vitesse ou de la tension des machines électriques. Rappelons, en particulier, le régulateur Tirrill, qui entretient dans les circuits d'excitation un régime variable en réglant constamment par excès et par défaut, ce qui rend son action beaucoup plus rapide que celle d'autres appareils réglant par ajustement.

III. — Considérons maintenant le même circuit de résistance R et de self-inductance *constante* L , et, au lieu de le soumettre à l'action d'une f. é. m. constante E , soumettons-le à celle d'une source de courants alternatifs de f. é. m. $e = f(t)$ que nous supposons capable de fournir une tension indépendante du débit i , soit $v = V \sqrt{2} \sin(\omega t + \alpha)$, α étant un angle de phase dont nous pouvons disposer à volonté de façon à faire coïncider l'instant de la fermeture avec l'origine à partir de laquelle la phase de v est comptée.

Si nous fermons le circuit au temps $t = 0$, c'est-à-dire au moment où la tension aux bornes du générateur a la valeur

$$v_{t=0} = V \sqrt{2} \sin \alpha,$$

le courant qui prend naissance dès l'instant de la fermeture est donné par la solution générale de l'équation (1), qui devient dans ce cas:

$$(115) \quad L \frac{di}{dt} + Ri = V \sqrt{2} \sin(\omega t + \alpha).$$

On a donc:

$$i = \frac{1}{L} e^{-\frac{R}{L}t} \int V \sqrt{2} \sin(\omega t + \alpha) e^{\frac{R}{L}t} dt + A e^{-\frac{R}{L}t}$$

En intégrant par parties et en tenant compte de ce que $i = 0$ au temps $t = 0$, on trouve, après quelques calculs,

$$A = -\frac{V \sqrt{2}}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \sin(\alpha - \varphi), \text{ d'où}$$

$$(116) \quad i = \frac{V\sqrt{2}}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \sin(\omega t + \alpha - \varphi) + \frac{V\sqrt{2}}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} e^{-\frac{R}{L}t} \sin(\varphi - \alpha) = i_2 + i_t$$

Le premier terme du second membre représente l'intensité du courant du régime permanent nouveau, avec

$$I_2 = \frac{V}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \text{ et } \varphi = \text{arc tg } \frac{\omega L}{R}$$

tandis que le second terme représente un courant *transitoire*, soit un courant *continu amorti* dont la valeur au temps $t = 0$, c'est-à-dire au moment de la fermeture du circuit est au plus égale à l'amplitude du courant de régime permanent, $I_2 \sqrt{2}$. Pour que le courant transitoire puisse prendre cette valeur initiale, il faut que la fermeture ait lieu (voir figure 24) au moment où la tension passe par la valeur $\pm V\sqrt{2} \sin \alpha$ avec $\alpha = \varphi \pm \frac{\pi}{2}$, c'est-à-dire au moment où le courant de régime permanent *passerait* par sa valeur maximale $I_2 \sqrt{2}$.

On voit ainsi que l'établissement d'un courant alternatif dans un circuit inductif, mais de self-inductance constante (placé dans un milieu de perméabilité constante), est caractérisé comme suit:

1. Le courant i peut être considéré comme le résultat de la superposition du courant de régime permanent i_2 qui est un courant *alternatif sinusoïdal* et d'un *courant transitoire* i_t qui est un *courant continu amorti*.

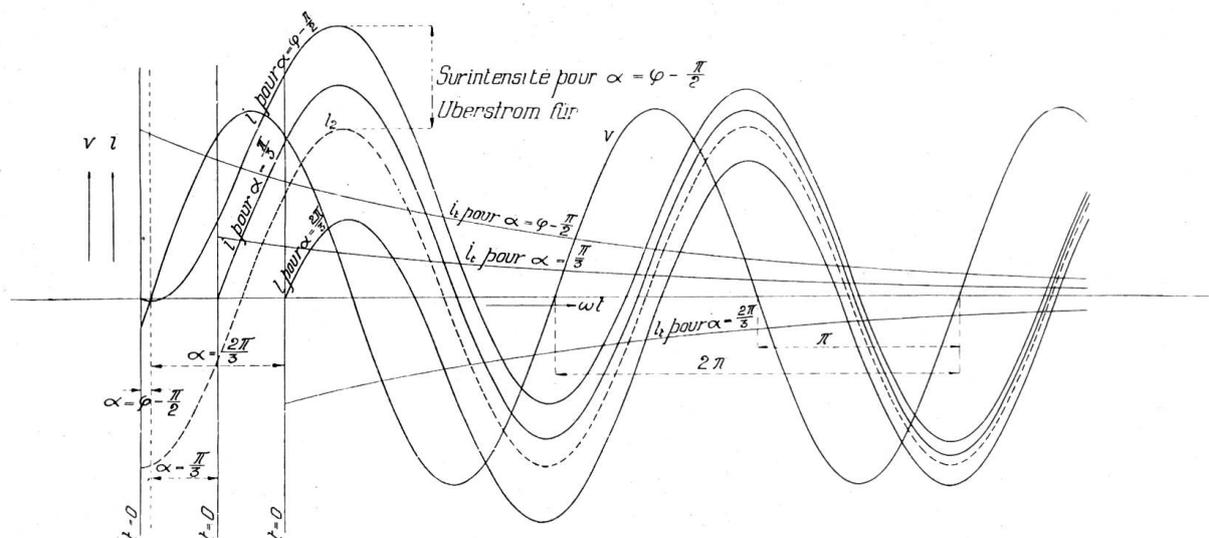


Fig. 24.

2. Le sens et la valeur initiale du courant *transitoire* varie avec l'instant de la fermeture du circuit, c'est-à-dire avec la phase de la tension au moment de la fermeture. En se reportant à la figure 24 dans laquelle nous avons tracé plusieurs courbes i pour différentes valeurs de α , on voit que ce courant est positif pour α compris entre $\varphi - \pi$ et φ et qu'il est négatif pour α compris entre φ et $\varphi + \pi$.

3. Si la fermeture se fait de telle façon que $\alpha = \varphi$ ou plus généralement $\alpha = \varphi \pm k\pi$, c'est-à-dire au moment où i_2 *serait* nul le courant transitoire disparaît et le courant i prend instantanément sa valeur de régime permanent i_2 .

4. Le courant transitoire s'évanouit d'autant plus rapidement que la constante de temps du circuit, $\frac{L}{R}$, est plus petite et l'amortissement est indépendant de la fréquence.

L'effet du courant transitoire se fait donc sentir sur un nombre de périodes d'autant plus grand que la fréquence est grande et que la constante de temps est elle-même plus grande.

5. Le courant d'établissement est toujours plus grand que le courant de régime i_2 pendant les premiers instants. Si le circuit n'a pas de résistance, c'est-à-dire s'il est purement inductif, et si la fermeture a lieu au moment où la tension est nulle, soit au moment où le courant de régime *aurait* la valeur $\frac{V\sqrt{2}}{\omega L}$, le courant d'établissement est un courant ondulatoire d'amplitude $\frac{2V\sqrt{2}}{\omega L}$.

Nous voyons donc par ce qui précède que le courant d'établissement peut dans les conditions les plus défavorables, c'est-à-dire si la fermeture a lieu au moment où la tension passe par la valeur $V\sqrt{2} \sin\left(\varphi \pm \frac{\pi}{2}\right)$ et si l'amortissement est faible, s'élever au **double** de la valeur du courant de régime permanent.

*La période d'établissement d'un courant alternatif dans un circuit inductif de self-inductance constante est ainsi caractérisée par une **surintensité** au plus égale à l'intensité du courant de régime permanent correspondant.*

La figure 24 illustre ce qui vient d'être dit. Elle se rapporte à un circuit pour lequel $R = 1,732 \Omega$, $L = 0,035 H$, $f = 50$ périodes par seconde et $V = 100$ volts.

IV. Le régime i_2 étant établi, l'ouverture brusque du circuit ou tout autre changement de régime entraîne l'apparition de tensions et courants transitoires amortis dont les valeurs dépendent essentiellement de l'instant de l'ouverture, c'est-à-dire de la phase de v et de i à cet instant. L'énergie magnétique du champ du circuit, soit $\frac{1}{2} L i^2$ libère une tension de self-inductance qui peut être notable, voire même dangereuse, car bien que les interrupteurs rompent le circuit au moment où i s'annule, il ne faut pas perdre de vue que leur action, à partir du moment où l'interruption s'opère, a pour effet d'accélérer la variation du courant (raccourcissement de l'onde rompue) et d'entraîner ainsi la production d'une *surtension* ou *pointe de tension*.

V. Les surintensités dont il a été question sous III caractérisent les circuits de self-inductance constante, c'est-à-dire les circuits placés dans des milieux de perméabilité magnétique constante (rapport constant entre champ d'induction ou flux embrassé et champ magnétisant ou courant). Mais la plupart des circuits inductifs localisés sont supportés par des noyaux de fer dont la perméabilité est essentiellement variable et qui ont en outre la propriété de rester aimantés après disparition du courant magnétisant (magnétisme rémanent). Il est alors facile de voir que dans ce cas les *surintensités* peuvent être beaucoup plus grandes que dans le cas précédent.

Considérons, par exemple, un transformateur ayant n_1 spires au primaire et qui soit ouvert au secondaire. Si on néglige les fuites qui sont toujours réduites, ainsi que la résistance de l'enroulement primaire, l'équation de ce dernier est :

$$(117) \quad L \frac{di}{dt} = V\sqrt{2} \sin(\omega t + \alpha)$$

mais il faut bien se rendre compte que dans le cas qui nous occupe i ne peut être calculé directement et qu'il faut passer par l'intermédiaire de la courbe d'induction du matériel magnétique dont le noyau du transformateur est constitué. On écrira donc l'équation (117) sous la forme

$$(118) \quad n_1 \frac{d\Phi}{dt} 10^{-8} = V\sqrt{2} \sin(\omega t + \alpha)$$

Φ désignant la valeur du flux d'induction magnétique au travers du noyau de fer, flux pour lequel il vient

$$\Phi = \frac{10^8}{n_1} \int V \sqrt{2} \sin(\omega t + \alpha) dt + A = \frac{10^8 V \sqrt{2}}{n_1 \omega} \sin\left(\omega t + \alpha - \frac{\pi}{2}\right) + A$$

Si l'on tient compte de ce que $\Phi = 0$ au temps $t = 0$, ceci en faisant abstraction du magnétisme rémanent, on obtient

$$A = \frac{10^8 V \sqrt{2}}{n_1 \omega} \sin\left(-\alpha + \frac{\pi}{2}\right), \text{ d'où}$$

$$(119) \quad \Phi = \frac{10^8 V \sqrt{2}}{n_1 \omega} \sin\left(\omega t + \alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{V \sqrt{2} 10^8}{n_1 \omega} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \Phi_2 + \Phi t$$

Le flux Φ atteindra ainsi au bout d'un temps égal à $T/2$ après le moment de la fermeture une valeur égale au double de la valeur maximum du flux Φ_2 dont le noyau est le siège en régime permanent et à ce moment-là l'intensité du courant magnétisant passera par un maximum qui, suivant l'état de saturation du noyau de fer, pourra être bien des fois plus grand que le double de l'intensité du courant correspondant au maximum du flux de régime Φ_2 . Cet effet de saturation pourra encore être exagéré par le magnétisme rémanent, si le noyau est resté magnétisé dans le sens voulu et il pourra se faire qu'au moment de la fermeture, le transformateur absorbe un courant d'intensité plusieurs fois plus grande que celle du courant de pleine charge.

Dans ce qui précède, nous avons négligé l'effet de la résistance du primaire qui agit dans le sens d'une réduction des surintensités et qui se fait sentir par un amortissement plus ou moins rapide du flux et du courant transitoires. Nous avons aussi négligé l'effet des pertes par hysteresis et par courants tourbillonnaires dans le noyau de fer, pertes qui contribuent à augmenter l'amortissement des termes transitoires. Mais il n'en reste pas moins que la fermeture du circuit d'un transformateur ou de tout autre appareil inductif à noyau de fer, tel qu'un moteur d'induction mono-ou polyphasé par exemple, peut occasionner, suivant la phase de la tension au moment de la fermeture, une *surintensité* dont les conséquences tant électriques que mécaniques sont faciles à entrevoir. Ces surintensités peuvent être réduites à des valeurs n'offrant aucun danger, au moyen de résistances appropriées placées dans des interrupteurs à contacts auxiliaires.

Des effets semblables à ceux qui précèdent se produisent également dans les alternateurs au moment d'un court-circuit direct.

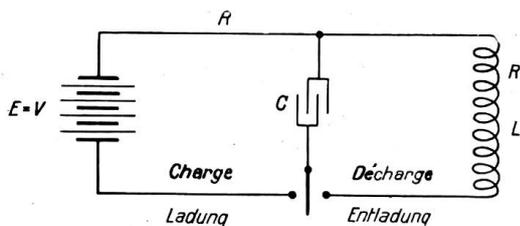


Fig. 25.

VI. Considérons maintenant un condensateur de capacité C que nous relierons à une source de potentiel constant V , au moyen de conducteurs non-inductifs de résistance R , figure 25. Admettons que le condensateur n'ait aucune charge résiduelle et qu'il soit fermé sur la source au temps $t = 0$. A un instant quelconque t , le courant de charge aura la valeur i et l'on aura, d'une part

$$v_B - v_A = -V$$

et

$$v_A - v_B = Ri + \frac{q}{C}, \text{ d'autre part,}$$

en désignant par q la charge du condensateur au même instant.

Tenant compte de ce que $i = \frac{dq}{dt}$, on obtient pour déterminer q , après avoir remplacé i par sa valeur et additionné les deux équations précédentes, l'équation différentielle ordinaire à coefficients constants

$$(120) \quad R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = V$$

dont la solution générale est

$$(121) \quad q = \frac{1}{R} \varepsilon^{-\frac{1}{CR}t} \int V \varepsilon^{\frac{1}{CR}t} dt + A \varepsilon^{-\frac{1}{CR}t}$$

Comme R , C et V sont constants, il vient immédiatement en tenant compte des conditions initiales, c'est-à-dire de ce que $q = 0$ pour $t = 0$,

$A = -CV$, et par conséquent :

$$(122) \quad \begin{cases} q = CV - CV \varepsilon^{-\frac{1}{CR}t} = Q_2 + q_t, \text{ pour la charge du condensateur} \\ i = \frac{dq}{dt} = \frac{V}{R} \varepsilon^{-\frac{1}{CR}t} = 0 + i_t, \text{ pour l'intensité du courant de} \\ \text{charge, et} \\ v = \frac{q}{C} = V - V \varepsilon^{-\frac{1}{CR}t} = V_2 + v_t, \text{ pour la tension aux bornes du} \\ \text{condensateur.} \end{cases}$$

Ces résultats montrent que la charge du condensateur ne s'opère pas instantanément et qu'il faut même un temps infiniment grand pour que le régime permanent

$$Q_2 = CV; I_2 = 0; V_2 = V,$$

soit atteint, les termes transitoires q_t , v_t et i_t ne devenant nuls que pour $t = \infty$.

On voit d'autre part qu'en un instant quelconque les grandeurs q , v et i diffèrent d'autant moins de leurs valeurs limites CV , V et 0 que $\frac{1}{CR}$ est grand ou que CR est petit.

Ainsi le temps θ au bout duquel la charge q ne diffère que de 1% de sa valeur de régime CV est ici $\theta = 4,604 CR$ (123). Pour $R = 100 \Omega$, $C = 0,01 \cdot 10^{-6}$ farad, $\theta = 4,6 \cdot 10^{-6}$ secondes.

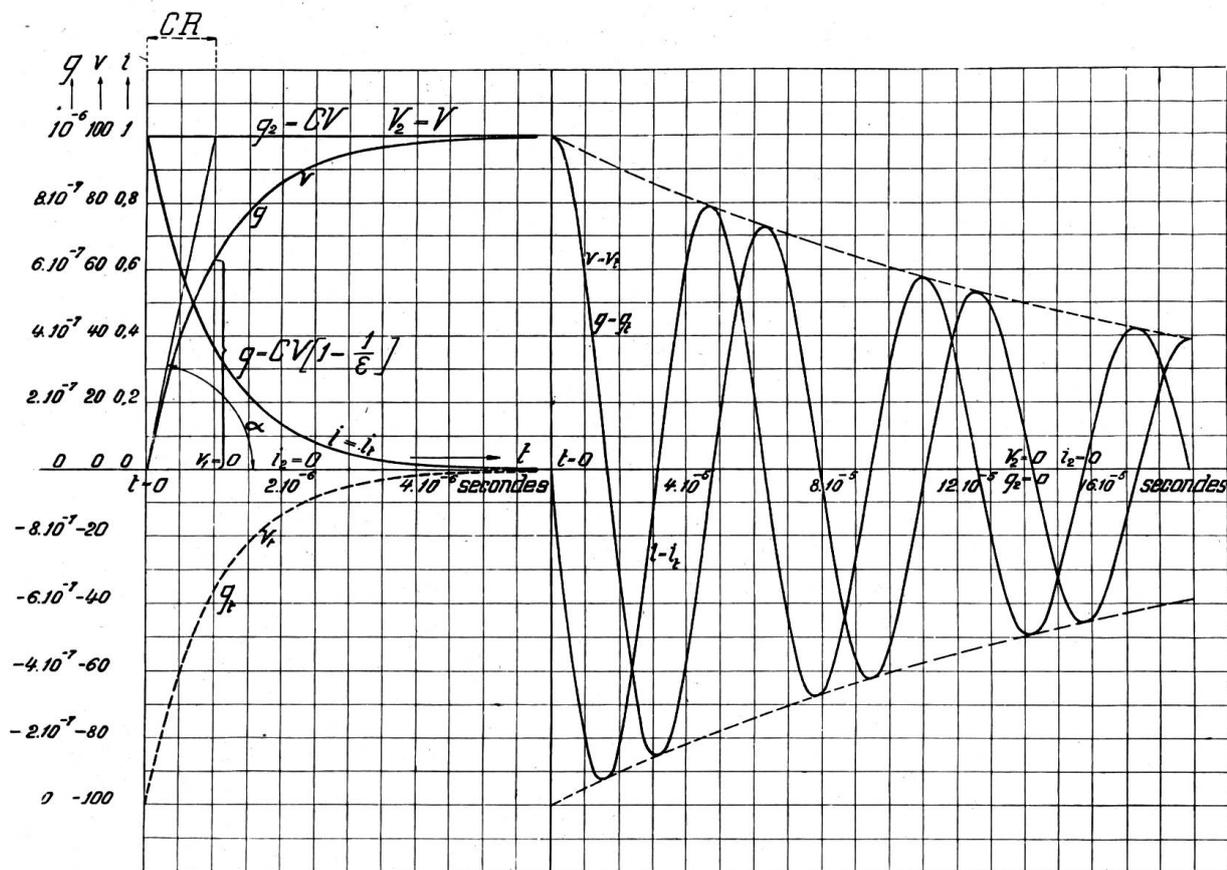


Fig. 26.

Il y a lieu d'observer que la résistance R agit dans un sens défavorable sur le temps de charge, tandis que nous avons vu sous No. 1 que cette grandeur a un effet contraire sur la vitesse avec laquelle le courant s'établit dans un circuit inductif.

Le produit CR , homogène à un temps, porte le nom de **constante de temps** du circuit de charge.

Nous avons représenté, figure 26, les grandeurs v , V_2 et v_t , ainsi que i , I_2 et i_t pour $V = 100$ volts, $R = 100 \Omega$ et $C = 0,01$ micro-farad.

Si l'on compare ces résultats avec ce que donnent les équations de conditions (108) qui caractérisent le régime variable en chaque instant, on voit qu'il y a contradiction, car d'après (108) i_t devrait être nul au temps $t = 0$, tandis que (122) donne $i_t = \frac{V}{R}$ pour $t = 0$. Mais la contradiction n'est qu'apparente, car, en fait, le courant $i = i_t$ ne saurait prendre instantanément la valeur $\frac{V}{R}$, la self-inductance des conducteurs de liaison s'y opposant, si petite soit-elle. En effet, l'analyse détaillée de ce cas montre que le courant partant de 0 croît très rapidement à la valeur $\frac{V}{R}$, mais dans un temps fini différent de 0, pour décroître ensuite (L étant supposé très petit) suivant la loi qui a été indiquée ci-dessus.

Le régime permanent de charge d'un condensateur par une source de potentiel constant est un état d'équilibre que ni la suppression du générateur, ni l'introduction de résistances, quelque grandes que soient ces dernières, ne peuvent détruire. Il ne peut donc y avoir de surtension à l'ouverture d'un tel circuit, pas plus qu'il n'y en avait pendant la charge. La décharge du condensateur ne peut être obtenue que par la suppression de la f. é. m. du générateur sur lequel il devient alors libre de se décharger ou par la suppression du générateur lui-même et le remplacement de ce dernier par un circuit inerte.

Avant d'examiner ce cas, rappelons encore que pendant la charge, du temps 0 au temps t , le générateur fournit au circuit de charge une énergie

$$W_g = Vq = CV^2 [1 - \varepsilon^{-\frac{1}{CR}t}]$$

dont la fraction

$$W_j = R \int_0^t i^2 dt = \frac{CV^2}{2} [1 - \varepsilon^{-\frac{2}{CR}t}]$$

est transformée en chaleur dans les conducteurs de liaison (effet Joule), tandis que le reste est emmagasiné sous forme d'énergie potentielle dans le condensateur, soit

$$W_c = \int_0^t \frac{q}{C} dq = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{CV^2}{2} [1 - \varepsilon^{-\frac{1}{RC}t}]^2$$

Si le temps de charge est assez long pour que l'on puisse négliger les termes exponentiels, ce qui sera le cas déjà au bout de temps très courts, on aura

$$(124) \quad W_g = CV^2; \quad W_j = \frac{1}{2} CV^2; \quad W_c = \frac{1}{2} CV^2$$

ce qui montre que le rendement de la charge sera de 50% quelle que soit la résistance des conducteurs de liaison.

VII. Considérons donc le condensateur dont il vient d'être question chargé de la quantité CV et fermons-le sur un circuit de résistance R et de self-inductance L . Il se déchargera en suivant la loi résultant de l'équation

$$(125) \quad Ri + L \frac{di}{dt} - \frac{q}{C} = 0 \quad [\text{voir formule (1)}]$$

que l'on peut encore écrire, en tenant compte de ce que $i = -\frac{dq}{dt}$,

$$(126) \quad L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

équation différentielle ordinaire du second ordre à coefficients constants dont la solution générale est

$$(127) \quad q = A_1 \varepsilon^{m_1 t} + A_2 \varepsilon^{m_2 t}$$

où m_1 et m_2 sont les racines de l'équation caractéristique

$$Lm^2 + Rm + \frac{1}{C} = 0$$

et A_1 et A_2 deux constantes d'intégration dépendant des conditions initiales. L'équation caractéristique donnant

$$(128) \quad m_1 = -\frac{R}{2L} + \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{CL}} \quad \text{et} \quad m_2 = -\frac{R}{2L} - \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{CL}}$$

on voit immédiatement que la décharge pourra revêtir deux formes différentes.

Si $R^2 \geq \frac{4L}{C}$, m_1 et m_2 sont réelles et négatives, la décharge est *apériodique* amortie

et les grandeurs q , v et i passent des valeurs CV , V et 0 à 0 sans changer de sens. En particulier, le courant commence par croître, passe par un maximum, puis décroît jusqu'à 0 en même temps que q et v . Pour que la décharge ait ce caractère dans un circuit de constantes $L = 0,01$ H et $C = 0,01$ micro-farad, il faut que R soit plus grand que ou au plus égal à

$$\sqrt{\frac{4 \cdot 0,01}{0,01 \cdot 10^{-6}}} = \sqrt{4 \cdot 10^6} = 2000 \Omega$$

Par contre, si $R^2 > \frac{4L}{C}$, m_1 et m_2 sont des quantités complexes conjuguées. On peut alors poser

$$\frac{R}{2L} = \beta, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{CL} - \frac{R^2}{4L^2}}, \quad \text{d'où (129)} \quad \begin{cases} m_1 = -\beta + j\omega_0 \\ m_2 = -\beta - j\omega_0 \end{cases}$$

et comme q est nécessairement une quantité réelle, A_1 et A_2 doivent aussi être des quantités complexes conjuguées, soit

$$(130) \quad A_1 = A \varepsilon^{j\alpha} \quad \text{et} \quad A_2 = A \varepsilon^{-j\alpha}$$

de telle sorte que q devient, après remplacement de m_1 , m_2 , A_1 , A_2 dans (127) et après quelques transformations évidentes

$$\text{puis (131)} \quad \begin{cases} q = 2A \varepsilon^{-\beta t} \cos[\omega_0 t + \alpha] \\ i = -\frac{dq}{dt} = 2A \varepsilon^{-\beta t} [\beta \cos(\omega_0 t + \alpha) + \omega_0 \sin(\omega_0 t + \alpha)] \\ \text{et enfin} \quad v = \frac{q}{C} = \frac{2A}{C} \varepsilon^{-\beta t} \cos(\omega_0 t + \alpha). \end{cases}$$

A et α sont à déterminer au moyen des conditions initiales. Dans notre cas, nous avons $q = Q = CV$ et $i = 0$ pour $t = 0$. En introduisant ces valeurs dans (131), on obtient facilement

$$(132) \quad 2A = CV \frac{\sqrt{\omega_0^2 + \beta^2}}{\omega_0} \quad \text{et} \quad \alpha = \arctg\left(-\frac{\beta}{\omega_0}\right)$$

d'où finalement

$$(133) \quad \left\{ \begin{array}{l} q = CV \frac{\sqrt{\omega_0^2 + \beta^2}}{\omega_0} \varepsilon^{-\beta t} \cos \left[\omega_0 t - \operatorname{arctg} \frac{\beta}{\omega_0} \right] = 0 + q_t \\ v = V \frac{\sqrt{\omega_0^2 + \beta^2}}{\omega_0} \varepsilon^{-\beta t} \cos \left[\omega_0 t - \operatorname{arctg} \frac{\beta}{\omega_0} \right] = 0 + v_t \\ \text{et } i = -CV \frac{\omega_0^2 + \beta^2}{\omega_0} \varepsilon^{-\beta t} \sin \omega_0 t = 0 + i_t \end{array} \right.$$

Ces relations montrent que la décharge est **périodique et amortie** dans le **temps**. Charge, différence de potentiel et intensité du courant pulsent de part et d'autre de la valeur 0 avec des amplitudes décroissant logarithmiquement ou exponentiellement. Les oscillations ainsi produites ont une pulsation ω_0 , soit une fréquence

$$(134) \quad f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{CL} - \frac{R^2}{4L^2}}$$

et la durée de chaque oscillation ou période de la décharge oscillatoire est

$$(135) \quad T_0 = \frac{1}{f_0} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{CL} - \frac{R^2}{4L^2}}}$$

f_0 et T_0 portent le nom de **fréquence** et de **période d'oscillation propre** du circuit considéré.

Lorsque la résistance est faible relativement, ce qui implique un faible amortissement, on peut poser sans grande erreur

$$(136) \quad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{CL}} \quad \text{et} \quad T_0 = 2\pi\sqrt{CL}$$

Enfin, dans le cas tout théorique où R est négligeable, l'amortissement est nul et il vient

$$(137) \quad \left\{ \begin{array}{l} q = CV \cos \frac{t}{\sqrt{CL}} = 0 + q_t \\ v = V \cos \frac{t}{\sqrt{CL}} = 0 + v_t \\ i = -V \sqrt{\frac{C}{L}} \sin \frac{t}{\sqrt{CL}} = 0 + i_t \end{array} \right.$$

Il y a alors simple échange d'énergie entre le condensateur et son circuit de décharge, tandis que lorsque R n'est pas négligeable une certaine quantité d'énergie est transformée en chaleur à chaque période jusqu'à disparition complète de la quantité d'énergie $\frac{1}{2}CV^2$ primitivement emmagasinée dans le condensateur.

Le cas de la décharge oscillante d'un condensateur est représenté figure 26 pour $V = 100$ volts, $C = 0,01$ micro-farad, $L = 0,01$ henry et $R = 100\Omega$, ce qui conduit à

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{10^{-8} 10^{-2}} - \frac{10^4}{4 \cdot 10^{-4}}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{10^{10} - \frac{1}{4} 10^8} = \frac{10^5}{2\pi} \sqrt{0,9975} = 15910$$

et c'est pratiquement le nombre de périodes auquel on est conduit en négligeant la résistance dans l'expression de f_0 . Par contre, l'amortissement de ce circuit est loin d'être négligeable, la différence de potentiel aux bornes du condensateur étant déjà réduite à

$$100 \varepsilon^{-\frac{5000}{15910}} = 100 \varepsilon^{-0,314} = 73 \text{ volts}$$

à la fin de la première oscillation.

Il est parfaitement évident d'après ce qui précède que la décharge d'un condensateur dans le cas simple qui vient d'être examiné n'est accompagnée *d'aucune surtension*.

VIII. Il n'en est plus de même pour un circuit simple dans le cas de la charge du condensateur par l'intermédiaire de conducteurs ayant résistance et self-inductance de telle façon que $R^2 < \frac{4L}{C}$

On arrive alors par des calculs semblables à ceux qui ont été indiqués ci-dessus aux expressions

$$(138) \quad \left\{ \begin{array}{l} q = CV - CV \frac{\sqrt{\omega_0^2 + \beta^2}}{\omega_0} \varepsilon^{-\beta t} \cos \left(\omega_0 t - \text{arc tg } \frac{\beta}{\omega_0} \right) = Q_2 + q_t \\ v = V - V \frac{\sqrt{\omega_0^2 + \beta^2}}{\omega_0} \varepsilon^{-\beta t} \cos \left(\omega_0 t - \text{arc tg } \frac{\beta}{\omega_0} \right) = V_2 + v_t \\ \text{et } i = CV \frac{\omega_0^2 + \beta^2}{\omega_0} \varepsilon^{-\beta t} \sin(\omega_0 t) = o + i_t \end{array} \right.$$

La charge présente donc le même caractère que la décharge à cela près que q et v , au lieu d'osciller de part et d'autre de 0, oscillent de part et d'autre de CV et V . On voit en particulier que la charge oscillante est caractérisée par une **surtension** aux bornes du condensateur, surtension qui pourrait atteindre la valeur V si l'amortissement était négligeable. Autrement dit, le condensateur peut être soumis à une tension au plus égale au **double** de celle de la source pendant les premiers instants de la charge.

IX. L'établissement d'un courant alternatif sinusoidal dans un circuit ayant résistance R , self-inductance L et capacité C présente les mêmes particularités que les cas déjà examinés. Mais il y a lieu d'ajouter que dans ce cas, c'est-à-dire lorsqu'il y a **capacité** insérée en série dans le circuit, il y a toujours, quelle que soit la phase de la tension appliquée au moment de la fermeture, un terme transitoire qui se superpose au terme représentant le régime permanent. Ce terme transitoire se rencontre aussi bien dans l'expression de la tension aux bornes de la capacité que dans celle de l'intensité du courant.

Dans le cas où les constantes du circuit satisfont à la relation $R^2 < \frac{4L}{C}$, les termes transitoires périodiques de fréquence f_0 (oscillation propre du circuit, voir formule (134)) se superposent aux termes périodiques du régime permanent dont la fréquence est celle de la source et les **surtensions aux bornes de la capacité**, en particulier, peuvent atteindre le **double** de la tension de la source, ceci à la condition toutefois que la fréquence f diffère notablement de f_0 .

Par contre, la **surtension** aux bornes de la capacité peut prendre des valeurs extrêmement grandes si la fréquence f de la source coïncide avec la fréquence d'oscillation propre du circuit ou déjà si f ne diffère que peu de f_0 , c'est-à-dire s'il y a **résonance** ou **quasi-résonance** entre générateur et circuit. On voit en effet facilement que si l'on désigne par $v = V\sqrt{2} \sin(\omega t)$, la tension du générateur, par R , L et C les constantes du circuit, la tension aux bornes du condensateur a pour expression

$$v_c = \frac{V\sqrt{2}}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \sin \left[\omega t - \text{arc tg } \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \right]$$

et que le rapport $\frac{V_c}{V}$, soit la grandeur que l'on peut appeler le **facteur de surtension**, rapport dont la valeur est

$$\frac{V_c}{V} = \frac{1}{\sqrt{\omega^2 C^2 R^2 + (\omega^2 CL - 1)^2}}$$

est maximum pour une valeur de ω (pulsation) que l'on trouve en égalant à 0 et en résolvant par rapport à ω l'équation

$$\frac{d\left(\frac{V_c}{V}\right)}{d\omega} = 0$$

En désignant par ω' la valeur cherchée, ou par f' la fréquence correspondante, on trouve facilement

$$(139) \quad \omega' = \sqrt{\frac{1}{CL} - \frac{R^2}{2L^2}} \quad \text{ou} \quad f' = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{CL} - \frac{R^2}{2L^2}}$$

tandis que la pulsation et la fréquence de l'oscillation propre du circuit sont

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{CL} - \frac{R^2}{4L^2}} \quad \text{et} \quad f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{CL} - \frac{R^2}{4L^2}} \quad [\text{voir (134)}]$$

Mais lorsque R est relativement petit, ces deux valeurs diffèrent très peu l'une de l'autre et de la valeur de f_0 pour $R = 0$, soit

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{CL}}$$

de telle sorte que le facteur de surtension pour le cas de résonance sur résistance relativement faible peut être écrit:

$$(140) \quad \frac{V_c}{V} = \frac{1}{RC\omega_0} = \frac{\sqrt{CL}}{RC} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Mais lorsque la résistance n'est plus négligeable, ce qui peut être le cas pour des harmoniques de la courbe de tension (effet des courants tourbillonnaires, circuits contenant du fer), le facteur de surtension donné par

$$(141) \quad \left(\frac{V_c}{V}\right)_m = \frac{1}{\sqrt{\omega'^2 C^2 R^2 + (\omega'^2 CL - 1)^2}} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{R^2 C}{4L}}}$$

peut être notablement plus grand que celui qui est donné par la formule dans laquelle on néglige R .

Le facteur de surtension que nous venons d'établir est le rapport de la tension V_c du condensateur à la tension V de la source en régime permanent de résonance ou quasi-résonance. Si l'on examine de près le cas considéré, on voit que pendant la période d'établissement la tension v s'élève constamment pour finir par prendre la valeur donnée par (141), de telle sorte que le rapport établi ci-dessus représente bien le facteur de surtension maximum pendant la période d'établissement du régime permanent.

Il y a lieu d'ajouter que la période d'oscillation propre des circuits simples *localisés* ou pouvant être considérés comme tels en raison de leur faible étendue relativement à leur longueur d'onde est généralement beaucoup plus courte que celle de l'onde fondamentale des f. é. m. des générateurs ordinaires, et que la résonance ne peut pratiquement intéresser que les harmoniques de ces tensions ou f. é. m. En fait, il ne semble pas que les résonances dues aux harmoniques du régime forcé, c'est-à-dire à ceux provenant des générateurs comme tels, soient très à craindre. Mais il peut en être tout autrement des effets produits dans tout ou partie d'un circuit par des tensions oscillantes d'origine accidentelle comme celles qui peuvent prendre naissance par **arcs** en un point quelconque du circuit (manœuvre d'interrupteurs, rupture de court-circuits, mise à la terre par décharge disruptive, fonctionnement d'appareils à distances explosives dits « de protection »). Il peut, dans de tels cas, se produire des phénomènes de *propagation* (production d'ondes stationnaires par effet de distance) plutôt que des résonances proprement dites, avec les conséquences qu'il est facile d'entrevoir.

X. — Dans tout ce qui précède, nous n'avons considéré que des circuits simples avec groupement en série de résistances, capacités et self-inductances. Ces schémas simples représentent, tout au moins ceux contenant des condensateurs, des cas de mise sous tension ou de coupure sans charge de réseaux de faible étendue dont la capacité est représentée par le condensateur, dont la résistance et la self-inductance figurent sous la forme d'une résistance inductive et dont les générateurs (courant continu ou courant alternatif) étaient supposés rester indifférents aux changements de régime, puisque nous avons confondu tensions et f. é. m., ce qui est une condition dont il est d'ailleurs facile de s'affranchir, pourvu que l'on s'entende bien sur les valeurs à donner aux résistances et self-inductances des générateurs dans les équations caractérisant les changements de régime.

Le passage de ces cas simples à ceux plus généraux, dans lesquels le ou les réseaux alimentent des récepteurs ou des groupes de récepteurs placés en parallèle avec le condensateur représentatif de la capacité des lignes, n'offre pas de grandes difficultés non plus. Tout changement de régime donne lieu à des termes *transitoires* apparaissant sous la forme d'oscillations (ce mot étant pris dans son sens le plus général) dont les grandeurs caractéristiques dépendent des constantes du circuit tel qu'il se présente pendant le régime libre et des différences entre les valeurs instantanées des tensions et intensités de courant caractérisant le régime permanent ancien à l'instant du changement et les valeurs instantanées que les courants et tensions caractérisant le régime permanent nouveau *auraient eues* au même instant. En ce qui concerne la période d'oscillation propre des termes transitoires, on voit sur figure 27, par exemple, que dans le cas d'un changement de régime sans ouverture de circuit (variation de charge brusque) cette grandeur est la période d'oscillation propre du circuit fermé

constitué par le condensateur mis en série sur les générateur et récepteur branchés en parallèle, tandis que dans le cas de l'ouverture du générateur le circuit oscillant est constitué par le condensateur et le récepteur et qu'enfin, dans le cas de la suppression du récepteur, le condensateur

et le générateur forment à eux seuls le circuit intéressé. Les cas les plus intéressants sont ceux qui consistent à déterminer les *surtensions* aux bornes de la capacité lorsqu'une « charge » shuntant cette dernière est supprimée brusquement ou lorsque se produit la rupture d'un court-circuit.

On se rend alors aisément compte de la possibilité de *surtensions* considérables, tout particulièrement dans le cas des circuits à courant continu, tandis que ces surtensions seraient moins à craindre dans le cas des courants alternatifs, la rupture de l'arc se produisant généralement au moment où l'onde d'intensité, dont la variation est néanmoins accélérée, passe par la valeur 0.

(La fin au prochain numéro.)

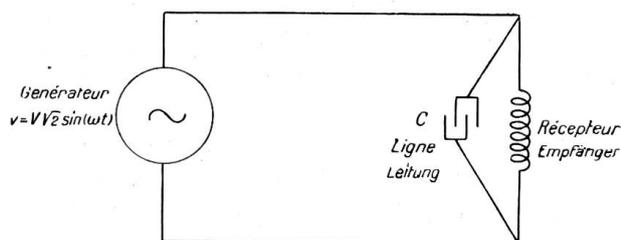


Fig. 27.

