Zeitschrift: Bulletin de l'Association suisse des électriciens
Herausgeber: Association suisse des électriciens
Band: 14 (1923)
Heft: 2

Artikel: Beitrag zur Berechnung von Freileitungen
Autor: Grüttler, K.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-1057570

kommen ja auch beim Abspannmast Kräfte in die Leitung und in ihr Tragwerk, die fortwährend wechseln und dem Bestande der Leitung oder der Maste gefährlich werden können. Der Zweck der vorliegenden Arbeit war es, den Einfluss aller wirksamen Kräfte mit möglichst einfachen Rechnungsmitteln so weit zu verfolgen, dass eine Entscheidung über die voraussichtlich zuverlässigste Art der Ausführung getroffen werden kann; darin liegt ja der vornehmste Zweck aller Berechnungen des Ingenieurs. Dass sich im vorliegenden Falle die *technisch günstigere* Lösung (vgl. Tabelle 19, verkehrte Windrichtung) auch als die *wirtschaftlichere* erwiesen hat ($D = 31{,}7$ cm statt $D = 35{,}7$ cm), kann wohl nur dafür sprechen, dass es schon der Mühe wert ist, auch Fragen, die im ersten Augenblicke sehr einfach erscheinen, ein wenig tiefer zu verfolgen; es zeigen sich dabei nicht selten Ergebnisse, die anfänglich überraschend wirken, bei gründlicher Untersuchung jedoch das innerste Wesen der Aufgaben merkbar aufhellen.[1])

Beitrag zur Berechnung von Freileitungen.

Von *K. Grütter,* Dipl.-Ing., Winterthur.

Der Autor zeigt, anknüpfend an die ähnliche Arbeit von J. Favarger[1]), dass die maximale mechanische Spannung an den Aufhängepunkten eines Drahtes zweckmässigerweise auf Grund der Kettenlinientheorie berechnet wird. Er berechnet ferner diejenige Spannweite, für welche bei einem bestimmten Material die Differenz zwischen kleinster und grösster Drahtbeanspruchung 5 % nicht übersteigt, den Durchhang, der bei gegebener Spannweite den geringsten Zug in den Aufhängepunkten ergibt und die für ein bestimmtes Material maximal zulässige Spannweite.

[1]) *Bulletin 1922, No. 10, Seite 474 und ff.*

Se rapportant au travail de M. J. Favarger[1]), l'auteur montre que la tension maximum dans les conducteurs près des points d'attache doit pour de longues parties être déterminée en se basant sur la théorie de la chaînette.

Il calcule la portée pour laquelle la différence de tension (entre le point d'attache et le point le plus bas ne dépasse pas 5 %, la flèche qui correspond à la tension minimum au point d'attache, pour une portée donnée, et la portée maximum admissible pour un conducteur d'une nature déterminée.

[1]) *Bulletin 1922, No. 10, pages 474 et suivantes.*

Bei der mechanischen Berechnung von Freileitungen ersetzt man meistens die Kettenlinie durch eine Parabel. Dieses Verfahren ist zulässig, solange die Resultate von den Ergebnissen der genauen Berechnung nicht stark abweichen, was fast immer zutrifft, und zweckmässig, solange es einfacher ist als die Berechnung auf Grund der Kettenliniengesetze. Gewisse Untersuchungen können jedoch mit Hilfe der Kettenliniengleichungen trotz ihrer transzendenten Form eleganter, mit weniger Rechenarbeit, durchgeführt werden als mit dem Ersatz durch die Parabel.

Das ist z. B. der Fall für die von Favarger im Bulletin No. 10 durchgeführte Berechnung der Drahtbeanspruchung in den Aufhängepunkten. Hierbei ist die Berechnung über die als Parabel gedachte Durchhangslinie offenbar ein unnötiger Umweg.

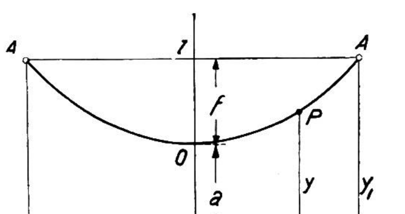

Fig. 1

Mit den aus Fig. 1 ersichtlichen Bezeichnungen lautet die Gleichung der Kettenlinie

Fig. 2

$$y = a \cosh \frac{x}{a} \text{ [2])}. \qquad (1)$$

Hierin bedeutet a den Parameter, der für einen Draht vom spezifischen Gewicht γ in kg/cm³ und dem spezifischen Horizontalzug σ_{min} in kg/cm² gegeben ist durch

$$a = \frac{\sigma_{min}}{\gamma} \text{ cm}. \qquad (2)$$

[1]) Ein ausführlicher Literatur- und Fabriknachweis zu dieser Arbeit ist beim Generalsekretariat des S.E.V. und V.S.E. gegen Einsendung von Fr. —.30 plus Porto erhältlich.

[2]) Mit *sinh, cosh* und *tgh* werden die hyperbolischen Funktionen bezeichnet und zu deren Berechnung ausschliesslich die Tabellen in der „Hütte" benutzt.

Die Länge der Kettenlinie vom Punkt O bis zum Punkt P mit der Abszisse x beträgt

$$s = a \sinh \frac{x}{a}. \tag{3}$$

Betrachten wir (Fig. 2) ein Stück der Kettenlinie vom Querschnitt F zwischen dem Punkt O und dem Punkt P so ergeben die Gleichgewichtsbedingungen, dass der Drahtzug S im Punkte P eine Horizontalkomponente $H = F\sigma_{min}$ und eine Vertikalkomponente V gleich dem Gewicht G des Drahtstückes $V = G = F\gamma s$ hat.

Der Drahtzug im Punkt P ist somit

$$S = \sigma F = \sqrt{\sigma_{min}^2 F^2 + \gamma^2 s^2 F^2}$$

oder mit Berücksichtigung von Gleichung (2)

$$\sigma = a\gamma \sqrt{1 + \left(\frac{s}{a}\right)^2}.$$

Nach Gleichung (3) ist $\frac{s}{a} = \sinh \frac{x}{a}$ und da $\sqrt{1 + \sinh^2 \frac{x}{a}} = \cosh \frac{x}{a}$ so ist

$$\sigma = \gamma a \cosh \frac{x}{a} = \gamma y \tag{4}$$

d. h. *die Beanspruchung in irgend einem Punkt der Kettenlinie ist gleich derjenigen eines von diesem Punkt bis zur Abszissenachse frei hinunterhängenden Drahtes* [1]).

Für eine Kettenlinie mit gleich hoch liegenden Aufhängepunkten tritt daher die grösste Beanspruchung σ_{max} in den Aufhängepunkten auf und beträgt

$$\sigma_{max} = \gamma y_1. \tag{4a}$$

Die Differenz zwischen grösster und geringster Beanspruchung ist

$$\sigma_{max} - \sigma_{min} = \gamma(y - a) = \sigma_{min}\left(\cosh \frac{l}{2a} - 1\right). \tag{5}$$

Für das von Favarger in vorstehend erwähntem Aufsatz berechnete Beispiel mit $\gamma = \frac{0,447}{50,26} = 0,00888$ kg/cm³ ergibt sich bei einer Spannweite von 330 m und einer Beanspruchung an der tiefsten Stelle von

$$\sigma_{min} = \frac{292,5}{0,5026} = 582 \text{ kg/cm}^2$$

der Parameter $$a = \frac{582}{0,00888 \cdot 100} = 654 \text{ m}.$$

Zu $\frac{l}{2a} = \frac{330}{2 \cdot 654} = 0,2525$ findet man in der „Hütte"

$$\cosh 0,2525 = 1,0321$$

d. h. die maximale Spannung ist 3,21 % grösser als die minimale.

Im zweiten Beispiel mit $l = 1000$ m und $\sigma_{min} = \frac{203,2}{0,5026} = 404$ kg/cm² wird

$$a = \frac{404}{0,00888 \cdot 100} = 455 \text{ m}.$$

Zum Argument $\frac{1000}{2 \cdot 455} = 1,10$ gibt die Tabelle in der „Hütte" den Wert $\cosh 1,10 = 1,6685$; d. h. die maximale Beanspruchung ist 66,85 % grösser als

[1]) Siehe auch Jobin: „Die Berechnung der Freileitungen", Bulletin 1919, Seite 159 und ff.

die minimale und die Differenz zwischen grösstem und geringstem Zug beträgt $0{,}6685 \cdot 203{,}2 = 135{,}8$ kg und nicht 98,3, wie Favarger berechnet. Für so grosse Spannweiten ist die Annahme der Parabel an Stelle der Kettenlinie nicht mehr zulässig.

Wenn die Differenz zwischen grösster und geringster Beanspruchung nicht mehr als 5 % betragen soll, so ist nach Gleichung (5)

$$\frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{\sigma_{min}} = \cosh \frac{l}{2a} - 1 = 0{,}05.$$

Für die zugehörige Spannweite l_k ist somit

$$\cosh \frac{l_k}{2a} = 1{,}05.$$

Zu diesem Wert findet man in der „Hütte" das Argument

$$ar(\cos h\ 1{,}05) = \frac{l_k}{2a} = 0{,}315.$$

Für einen Kupferdraht von 8 mm Durchmesser ist bei Berücksichtigung der Schneelast nach den Vorschriften des Starkstrominspektorates[1] $\gamma = 0{,}0248$ kg/cm³ und $\sigma_{max} = 1260$ kg/cm² somit $\sigma_{min} = 0{,}95 \cdot 1260 = 1197$ kg/cm². Damit erhält man unter Berücksichtigung von Gleichung (2)

$$l_k = \frac{0{,}315 \cdot 2 \cdot 1197}{0{,}0248 \cdot 100} = 304 \text{ m}.$$

Für kürzere Spannweiten ist die Berücksichtigung der Differenz zwischen der grössten und kleinsten Spannung nicht notwendig; wenn man sie für grössere Spannweiten berücksichtigen will, so benutze man die Kettenliniengleichungen, was, wie wir gezeigt zu haben hoffen, nicht schwieriger ist als der Ersatz durch die Parabel.

Für jede Spannweite gibt es einen Durchhang, für den die Beanspruchung an den Aufhängepunkten ein Minimum wird. Gleichung (4a) zeigt, dass wir dieses Minimum finden durch Differentiation von Gleichung (1) nach a

$$\frac{dy}{da} = \cosh \frac{x}{a} - \frac{x}{a} \sinh \frac{x}{a} = 0$$

somit

$$\frac{x}{a}\, tgh \frac{x}{a} = 1.$$

Mit Hilfe der tgh-Tabelle in der „Hütte" stellen wir fest, dass diese Gleichung gelöst wird durch das Argument

$$\frac{x}{a} = 1{,}20. \tag{8}$$

Damit wird

$$y_1 = a \cosh 1{,}2 = a \cdot 1{,}8107 \tag{9}$$

und der günstigste Durchhang

$$f = (y - a) = a \cdot 0{,}8107.$$

Für gleich hohe Aufhängepunkte ist

$$x = \frac{l}{2}\ ; \quad \text{somit} \quad a = \frac{l}{2 \cdot 1{,}2} \tag{10}$$

und

$$f = \frac{0{,}8107\, l}{2 \cdot 1{,}2} = 0{,}338\ l.$$

Diejenige Spannweite l_{max}, für die die Beanspruchung im Aufhängepunkt beim günstigsten Durchhang gleich der zulässigen σ_z wird, ist die grösste, die mit dem

[1]) Siehe Jobin: a. a. O.

betreffenden Material überhaupt ausgeführt werden kann. Nach Gleichung (4a) und (9) ist

$$y_1 = \frac{\sigma_z}{\gamma} = a\,1{,}8107.$$

Für gleich hohe Aufhängepunkte erhält man mit Gleichung (10)

$$l_{max} = \frac{2 \cdot 1{,}2}{1{,}8107} \frac{\sigma_z}{\gamma} = 1{,}325 \frac{\sigma_z}{\gamma}.$$

Für einen Kupferdraht von 8 mm Durchmesser wird bei Berücksichtigung der Schneelast wie oben

$$l_{max} = 1{,}325 \frac{1260}{0{,}0248 \cdot 100} = 672 \text{ m}.$$

Für grössere Spannweiten müsste ein Material von grösserer Festigkeit bei gleichem Gewicht verwendet werden. Liegen die Aufhängepunkte nicht gleich hoch, so wird die zulässige, maximale Spannweite kleiner.

Wirtschaftliche Mitteilungen. — Communications de nature économiques

Kurs des V. S. E. über wirtschaftliche und administrative Fragen in Zürich.[1])

Dieser Kurs, welcher, vom Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke organisiert, am 26., 27. und 29. Januar 1923 in Zürich, im Naturwissenschaftlichen Institut der Eidg. Technischen Hochschule, stattgefunden hat, zählte 75 Teilnehmer. Die vielbenützten Diskussionen und die sich an die Vorträge anschliessenden Privatgespräche liessen erkennen, in wie hohem Masse die behandelten Fragen die Hörer interessierten und wie sehr die anregenden, klaren Vorträge des Herrn Prof. Dr. Weyermann aus Bern sie befriedigt haben.

In seinem Schlussworte am 29. Januar hat Herr Dir. Ringwald, Präsident des V. S. E., dem Vortragenden gegenüber, im Namen aller Zuhörer der allgemeinen Befriedigung Ausdruck gegeben; er hat auch Herrn Prof. Dr. Wyssling, Rektor der E. T. H., zuhanden des Schulrates für das freundlichst zur Verfügung gestellte, sehr geeignete Auditorium seinen Dank ausgesprochen. Herr Ringwald hat sodann die Kursteilnehmer versichert, dass man auf dem betretenen Wege nicht stillstehen werde, sondern beabsichtige, in Zukunft ähnliche Kurse zu veranstalten, da es wohl noch viele Punkte gebe, über die der eine oder andere gerne Belehrung haben möchte.

Nicht nur die Vorträge im Polytecknikum, sondern auch das gemeinschaftliche Mittagessen am 27. Januar im schönen Zunfthaus zur „Meise" und die lehrreichen Diskussionen, die sich an die Vorträge anschlossen, haben einen sehr angenehmen Eindruck hinterlassen.

Kursteilnehmer am 26. Januar 1923.

Wir bringen im folgenden die Definitionen und Feststellungen des Vortragenden, desgleichen eine knappe Erwähnung der in der Dikussion gefallenen Voten und aufgeworfenen Fragen.

[1]) Siehe Bulletin 1923, No. 1, Seite 71.