

**Zeitschrift:** Bulletin de l'Association suisse des électriciens  
**Herausgeber:** Association suisse des électriciens  
**Band:** 17 (1926)  
**Heft:** 7

**Artikel:** Das Dämpfungsmoment der Synchronmaschine  
**Autor:** Dreyfus, L.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-1058868>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 25.12.2024

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

endlich das geschilderte Verfahren so oft wiederholen, bis man den endgültigen Ausgleich und die entsprechende endgültige Benützungsdauer  $T_w$  im Elektrizitätswerk mit der gewünschten grössern oder kleinern Wahrscheinlichkeit ermittelt hat. Zum Schluss sind nun auch noch die Abnehmer mit konstantem Verbrauch, sowie auch solche mit etwa abweichenden Betriebszeiten  $H$ , wieder in Betracht zu ziehen und die Zusammenlegung des gesamten intermittierenden mit dem gesamten konstanten Verbrauch vorzunehmen, was hinsichtlich der Feststellung, sowohl des totalen Leistungsmaximums als auch hinsichtlich der totalen Benützungsdauer, ohne weiteres geschehen kann.

## Das Dämpfungsmoment der Synchronmaschine.

Von Dr. ing. L. Dreyfus, Västerås.

*Die vorliegende Arbeit zerfällt in zwei Teile: Im ersten Teile wird das Hauptgewicht auf Einfachheit und Uebersichtlichkeit der Darstellung gelegt. Es wird gezeigt, dass man auch die Vorgänge bei pendelnder Maschine durch ebenso einfache Vektordiagramme darstellen kann wie bei pendelfreiem Betrieb, und es werden aus dieser Vektordarstellung die Gesetzmässigkeiten des Dämpfungsmomentes hergeleitet. Hierbei wird zur Vereinfachung der Rechnung eine Synchronmaschine mit konstantem Luftspalt zugrunde gelegt. Es zeigt sich, dass die elektrische Eigendämpfung einer Synchronmaschine ohne Querfelddämpfung in einem gewissen Belastungsbereich negativ ist, d. h., dass sie bestrebt ist, Schwingungen mit ständig wachsender Amplitude zu erzeugen. Erst die Querfelddämpfung stabilisiert den Betrieb.*

*Zur Eigendämpfung gesellt sich die Netzdämpfung. Es wird gezeigt, dass im allgemeinen die Dämpfung bei unbelastetem Netze am geringsten ist und mit zunehmender Belastung steigt, insbesondere, wenn die Belastung durch Zuschaltung von Asynchronmotoren erhöht wird.*

*Im zweiten Teil der Arbeit wird das Hauptgewicht auf eine möglichst strenge mathematische Behandlung gelegt. Die im ersten Teile gemachte Vernachlässigung wird fallen gelassen und die Synchronmaschine mit ausgeprägten Polen behandelt. Die sich hierfür ergebenden, zum Teil sehr komplizierten Gesetzmässigkeiten werden formuliert und die Abweichungen von den im ersten Teil gefundenen Resultaten untersucht.*

*L'auteur a partagé son travail en deux parties. Dans la première il se propose avant tout de donner une représentation simple et claire. Il montre qu'on peut traduire les phénomènes par des diagrammes vectoriels aussi simples les uns que les autres, que la machine soit ou non le siège d'oscillations pendulaires, et déduit de ces diagrammes les lois du moment d'amortissement. Pour simplifier les calculs, on a envisagé une machine synchrone à entrefer constant. Le calcul montre que l'auto-amortissement électrique d'une machine synchrone, sans amortissement du champ transversal, est négatif dans certaines limites de charge; autrement dit, il a la tendance à produire des oscillations d'amplitude croissante. L'amortissement dû au champ transversal seul stabilise le fonctionnement.*

*A l'amortissement propre vient s'ajouter celui du réseau. L'auteur montre qu'en général l'amortissement est le plus faible quand le réseau n'est pas chargé, et qu'il croît avec la charge, notamment quand celle-ci est due à la mise en circuit de moteurs asynchrones.*

*Dans la deuxième partie de son travail, l'auteur vise surtout à une représentation mathématique aussi rigoureuse que possible. La simplification introduite plus haut pour faciliter les calculs est abandonnée et l'auteur traite la machine synchrone à pôles saillants. Il formule ensuite les lois, en partie très compliquées, découlant de cet examen, et les compare aux résultats déduits dans la première partie.*

### I. Teil.

#### Das Dämpfungsmoment der Synchronmaschine mit konstantem Luftspalt.

In der jetzigen Zeit, in welcher der Zusammenschluss grosser Kraftnetze die Losung bildet, kann das Dämpfungsmoment der Synchronmaschine von erhöhter Bedeutung werden. Wenn nämlich in einem Netz eine grosse Belastungsänderung auftritt, entstehen Energiependelungen zwischen den zusammengeschalteten Netzen. Da nun die Dämpfung derartiger Schwingungen mit der Entfernung zwischen den Kraftwerken abnimmt, ist es sehr wohl möglich, dass die Dämpfung unzureichend werden kann. Theoretisch ist sogar der Fall denkbar, dass das Dämpfungsmoment sein Vorzeichen wechselt, so dass es, anstatt die Schwingungen zu beruhigen, diese vielmehr anfacht. Wir sprechen dann von einer „negativen Dämpfung“. Eine Unter-

suchung der vorliegenden Gesetzmässigkeiten darf daher auf ein gewisses Interesse von seiten der Praxis rechnen<sup>1)</sup>).

## A. Die Eigendämpfung der Synchronmaschine.

### 1. Definitionen.

Ich setze den Fall, eine Synchronmaschine  $S$  sei über eine längere Kraftleitung  $L$  an ein unendlich grosses, schwingungsfreies Netz  $N$  angeschlossen (Fig. 1). Die Kraftleitung sei, abgesehen von dieser Synchronmaschine, vollkommen unbelastet. Der Ladestrom der Leitung sei vernachlässigbar klein. Wenn dann diese Synchronmaschine pendelt, ohne dass ein äusseres Moment diese Pendelung erzwingt, so steht sie unter der Einwirkung von 3 Momenten:

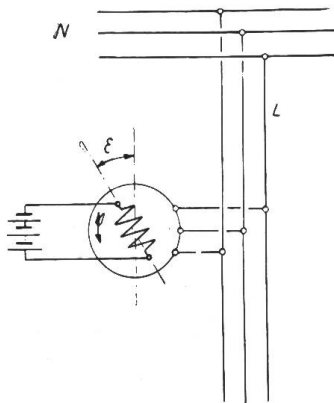


Fig. 1.  
Synchronmaschine in Parallelschaltung zu einem grossen schwingungsfreien Netz.

Entfernt sie sich einen kleinen Winkel  $\varepsilon$  aus der Gleichgewichtslage, so tritt ein elastisches Moment auf:

$$- S \varepsilon$$

welches das Polrad zurückzuführen sucht. Dieses ist das sog. synchronisierende Moment.

Erfolgt die Winkeländerung mit merkbarer Geschwindigkeit  $\frac{d\varepsilon}{dt}$ , so tritt eine Art Reibungsmoment auf:

$$- K \frac{d\varepsilon}{dt}$$

welches – bei positiven Werten von  $K$  – die Bewegung bremst. Dieses ist das sogenannte Dämpfungsmoment, und man spricht von einer positiven oder negativen Dämpfung, je nachdem  $K$  positiv oder negativ ist.

Das dritte Moment ist das Beschleunigungsmoment der rotierenden Massen:

$$- J \frac{d^2 \varepsilon}{dt^2}.$$

Wir können das Dämpfungsmoment auf verschiedene Weise messen, z. B. dadurch, dass wir auf die Welle ein gewisses pulsierendes Moment  $D_z$  einwirken lassen. Dieses Zusatzmoment soll mit der Eigenfrequenz der Synchronmaschine, das ist:

$$\omega_\varepsilon = \sqrt{\frac{S}{J}}$$

pulsieren und so gross gewählt werden, dass stationäre Pendelungen entstehen. Da hierfür die Summe aus dem elastischen Moment und dem Massenmoment verschwindet, so bleibt als Gleichgewichtsbedingung:

$$D_z = K \frac{d\varepsilon}{dt}.$$

<sup>1)</sup> In deutscher Sprache ist die Dämpfung der Synchronmaschine bisher nur in zwei Arbeiten behandelt worden:

Dreyfus: Einführung in die Theorie selbsterregter Schwingungen synchroner Maschinen. Elektrotechnik und Maschinenbau 1911, S. 323. Zu den gleichen Resultaten gelangt auf anderem Wege: Rogowski: Selbsterregte Schwingungen von Synchronmotoren. Archiv für Elektrotechnik, Band 3 1915, Seite 150.

Beide Arbeiten sind unvollständig und gelangen auf – wie mir scheinen will – umständlicherem Wege nur zu einem Teil zu den in Teil I mitgeteilten Resultaten. Teil II dürfte vollständig neu sein.

Wir nennen dieses Moment das „Eigendämpfungsmoment“ der Synchronmaschine, wenn, wie in Fig. 1, Vorsorge getroffen ist, dass das Netz keinen Einfluss auf die Pendelungen ausüben kann.

## 2. Das mechanische Dämpfungsmoment.

Das mechanische Dämpfungsmoment ist ein Teil des resultierenden Dämpfungsmomentes, bei welchem ich mich nicht lange aufhalten will. Es muss indessen betont werden, dass die mechanische Dämpfung nicht allein auf Luft- und Lagerreibung beruht. Diese Dämpfung enthält vielmehr auch die eventuellen Aenderungen des Momentes der Antriebs- oder Belastungsmaschine mit der Winkelgeschwindigkeit. Bei Kraftmaschinen mit Geschwindigkeitsregulatoren ergeben sich sehr verwickelte Verhältnisse. Es wird hier notwendig, für eine gedachte stationäre Schwingung mit der Kreisfrequenz  $\omega_\epsilon$  das resultierende Moment der Kraftmaschine abhängig von der Zeit zu be-

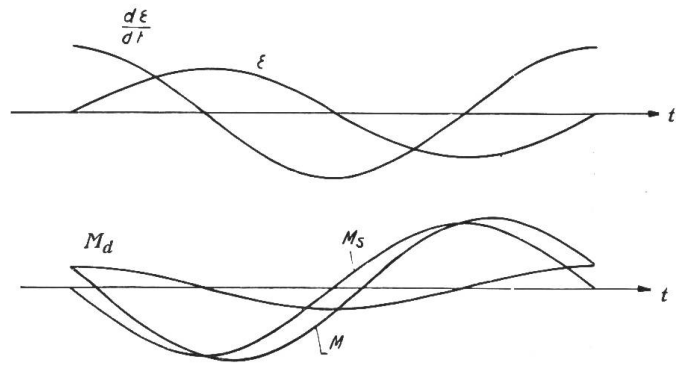


Fig. 2.  
Veränderlichkeit des Antriebs- oder Belastungsmomentes bei pendelfreier Synchronmaschine.

rechnen und seine Phase mit der Phase der Schwingung  $\epsilon$  bzw.  $\frac{d\epsilon}{dt}$  zu vergleichen (Fig. 2). Erhält man dabei nach Abzug des Beschleunigungsmomentes zwei Komponenten  $M_s$  und  $M_d$ , die in Gegenphase zu  $\epsilon$  bzw.  $\frac{d\epsilon}{dt}$  pulsieren, so erhöht die Kraftmaschine sowohl das synchronisierende als auch das Dämpfungsmoment. Es sind aber Fälle beobachtet und untersucht<sup>2)</sup> worden, in welchen die Komponente  $M_d$  gleichphasig mit der Winkelgeschwindigkeit  $\frac{d\epsilon}{dt}$  pulsierte. Dann liefert die Kraftmaschine einen negativen Beitrag zur resultierenden Dämpfung, der bei schwacher elektrischer Dämpfung zu unstabilen Verhältnissen führt.

Auch wenn die Synchronmaschine nicht durch eine Kraftmaschine angetrieben, sondern durch eine Arbeitsmaschine belastet wird, ist es zuweilen angebracht, eine derartige Untersuchung unter der Annahme einer bestimmten Pendelung durchzuführen.

## 3. Die elektrischen Dämpfungsmomente.

Ich gehe nun zu den elektrischen Dämpfungsmomenten über und damit betreten wir ein Gebiet, das bisher noch keine einfache Darstellung gefunden hat. Ich suche im folgenden eine solche zu gewinnen, indem ich auch die pendelnde Maschine soweit als möglich mit Hilfe von Vektordiagrammen behandle.

Das einfachste Vektordiagramm, das man für eine *nicht* pendelnde Synchronmaschine mit konstantem Luftspalt aufzeichnen kann, wird durch Fig. 3 wiedergegeben. Hierin bezeichnet<sup>3)</sup>:  $\dot{J}_m$  den Erregerstrom,  $\dot{J}$  den Ankerstrom,  $\dot{E}$  die Klemmenspannung pro Phase,  $\dot{E}_r = -\dot{J}r$  den Ohmschen Spannungsabfall,  $\dot{E}_x = j\dot{J}x$  den

<sup>2)</sup> A. Föppl: Vorlesungen über technische Dynamik. Bd. IV, Dynamik, S. 335 (1901); Bd. VI: Die wichtigsten Lehren der höheren Dynamik, S. 320 (1910).

F. Wiessner: Siemens Zeitschrift Oktober 1925. Selbsterregte Schwingungen beim Parallelbetrieb von Synchronmaschinen.

R. Lundholm: Oktober 1925. Praktische Erfahrungen über die Stabilität des Parallelbetriebes beim Zusammenschalten von Netzen über lange Kraftleitungen. Vortrag im Elektroingenieurverein Stockholm.

<sup>3)</sup> Punkte über den Buchstaben geben den damit bezeichneten Grössen die Bedeutung von Vektoren.  $j\dot{J}$  bedeutet einen Vektor gleicher Grösse wie  $\dot{J}$ , der jedoch gegen  $\dot{J}$  um 90° nacheilt.



induktiven Spannungsabfall,  $\dot{E}_z = -jZ$  den totalen Spannungsabfall,  $\dot{E}_0 = j y_m j_m$  die Rotationsspannung.

Die Rotationsspannung  $E_0$  ist nur aus dem Felde des Erregerstromes abzuleiten. Der Spannungsabfall der gesamten Ankerreaktion – sowohl Streufeld wie Längs- und Querfeld – wird durch  $E_x$  ausgedrückt. Ist die Maschine gemäss Fig. 1 über eine längere Leitung an ein grosses Netz angeschlossen, so enthalten  $E_r$  und  $E_x$  auch den Ohmschen und induktiven Spannungsabfall der Kraftleitung. Der Winkel im Spannungsabfalldreieck ist:

$$\varrho = \arctg \frac{r}{x}.$$

Das Diagramm ist für Generatorzustand (und Untererregung) gezeichnet. Deshalb eilt der Rotationsspannungsvektor  $\dot{E}_0$  dem negativen Netzspannungsvektor  $-\dot{E}$  um einen Winkel  $\alpha$  vor.

Wir wollen nun den Inhalt des Vektordiagrammes auf eine etwas andere Weise deuten, als es gewöhnlich geschieht. Wir wollen nämlich  $E$  und  $E_0$  als zwei gleichwertige äussere Spannungen betrachten, welche auf ein und denselben Stromkreis mit der Impedanz:

$$z = r - jx = |z| (\sin \varrho - j \cos \varrho)$$

wirken, und wir wollen – und darin besteht das Ungewöhnliche – die Wirkung jeder der beiden Spannungen getrennt untersuchen. Wir erhalten dann zwei Stromkomponenten:

$$j_E = \frac{\dot{E}}{|z|} (\sin \varrho + j \cos \varrho) \quad \text{und} \quad j_{E_0} = \frac{\dot{E}_0}{|z|} (\sin \varrho + j \cos \varrho),$$

die gegen die erzeugenden Spannungen um  $90^\circ - \varrho$  nacheilen. Die Summe beider Stromvektoren liefert den wirklichen Strom  $J$ .

Der Nutzen dieser Zerlegung wird sofort klar, wenn wir die Momentengleichung bilden. Der allgemeine Ausdruck hierfür lautet:

$$M_0^{\text{mkg}} = - \frac{m}{9,81 \frac{\omega}{p}} y_m [j j_m \times J].$$

Dabei bedeutet:

- $m$  die Phasenzahl,
- $\omega$  die Kreisfrequenz des Netzspannungsvektors,
- $p$  die Polpaarzahl,
- $y_m$  die Wechselreaktanz zwischen Erregerwicklung und Arbeitswicklung, berechnet für die Netzperiodenzahl.

Mit dem Produkt in der eckigen Klammer ist das „äussere“ oder „vektorielle“ Produkt der Vektoren  $j j_m$  und  $J$  gemeint. Wir entwickeln nun:

$$\begin{aligned} y_m [j j_m \times J] &= [\dot{E}_0 \times J] = [\dot{E}_0 \times j_E] + [\dot{E}_0 \times j_{E_0}] \\ &= E_0 J_E \sin(\alpha - \varrho) + E_0 J_{E_0} \sin \varrho \\ &= \frac{E_0}{|z|} [E \sin(\alpha - \varrho) + E_0 \sin \varrho]. \end{aligned}$$

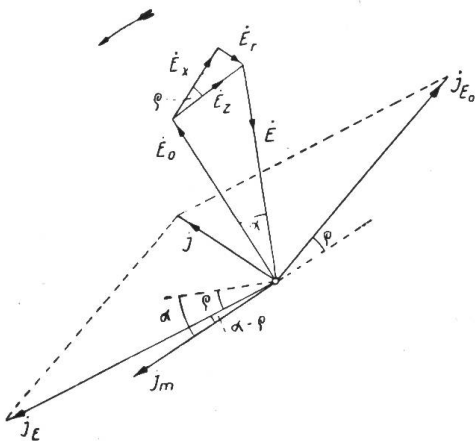


Fig. 3.  
Vektordiagramm der Synchronmaschine  
bei pendelfreiem Gang.

Daraus folgt: 
$$M_0^{mkg} = -M_K \frac{E_0}{E} \cos \varrho \left[ \sin(\alpha - \varrho) + \frac{E_0}{E} \sin \varrho \right]. \quad (1)$$

$M_K$  steht dabei als Abkürzung für ein Moment, das ungefähr einer Belastung mit voller Spannung und einem Wattstrom gleich dem Kurzschlussstrom bei voller Erregung entspricht:

$$M_K^{mkg} = \frac{m}{9,81} \frac{\omega}{p} \frac{E^2}{x}. \quad (2)$$

Der Verlauf des Drehmomentes als Funktion der Winkelabweichung  $\alpha$  zeigt Fig. 4. Sie illustriert die bekannte Tatsache, dass eine Synchronmaschine bei hohem Widerstand im Ankerkreis sehr viel höher als Generator und als Motor belastet werden kann.

Dass weder Fig. 3 noch 4 gebührende Rücksicht auf die Eisensättigung nehmen, ist bekannt. Eine Theorie, die sich auf diese Diagramme stützt, ist also nicht genau. Indessen wollen wir in diesem ersten Teil diesen Mangel in Kauf nehmen, um uns eine klare Vorstellung über die Entstehung der elektrischen Dämpfungsmomente bilden zu können. Im zweiten Teil, der vorzugsweise analytischer Natur ist, werden wir den begangenen Fehler berichtigen.

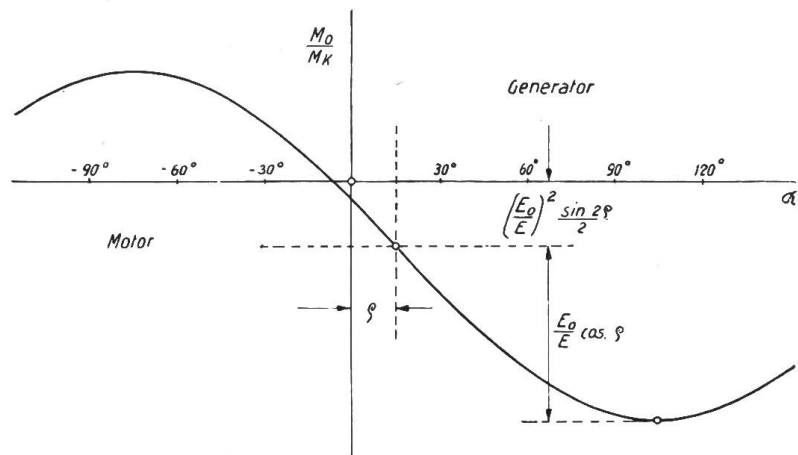


Fig. 4. Drehmoment der Synchronmaschine mit konstantem Luftspalt.

a) Das asynchrone Dämpfungsmoment.

Es ist verhältnismässig wenig bekannt, dass sich das resultierende elektrische Dämpfungsmoment der Synchronmaschine aus einer grösseren Anzahl von Komponenten zusammensetzt, von welchen ein Teil positiv, ein Teil negativ ist. Allgemein bekannt ist nur eine Komponente, die in der Folge als die „asynchrone Dämpfung“ bezeichnet wird.

Das Entstehen dieses Momentes macht keinerlei gedankliche Schwierigkeiten. Wenn die Synchronmaschine mit der Winkelgeschwindigkeit  $\frac{d\epsilon}{dt}$  pendelt, besitzt sie gegen die synchrone Winkelgeschwindigkeit  $\frac{\omega}{p}$  eine Schlüpfung:

$$s = - \frac{\frac{d\epsilon}{dt}}{\frac{\omega}{p}}. \quad (3)$$

Eine Synchronmaschine, die gegenüber der synchronen Drehzahl eine gewisse Schlüpfung besitzt, ist aber eine Asynchronmaschine. Also muss genau wie bei einer Asynchronmaschine ein Moment auftreten, welches der Schlüpfung proportional ist und welches die Schlüpfung zu vermindern bestrebt ist, also ein positives Dämpfungsmoment.



$$\begin{aligned}
 M_{as} &= \frac{m}{9,81 \frac{\omega}{p}} y [jJ_1 \times J_2] \\
 &= \frac{m}{9,81 \frac{\omega}{p}} \frac{J_2^2 r_2}{s} \\
 &= \frac{m}{9,81 \frac{\omega}{p}} \frac{E^2}{|z^2|} \frac{y^2}{r_2} s.
 \end{aligned}$$

Führt man noch durch die Bezeichnung:

$$\sigma = 1 - \frac{y^2}{xx_2}$$

den Blondelschen Koeffizient der Gesamtstreuung zwischen Stator und Rotor ein, und beachtet Gleichung (2), so folgt endgültig:

$$M_{as} = M_K \cos^2 \varrho \frac{x_2 (1 - \sigma)}{r_2} s. \quad (7)$$

Das ist die Gleichung des asynchronen Dämpfungsmomentes für eine Synchronmaschine mit symmetrischen Rotorphasen. Die asynchrone Dämpfung ist unter allen Umständen positiv. Sie hat die Tendenz, etwaige Pendelungen zu beruhigen.

Wir müssen jetzt unsere Rechnungen erweitern und die Voraussetzung einer symmetrischen Mehrphasenwicklung im Rotor fallen lassen. Die gewöhnliche Bauart der Synchronmaschine besitzt massive Polkerne und massive oder lamellierte Polschuhe mit einem Dämpfergitter, bestehend aus massiven Kupfer- oder Messingstäben, die an beiden Stirnflächen durch massive Bügel oder Ringe kurzgeschlossen sind. Der Fluss durch die Hauptpole induziert demnach drei mehr oder minder kurzgeschlossene Stromkreise: die Erregerwicklung, das Dämpfergitter und den Wirbelstromkreis im massiven Eisen. Diese drei magnetisch parallel geschalteten Kreise bezeichnen wir als „Längsfelddämpfung“ und ersetzen sie durch einen einzigen Stromkreis vom Widerstand  $r_1$ , der Selbstreaktanz  $x_1$  (berechnet für die Netzperiodenzahl), der Wechselreaktanz  $y_1$  zwischen Stator und Rotor und dem Blondelschen Koeffizient der Gesamtstreuung  $\sigma_1 = 1 - \frac{y_1^2}{xx_1}$ .

Auch das Querfeld induziert das Dämpfergitter und erzeugt ausserdem Wirbelströme in den Polplatten, falls diese massiv ausgeführt sind. Beide Kreise ersetzen wir durch einen einzigen Kreis mit den Konstanten  $r_q$ ,  $x_q$ ,  $y_q$  und  $\sigma_q = 1 - \frac{y_q^2}{xx_q}$ . Diesen Stromkreis bezeichnen wir als Querfelddämpfung.

Unsere oben durchgeführten Rechnungen gelten dann unter der Voraussetzung, dass:

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{r_1}{x_1} &= \frac{r_q}{x_q} = \frac{r_2}{x_2} \\
 \sigma_1 &= \sigma_q = \sigma
 \end{aligned} \right\} \quad (7a)$$

und:

Ist diese Voraussetzung nicht erfüllt, so muss der Einfluss der Längs- und Querfelddämpfung getrennt untersucht werden.

Dass Längs- und Querfelddämpfung alles andere als gleichwertig sind, kann bereits aus Fig. 5 gefolgert werden. Wir brauchen nur zu untersuchen, welche räumliche Lage die Rotoramperewindungen  $J_2 N_2$  im Verhältnis zur Polachse ein-

nehmen, die durch den Vektor  $\dot{J}_m$  charakterisiert wird. (Die Lage von  $\dot{J}_m$  gegen  $\dot{E}$  ist aus Fig. 3 übernommen.) Wir finden dann, dass nur die Amperewindungen:

$$J_2 N_2 \sin(\alpha - \varrho) \tag{8a}$$

in der Richtung der Polachse magnetisieren, die Hauptkomponente:

$$J_2 N_2 \cos(\alpha - \varrho) \tag{8b}$$

dagegen in der Richtung des Querfeldes. Wäre also die Symmetriebedingung (7a) erfüllt, so wäre die Querfelddämpfung im Verhältnis  $\cos^2(\alpha - \varrho) : \sin^2(\alpha - \varrho)$  stärker als die Längselddämpfung. Man kann bereits hieraus den Schluss ziehen, dass eine starke Dämpfung nur durch eine reichlich dimensionierte Querfelddämpfung erreichbar ist.

Wenn man die Aufteilung der Rotoramperewindungen in Längs- und Queramperewindungen begriffen hat, so ist es ein Leichtes, auch den allgemeinen Fall:

$$\frac{y_1^2}{r_1} \geq \frac{y_q^2}{r_q}$$

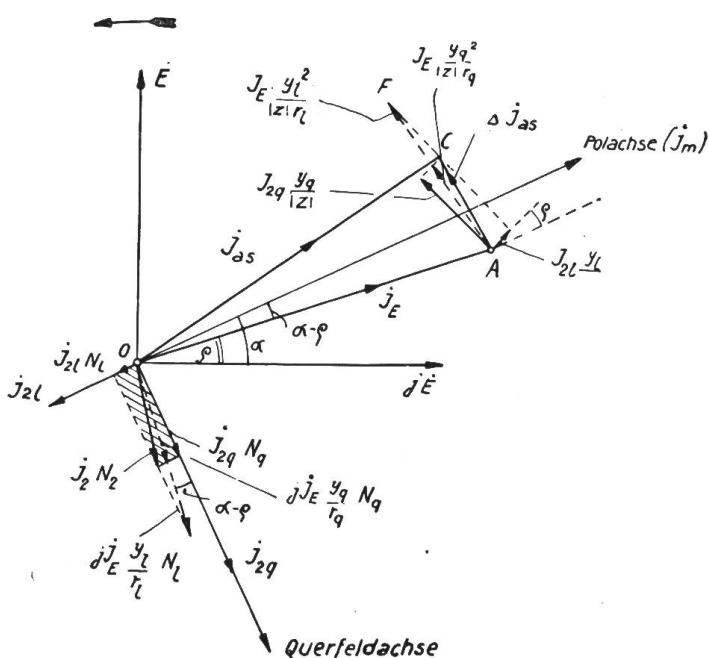


Fig. 6.

Vektordiagramm der Ströme bei unsymmetrischer Mehrphasenwicklung im Rotor. Synchronmaschine unerregt.

durch ein Vektordiagramm darzustellen. Gemäss Gleichung (8a) führt der Längselddämpferkreis nunmehr einen Strom:

$$J_{21} = J_E \frac{y_1}{r_1} s \sin(\alpha - \varrho), \tag{9a}$$

der Querfelddämpferkreis dagegen:

$$J_{2q} = J_E \frac{y_q}{r_q} s \cos(\alpha - \varrho). \tag{9b}$$

Diese Ströme sind in Fig. 6 so eingetragen, dass sie gleichzeitig die Lage der entsprechenden Amperewindungen  $J_{21} N_1$  bzw.  $J_{2q} N_q$  angeben. Wenn man will, kann man diese zu den resultierenden Rotoramperewindungen  $J_2 N_2$  zusammenfassen. Der Unterschied gegenüber Fig. 5 besteht dann

darin, dass der Vektor  $\dot{J}_2$  nicht mehr auf dem Vektor  $\dot{J}_E$  des Erregerstromes senkrecht steht. (Wie er aus diesem gleichwohl abgeleitet werden kann, ist in Fig. 6 durch die punktierten Linien angedeutet.)

Die Längselddämpferwindungen des Rotors  $\dot{J}_{21} N_1$  induzieren in der Statorwicklung Gegenamperewindungen vom Betrage:

$$J_{21} \frac{y_1}{|z|} N_1 = E \frac{y_1^2}{|z^2|} \frac{s}{r_1} \sin(\alpha - \varrho) N_1, \tag{10a}$$

die gegen  $\dot{J}_{21} N_1$  um den Winkel  $180^\circ - \varrho$  nacheilen. Ebenso induzieren die Querfelddämpferwindungen  $\dot{J}_{2q} N_q$  des Rotors in der Statorwicklung Gegenamperewindungen vom Betrage:

$$J_{2q} \frac{y_q}{|z|} N_1 = E \frac{y_q^2}{|z^2|} \frac{s}{r_q} \cos(\alpha - \varrho) N_1, \tag{10b}$$

die gegen  $\dot{J}_{2q} N_q$  um denselben Winkel  $180^\circ - \varrho$  verspätet sind. Addiert man diese beiden Komponenten, so ergibt sich die resultierende Rückwirkung  $\Delta J_{as} N_1$  und daraus der resultierende Statorstrom:

$$\dot{J}_{as} = \dot{J}_E + \Delta \dot{J}_{as} \quad (11)$$

Der Unterschied gegen Fig. 5 ist wieder, dass  $\Delta \dot{J}_{as}$  dem Vektor  $-j\dot{J}_E$  nicht mehr um den Winkel  $\varrho$  voreilt. Doch ist in Fig. 6a durch die punktierte Konstruktion angedeutet, wie man  $\Delta J_{as}$  auch auf einem Fig. 5 entsprechenden Wege graphisch bestimmen kann<sup>6)</sup>.

Für das asynchrone Dämpfungsmoment ergibt sich jetzt:

$$M_{as} = \frac{m}{9,81 \frac{\omega}{p}} [j\dot{J}_{as} \times (y_l \dot{J}_{21} + y_q \dot{J}_{2q})],$$

oder bei Vernachlässigung der Glieder mit  $s^2$ :

$$\begin{aligned} M_{as} &= \frac{m}{9,81 \frac{\omega}{p}} [j\dot{J}_E \times (y_l \dot{J}_{21} + y_q \dot{J}_{2q})] \\ &= \frac{m}{9,81 \frac{\omega}{p}} \frac{E^2}{|z^2|} \left[ \frac{y_l^2}{r_l} \sin^2(a - \varrho) + \frac{y_q^2}{r_q} \cos^2(a - \varrho) \right] s \end{aligned} \quad (13a)$$

oder endgültig:

$$M_{as} = M_K \cos^2 \varrho \left[ \sin^2(a - \varrho) \frac{x_l(1 - \sigma_l)}{r_l} + \cos^2(a - \varrho) \frac{x_q(1 - \sigma_q)}{r_q} \right] s. \quad (13)$$

b) Das synchrone Dämpfungsmoment.

Im allgemeinen glaubt man, die Dämpfung der Synchronmaschine richtig zu beurteilen, wenn man nur das asynchrone Dämpfungsmoment kennt. Bei starker Querfelddämpfung mag dies eventuell ausreichend sein. Bei schwacher Querfelddämpfung dagegen machen sich eine Reihe negativer Dämpfungsmomente bemerkbar, die unter besonders ungünstigen Umständen sogar die Oberhand gewinnen und das Vorzeichen der resultierenden Dämpfung umkehren können. Diese Erscheinung ist unter dem Namen der „selbsterregten Schwingungen“ bekannt geworden.

<sup>6)</sup> Anmerkung. Für spätere Ueberlegungen ist es vorteilhaft, auch eine analytische Formel für den Zusammenhang zwischen  $E$ ,  $J_1$  und  $a$  zu besitzen. Zu diesem Zwecke berechnen wir aus Gleichung (11) an Hand der in Fig. 6a eingetragenen Winkelbezeichnungen:

$$\begin{aligned} \dot{J}_{as} &= \dot{J}_E + \vec{AG} + \vec{GC} \\ &= \frac{\dot{E}}{|z^2|} (r + jx) + \frac{\dot{E}}{|z^2|} \left( \frac{y_l^2}{2r_l} + \frac{y_q^2}{2r_q} \right) s (\cos 2\varrho - j \sin 2\varrho) - \frac{\dot{E}}{|z^2|} \left( \frac{y_l^2}{2r_l} - \frac{y_q^2}{2r_q} \right) s (\cos 2a - j \sin 2a) \end{aligned}$$

und erhalten nach einigen Umformungen:

$$\dot{E} = \dot{J}_{as} \left[ \left( r + \left( \frac{y_l^2}{2r_l} + \frac{y_q^2}{2r_q} \right) s - \left( \frac{y_l^2}{2r_l} - \frac{y_q^2}{2r_q} \right) s \cos 2(a - \varrho) \right) - j \left( x - \left( \frac{y_l^2}{2r_l} - \frac{y_q^2}{2r_q} \right) s \sin 2(a - \varrho) \right) \right] \quad (12)$$

für  $\frac{y_l^2}{2r_l} = \frac{y_q^2}{2r_q}$  geht diese Gleichung in Gleichung (4) über.

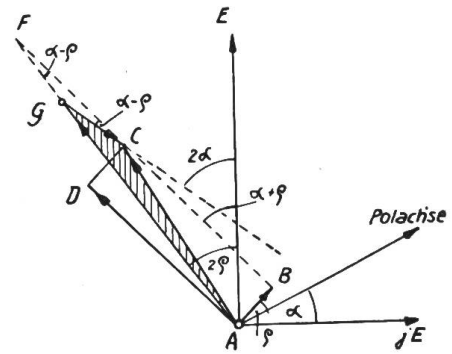


Fig. 6a.  
Vektordiagramm der Ströme bei unsymmetrischer Mehrphasenwicklung im Rotor. Synchronmaschine unerregt.



Von den negativen Dämpfungsmomenten ist am einfachsten zu behandeln das sogenannte „synchrone Dämpfungsmoment“. Zugleich bildet seine Ableitung die natürliche Fortsetzung der im vorigen Abschnitt begonnenen Rechnungen. Dort dachten wir uns die Maschine unerregt ans Netz geschaltet, so dass von den beiden

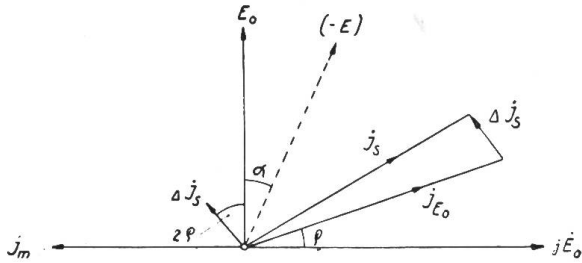


Fig. 7.

Vektordiagramm der Ströme bei kurzgeschlossener Synchronmaschine.

Spannungen  $E$  und  $E_0$  nur die Netzspannung  $E$  zur Wirkung kam. Jetzt müssen wir die Untersuchung dadurch ergänzen, dass wir ausschliesslich der Wirkung der Rotationsspannung  $E_0$  nachgehen, während wir uns die Netzspannung  $E$  als nicht vorhanden denken. Mit andern Worten: Wir denken uns in Fig. 1 die Kraftleitung dort kurzgeschlossen, wo in Wirklichkeit die pendelungsfreie Netzspannung  $E$  herrschte. Es ist klar, dass wir mit dieser Annahme die pendelnde Synchronmaschine in einen kurzgeschlossenen Synchrongenerator verwandeln.

Seine Winkelgeschwindigkeit ist  $\frac{\omega}{p} (1 - s)$  seine Rotationsspannung  $E_0 (1 - s)$  und das „synchrone Dämpfungsmoment“  $M_s$  ist ganz einfach derjenige Anteil des gesamten synchronen Kurzschlussmomentes, welcher der Schlüpfung  $s$  proportional ist.

Den Kurzschlussstrom bei pendelfreiem Gang hatten wir bereits in Fig. 3 eingetragen. Es ist der Stromvektor  $j_{E0}$ . Für pendelnden Gang berechnen wir (vergl. Fig. 7):

$$\begin{aligned} j_s &= \frac{\dot{E}_0 (1 - s)}{r - jx(1 - s)} \\ &\cong \frac{\dot{E}_0 (1 - s)}{r^2 + x^2 (1 - 2s)} [r + jx(1 - s)] \\ &\cong \frac{E_0}{|z^2|} \left[ 1 + s \frac{x^2 - r^2}{|z^2|} \right] [r + jx(1 - s)] \end{aligned}$$

oder endgültig:  $j_s = j_{E0} + \Delta j_s$

mit:  $\Delta j_s = \frac{E_0}{|z|} \sin \varrho [\cos 2\varrho - j \sin 2\varrho] s$  } (14)

Hieraus folgt für das gesamte Kurzschlussmoment:

$$\begin{aligned} M &= - \frac{m}{9,81 \frac{\omega}{p}} y_m [j J_m \times j_s] \\ &= - \frac{m}{9,81 \frac{\omega}{p}} \left[ \frac{E_0^2}{|z^2|} r + \frac{E_0^2}{|z^2|} \frac{x^2 - r^2}{|z^2|} r s \right] \\ &= - M_K \left( \frac{E_0}{E} \right)^2 \frac{\sin 2\varrho}{2} - M_K \left( \frac{E_0}{E} \right)^2 \frac{\sin 4\varrho}{4} s. \end{aligned}$$

Beim ersten Gliede brauchen wir uns nicht aufzuhalten. Es ist identisch mit dem zweiten Summanden in Gleichung (1). Neu hingegen ist das zweite, der Schlüpfung proportionale Glied. Dieses ist das gesuchte synchrone Dämpfungsmoment:

$$M_s = - M_K \left( \frac{E_0}{E} \right)^2 \frac{\sin 4\varrho}{4} s. \tag{15}$$

Solange  $\varrho < 45^\circ$  ist, das heisst solange  $r < x$ , bezeichnet dieses Moment eine negative Dämpfung, und diese negative Dämpfung wächst mit dem Statorwiderstand  $r$ , solange  $\varrho < 22,5^\circ$ , das heisst solange  $r < 0,414 x$ . Ausserdem wächst die negative Dämpfung mit dem Quadrat der Uebererregung. Jede Synchronmaschine, ohne Ausnahme, besitzt dieses negative Dämpfungsmoment, und wenn es auch im allgemeinen nicht gross ist, so kann es doch, im Verein mit andern negativen Dämpfungsmomenten, gefährlich werden.

*c) Die wechselseitigen Dämpfungsmomente.*

Nachdem wir sowohl die Wirkung der Netzspannung wie der Rotationsspannung getrennt untersucht haben, ist die Vektordarstellung vollständig durchgeführt. Trotzdem kennen wir noch nicht alle Dämpfungsmomente. Die Erklärung hierfür ist folgende:

Wir betrachteten zuerst die Synchronmaschine, ohne Rücksicht auf die Rotationsspannung, als leerlaufenden Asynchronmotor und erhielten dabei eine gewisse Amperewindungsverteilung in Stator und Rotor – ich will sie der Kürze halber die „asynchronen Amperewindungen“ nennen – und ein Moment zwischen beiden: das asynchrone Dämpfungsmoment.

Darauf betrachteten wir die Synchronmaschine, ohne Rücksicht auf die Netzspannung, als kurzgeschlossenen Synchrongenerator. Wir erhielten eine neue Amperewindungsverteilung in Stator und Rotor, die ich als die „synchronen Amperewindungen“ bezeichnen will und ein Moment: das „synchrone Kurzschlussmoment“.

Soweit ist alles klar. Was wir aber noch nicht berücksichtigt haben ist, dass bei der Superposition der asynchronen und synchronen Ampere-

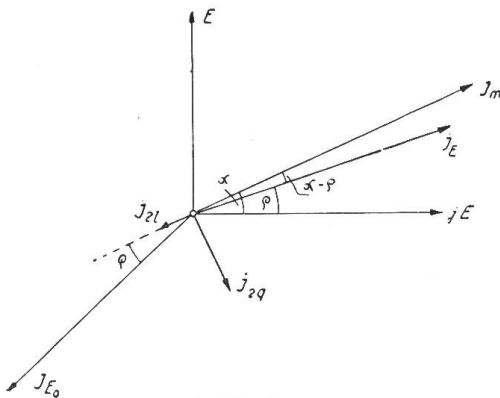


Fig. 8.

Zur Berechnung des wechselseitigen Momentes zwischen den synchronen Stator- und asynchronen Rotorampere-windungen.

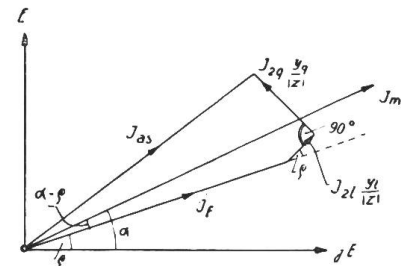


Fig. 9.

Zur Berechnung des wechselseitigen Momentes zwischen den asynchronen Stator- und den synchronen Rotorampere-windungen.

auftreten: eines

zwischen den synchronen Stator- und asynchronen Rotorampere-windungen und eines zwischen den asynchronen Stator- und synchronen Rotorampere-windungen. Diese beiden Momente nenne ich die „wechselseitigen Momente“. Es wird sich zeigen, dass diese Momente für die Beurteilung der Längsfelddämpfung von grosser Bedeutung sind.

Gemäss Fig. 6 und 8 beträgt das wechselseitige Moment zwischen den synchronen Stator- und asynchronen Rotorampere-windungen (wobei wir wie immer die Glieder mit  $s^2$  vernachlässigen):

$$M_{s-as} = \frac{m}{9,81 \frac{\omega}{p}} [y_1 J_{E0} \times J_{2l} \sin \varrho - y_q J_{E0} J_{2q} \times \cos \varrho],$$

oder nach Gleichung (9a) und (9b):

$$M_{s-as} = \frac{m}{9,81 \frac{\omega}{p}} \frac{E_0 E}{|z^2|} \left[ \frac{y_1^2}{r_1} \sin \varrho \sin(\alpha - \varrho) - \frac{y_q^2}{r_q} \cos \varrho \cos(\alpha - \varrho) \right] s. \tag{16a}$$

Ferner erhält man gemäss Fig. 6 und 9 für das wechselseitige Moment zwischen den asynchronen Stator- und den synchronen Rotoramperewindungen:

$$M_{as-s} = \frac{m}{9,81 \frac{\omega}{p}} \left[ -y_1 J_m J_E \sin(a - \varrho) + y_1 J_m \left( J_{21} \frac{y_1}{|z|} \right) \sin \varrho + y_1 J_m \left( J_{2q} \frac{J_q}{|z|} \right) \cos \varrho \right]$$

oder:

$$M_{as-s} = \frac{m}{9,81 \frac{\omega}{p}} \frac{E_0 E}{|z|} \sin(a - \varrho) + \frac{m}{9,81 \frac{\omega}{p}} \frac{E_0 E}{|z|^2} \left[ \frac{y_1^2}{r} \sin \varrho \sin(a - \varrho) + \frac{y_q^2}{r_q} \cos \varrho \cos(a - \varrho) \right] s. \quad (16b)$$

Endlich bilden wir die Summe der beiden wechselseitigen Momente:

$$M_{s-as} + M_{as-s} = -M_K \cos \varrho \frac{E_0}{E} \sin(a - \varrho) + M_K \cos^2 \varrho \frac{2E_0}{E} \sin \varrho \sin(a - \varrho) \frac{x_1(1 - \sigma_1)}{r_1} s. \quad (17)$$

Das erste Glied ist allgemein bekannt. Es ist gleich dem ersten Summanden in Gleichung (1) und bildet somit den Hauptteil des Momentes der Synchronmaschine bei pendelfreiem Lauf. Das zweite Glied dagegen ist – man kann beinahe sagen – allgemein unbekannt. Es bezieht sich ausschliesslich auf die Längsfelddämpfung und korrigiert den ersten Summanden in Gleichung (13), ein entsprechendes Korrektionsglied für die Quersfelddämpfung tritt nicht auf. Für diese gibt also bereits Gleichung (13) den richtigen Wert.

#### d) Das resultierende Dämpfungsmoment.

Die Ergebnisse der Abschnitte a bis c lassen sich wie folgt zusammenfassen: Das einzige elektrische Dämpfungsmoment, das unter allen Umständen positiv ist, ist das Moment der Quersfelddämpfung:

$$M_q = M_K \cos^2 \varrho \cos^2(a - \varrho) \frac{x_q(1 - \sigma_q)}{r_q} s. \quad (13a)$$

Das einzige elektrische Dämpfungsmoment, das unter allen Umständen negativ ist, ist das synchrone Dämpfungsmoment:

$$M_s = -M_K \left( \frac{E_0}{E} \right)^2 \frac{\sin 4\varrho}{4} s. \quad (15)$$

Dagegen hängt das Vorzeichen des Momentes der Längsfelddämpfung von der Belastung ab. Wir erhalten:

$$M_l = M_K \cos^2 \varrho \sin(a - \varrho) \left[ \sin(a - \varrho) - 2 \frac{E_0}{E} \sin \varrho \right] \frac{x_1(1 - \sigma_1)}{r_1} s. \quad (18)$$

Noch übersichtlicher wird dieser Ausdruck, wenn man mit Hilfe von Gleichung (1)  $\sin(a - \varrho)$  durch die relative Belastung  $\frac{M_0}{M_K}$  ausdrückt. Man erhält dann durch einfache Umrechnung:

$$M_l = -M_K \left[ \left( \frac{E_0}{E} \frac{\sin 2\varrho}{2} \right)^2 - \left( \frac{E}{E_0} \frac{M_0}{M_K} \right)^2 \right] \frac{x_1(1 - \sigma_1)}{r_1} s. \quad (19)$$

Bei Leerlauf ( $M_0 = 0$ ) ist somit die Längsfelddämpfung immer negativ, das heisst Schwingungen erzeugend, und sie wird in dieser gefährlichen Tendenz durch das synchrone Dämpfungsmoment unterstützt. Die Gefahr ist umso grösser, je reichlicher die Magnetwicklung dimensioniert ist und je stärker das Dämpfergitter durch das Längsfeld induziert wird. Dieses merkwürdige Resultat steht im geraden Gegensatz zu der in der Praxis verbreiteten Ansicht. Ich habe aber mehrfach Gelegenheit gehabt, es sowohl qualitativ als auch quantitativ durch das Experiment zu kontrollieren und habe es immer bestätigt gefunden. Hervorzuheben ist ausserdem, dass die negative Längsfelddämpfung bei Leerlauf mit dem Quadrate der Uebererregung und mit dem Ohmschen Widerstand des Ankerkreises zunimmt, wie wir dies auch schon für das synchrone Dämpfungsmoment gefunden haben.

Mit zunehmender Belastung wird die negative Dämpfung kleiner und für Belastungen:

$$\left| \frac{M_0}{M_K} \right| > \left( \frac{E_0}{E} \right)^2 \frac{\sin 2\varrho}{2} \tag{19a}$$

wird auch die Längsfelddämpfung positiv.

Drückt man auch die Quersfelddämpfung durch die relative Belastung aus, so ergibt sich:

$$M_q = M_K \left[ \cos^2 \varrho - \left( \frac{E_0}{E} \frac{\sin 2\varrho}{2} + \frac{E}{E_0} \frac{M_0}{M_K} \right)^2 \right] \frac{x_q (1 - \sigma_q)}{r_q} s. \tag{20}$$

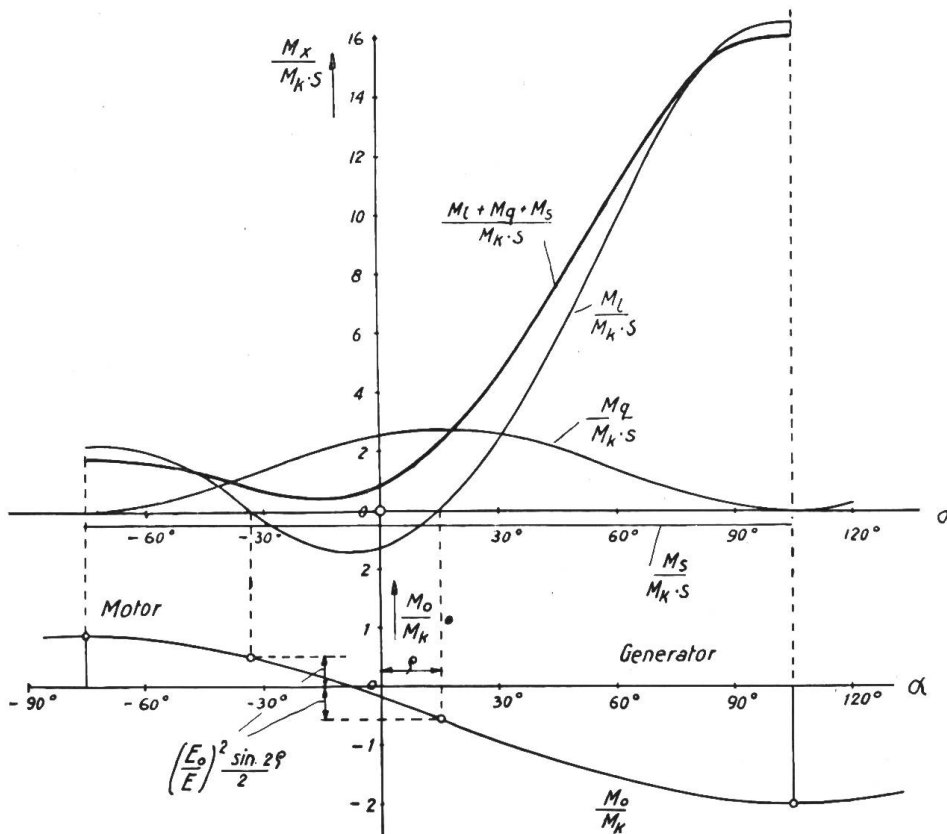


Fig. 10.  
Dämpfungsmomente und mechanisches Moment der Synchronmaschine als Funktion des Voreilungswinkels  $\alpha$ .

In Fig. 10 und 11 sind Längsfelddämpfung, Quersfelddämpfung, synchrone Dämpfung und resultierende Dämpfung aufgetragen, und zwar einmal als Funktion des Voreilungswinkels  $\alpha$  des Polrades, das andere Mal als Funktion der relativen Belastung  $\frac{M_0}{M_K}$ .

Die zu Grunde gelegten Annahmen sind:

$$\varrho = 15^\circ \quad (r = 0,268 x) ; \quad \frac{E_0}{E} = 1,5 ; \quad \frac{x_1(1 - \sigma_1)}{r_1} = 10 ; \quad x_q \frac{(1 - \sigma_q)}{r_q} = 3.$$

Das Gebiet, in welchem die Längsfelddämpfung negativ ist, ist durch Schraffur hervorgehoben. Wie die Abbildungen zeigen, ist bei Motorbetrieb ein relativ grösseres Belastungsgebiet unsicherer als bei Generatorbetrieb. Die resultierende Dämpfung verschwindet zwar im vorliegenden Falle nicht vollständig, wird aber in dem schraffierten Gebiete sehr klein. Für:

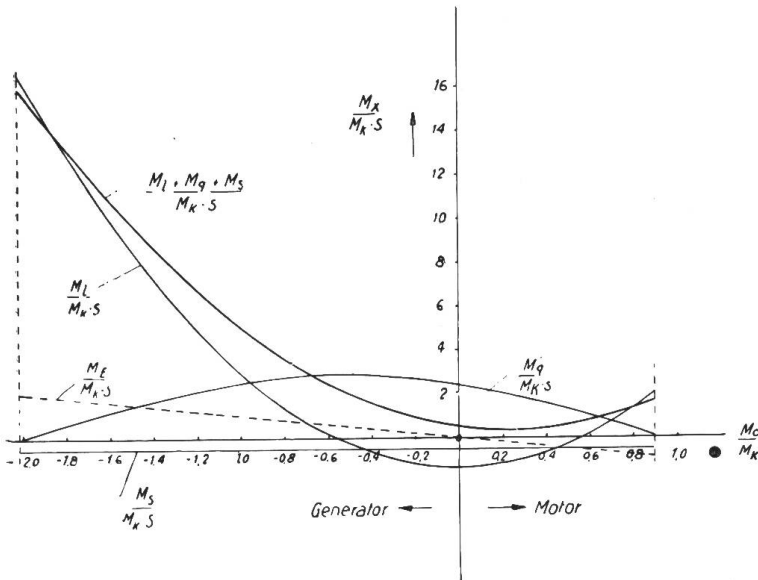


Fig. 11.

Dämpfungsmomente der Synchronmaschine als Funktion der Belastung.

Bei Motorbetrieb ein relativ grösseres Belastungsgebiet unsicherer als bei Generatorbetrieb. Die resultierende Dämpfung verschwindet zwar im vorliegenden Falle nicht vollständig, wird aber in dem schraffierten Gebiete sehr klein. Für:

$$\frac{x_q(1 - \sigma_q)}{r_q} = \frac{x_1(1 - \sigma_1)}{r_1} + 2 \operatorname{ctg} 2\varrho = \frac{E}{(E_0 \sin \varrho)^2} - 1 \quad (21)$$

wird die resultierende Dämpfung im Leerlauf gleich Null. Die Quersfelddämpfung muss also immer stärker sein als Gleichung (21) angibt. Für unser Beispiel errechnet sich ein Grenzwert:

$$\frac{x_q(1 - \sigma_q)}{r_q} = \frac{10 - 2\sqrt{3}}{\left(\frac{1}{1,5 \cdot 0,259}\right)^2 - 1} = 2,4.$$

e) Der Einfluss der Erregermaschine.

Für die Eigendämpfung der Synchronmaschine spielt auch die Aufstellung und Schaltung der Erregermaschine eine gewisse Rolle. In den vorigen Ableitungen haben wir die Schwankung des Erregerstromes  $J_m$  bzw.  $J_1$  nur aus der asynchronen Verkettung abgeleitet. Bei der Berechnung des synchronen Dämpfungsmomentes betrachteten wir den Erregerstrom auch bei pendelnder Maschine als konstant. Wir haben also stillschweigend vorausgesetzt, dass die Erregerspannung unabhängig von der Pendelungsgeschwindigkeit sei, das heisst, dass die Erregermaschine, falls eine solche vorhanden ist, mit konstanter Winkelgeschwindigkeit umläuft.

Ist dagegen die Erregermaschine, wie so oft, direkt mit der Synchronmaschine gekuppelt und ihrerseits fremd erregt oder hoch gesättigt, so ist bereits die Erregerspannung proportional der Winkelgeschwindigkeit. Man kann sich daher bei besonders langsamen Pendelungen den Fall denken, dass auch der Erregerstrom der Synchronmaschine proportional der Winkelgeschwindigkeit pulsiert (Spannungsabfall der Selbstinduktion klein gegen Ohmschen Spannungsabfall). In diesem Grenzfalle beträgt die Rotationsspannung:

$$E_0(1 - s)^2 \cong E_0(1 - 2s),$$

anstatt wie früher  $E_0(1 - s)$ . In Gleichung (15) für das synchrone Dämpfungsmoment

und im ersten Gliede von Gleichung (16b) erscheint daher je ein Zusatzglied, für deren Summe man leicht erhält:

$$M_E = \frac{m}{9,81 \frac{\omega}{p}} \left[ \frac{E_0^2}{|z^2|} r s + \frac{E_0 E}{|z|} \sin(\alpha - \varrho) s \right]$$

oder: 
$$M_E = -M_0 s. \tag{22}$$

Für Motorbetrieb ( $M_0$  positiv) bedeutet dies eine negative, für Generatorbetrieb dagegen eine positive Dämpfung (vergl. Fig. 11). In jeder Beziehung ist also der Motorbetrieb der ungünstigste Fall. Im übrigen bewirkt die grosse Selbstinduktion der Erregerwicklung der Synchronmaschine, dass das Dämpfungsglied in Wirklichkeit wesentlich geringer ausfällt als Gleichung (22) angibt.

#### 4. Anwendungsbeispiele.

Ich möchte zum Schluss noch einige Anwendungsbeispiele geben, die mir geeignet erscheinen, die Bedeutung der Theorie zu illustrieren, ohne dass damit behauptet werden soll, dass die im vorigen mitgeteilte Theorie in allen Stücken zur Behandlung dieser Beispiele ausreiche. Wie ich schon in der Einleitung hervorgehoben habe, spielt für die resultierende Dämpfung der Synchronmaschine auch die Netzbelastung eine wichtige Rolle. Diese werden wir indessen erst im folgenden Abschnitt und da nur sehr kurz behandeln.

Eines der wichtigsten Beispiele ist der sogenannte synchrone Kondensator, d. h. ein leerlaufender Synchronmotor, wie er oft bei langen Kraftübertragungen als Spannungsregulator angewandt wird. Hängt er am Ende einer langen Linie, so treffen alle Umstände zusammen, welche die negative Dämpfung begünstigen. Vor den Arbeitswicklungen liegt eine Linie mit verhältnismässig grossem Widerstand; die Maschine läuft übererregt und ausserdem unbelastet. Das mechanische Dämpfungsmoment ist daher sehr gering. Derartige Maschinen bedürfen daher einer starken Querselddämpfung.

Ein anderes interessantes Beispiel ist der starre Zusammenschluss zweier grosser Kraftwerke durch eine Kraftleitung (Fig. 12). Bemerkenswert ist hier, dass

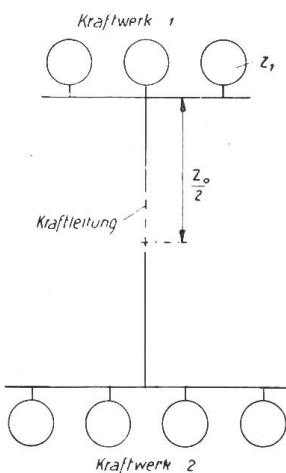


Fig. 12.  
Starrer Zusammenschluss  
zweier Kraftwerke.

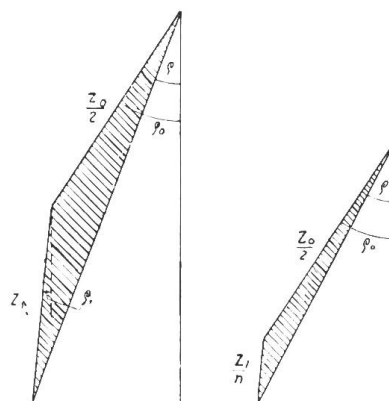


Fig. 13a und 13b.  
Bestimmung des Widerstandswinkels  $\rho$ .

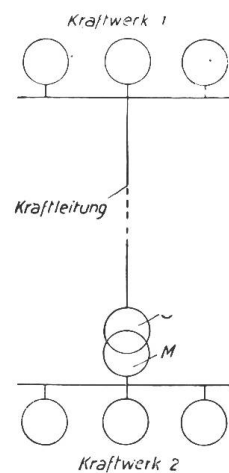


Fig. 14.  
Loser Zusammenschluss  
zweier Kraftwerke.

die Pendelungsgefahr für ein und dieselbe Kraftlinie mit der Grösse der parallelgeschalteten Maschinengruppen zunimmt. Wir wollen der Einfachheit halber annehmen, in beiden Kraftwerken seien gleichzeitig gleichviele Synchronmaschinen auf die



Sammelschienen geschaltet und alle Aggregate seien gleich ausgeführt. Ausserdem möge die Kraftleitung unbelastet sein. Arbeitet dann in jeder Station nur ein Generator, so erhält man den Widerstandswinkel  $\varrho$  durch Addition der Generatorimpedanz  $z_1$  und der halben Linienimpedanz  $\frac{z_0}{2}$  (Fig. 13a). Sind dagegen in jeder Station  $n$  Maschinen parallel geschaltet, so beträgt die resultierende Generatorimpedanz nur  $\frac{z_1}{n}$ . Wie Fig. 13b zeigt, wird in diesem Falle  $\varrho$  nahezu gleich  $\varrho_0$ , also bedeutend grösser als im vorigen Falle.

Bedeutend günstiger arbeitet der lose Zusammenschluss grosser Kraftwerke durch eine Ueberlandleitung mit Regulieraggregat (Fig. 14). Ist dabei  $S$  eine Synchronmaschine und  $M$  eine Asynchronmaschine, so wird zwar die elektrische Dämpfung der Synchronmaschine durch die vorgeschaltete Linie beeinträchtigt. Allein die Dämpfung der Asynchronmaschine ist in jedem Falle so gross, dass die resultierende Dämpfung für das ganze Aggregat mehr als genügend ist.

### B. Die Netzdämpfung der Synchronmaschine.

Wir haben bisher nur von der Eigendämpfung der Synchronmaschine gesprochen. Wir dachten uns dabei die Synchronmaschine gemäss Fig. 1, über eine längere Kraftleitung auf ein sehr grosses, schwingungsfreies Netz  $N_1$  geschaltet. So einfach

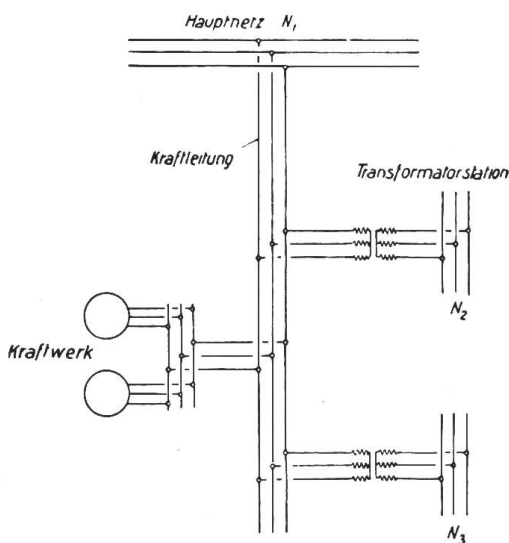


Fig. 15.

Kleines Kraftwerk im Netzverband.

liegen natürlich die Verhältnisse in Wirklichkeit selten. Selbst wenn wir die Fiktion eines unendlich grossen Netzes  $N_1$  aufrecht halten können, so wird doch die Kraftlinie an verschiedenen Stellen Transformatorstationen speisen, die ihrerseits wieder Netze  $N_2$ ,  $N_3$  bilden (Fig. 15). Man kann von vornherein annehmen, dass diese Netzbelastung  $N_2$ ,  $N_3$  für die Stabilität des Parallelbetriebes nicht ohne Einfluss sein wird. Voraussichtlich werden in den Gleichungen für die resultierende Dämpfung (und auch für die synchronisierende Kraft) neue Zusatzglieder auftreten oder die früher gefundenen Ausdrücke verändert werden. Mit anderen Worten: zur „Eigendämpfung“ wird eine neue Dämpfung treten, für die ich im folgenden den Ausdruck „Netzdämpfung“ anwenden will.

Die Netzdämpfung für alle möglichen Fälle zu berechnen ist eine umständliche Aufgabe.

Hier kann nur eine Darstellung der rechnerischen Grundprinzipien in Frage kommen. Wir benützen dabei denselben Kunstgriff, der uns bei der Berechnung der Eigendämpfung zum Ziel geführt hat, das ist die getrennte Untersuchung des Einflusses der Netzspannung und der Rotationsspannung.

#### a) Die asynchrone Stromverteilung und das asynchrone Dämpfungsmoment.

Zuerst denken wir uns wiederum die Synchronmaschine unerregt, also als Asynchronmotor, ans Netz geschaltet und berechnen hierfür die Stromverteilung und das Dämpfungsmoment.

In Fig. 16 bedeutet  $N$  die Sammelschienen eines sehr grossen Netzes mit der konstanten pendelfreien Klemmspannung  $E$ ,  $S$  die Synchronmaschine und  $B$  eine Belastung, die keine Synchronmaschine enthalten möge, im übrigen aber beliebig angenommen werden kann.

Die Impedanz der Linie bis zum Verzweigungspunkte A sei:

$$z_0 = r_0 - j x_0,$$

die Impedanzen der beiden Abzweigungen inklusive der Impedanzen der Synchronmaschine bzw. der Belastung:

$$z_{10} = r_{10} - j x_{10}$$

bezw.: 
$$z_{30} = r_{30} - j x_{30}.$$

Ausserdem setzen wir:

$$z_1 = z_0 + z_{10} = r_1 - j x_1,$$

$$z_3 = z_0 + z_{30} = r_3 - j x_3.$$

$z_1$  und  $z_{10}$  gelten für pendelfreien Betrieb. Pendelt dagegen die Synchronmaschine mit der (kleinen) Schlüpfung  $s_1$ , so erhöht sich  $z_{10}$  um die Rotorrückwirkung. Nehmen wir der Einfachheit halber an, der Rotor sei mit konstantem Luftspalt und symmetrischer Mehrphasenwicklung versehen („Autosynchronmotor“), so erhalten wir für die Impedanz der pendelnden Maschine gemäss Gleichung (4):

$$z_{10}' = r_{10} + \frac{y_1^2}{r_2} s_1 - j x_{10} = z_{10} + \frac{y_1^2}{r_2} s_1$$

und ebenso:

$$z_1' = z_1 + \frac{y_1^2}{r_2} s_1.$$

Sind Längsfeld- und Quersfeldämpfung nicht gleich stark, so ist an Stelle von Gleichung (4) die kompliziertere Gleichung (12) anzuwenden.

Bezeichnen wir noch die Ströme der Kraftleitung, der Synchronmaschine und der Belastung mit  $J_{0as}$ ,  $J_{1as}$  und  $J_{3as}$ , so gilt:

$$\dot{J}_{0as} = \dot{J}_{1as} + \dot{J}_{3as} \quad \dot{J}_{1as} (z_1' - z_0) = \dot{J}_{3as} (z_3 - z_0)$$

und:

$$\begin{aligned} \dot{E} &= \dot{J}_{1as} z_1' + \dot{J}_{3as} z_0 \\ &= \dot{J}_{1as} \frac{z_1' z_3 - z_0^2}{z_3 - z_0}. \end{aligned}$$

Hieraus leiten wir leicht folgende Gleichungen ab:

Statorstrom der Synchronmaschine:

$$\left. \begin{aligned} \dot{J}_{1as} &= (\dot{J}_{1as})_0 + \Delta \dot{J}_{1as} \\ \text{mit: } (\dot{J}_{1as})_0 &= \frac{\dot{E}}{z_1} \frac{1 - \frac{z_0}{z_3}}{1 - \frac{z_0^2}{z_1 z_3}} \\ \Delta \dot{J}_{1as} &= - \frac{\dot{E}}{z_1^2} \frac{1 - \frac{z_0}{z_3}}{\left(1 - \frac{z_0^2}{z_1 z_3}\right)^2} \frac{y_1^2}{r_2} s_1. \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

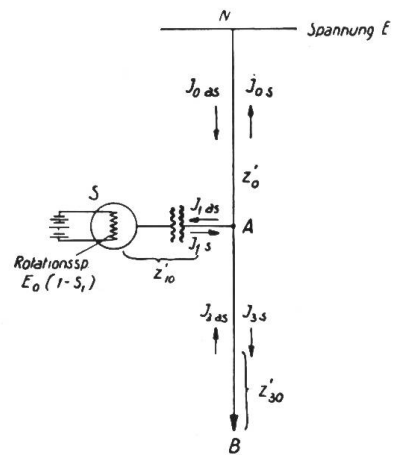


Fig. 16.  
Zur Berechnung der Netzdämpfung.

Rotorstrom der Synchronmaschine:

$$j_{2as} = j(j_{1as})_0 \frac{y_1}{r_2} s_1 = j \frac{\dot{E}}{z_1} \frac{1 - \frac{z_0}{z_3}}{1 - \frac{z_0^2}{z_1 z_3}} \frac{y}{r_2} s_1. \quad (24)$$

Asynchrones Dämpfungsmoment:

$$M_{as} = \frac{m y_1}{9,81 \frac{\omega}{p_1}} [j(j_{1as})_0 \times j_{2as}] = \left( \frac{m}{9,81 \frac{\omega}{p_1}} \frac{E}{|z_1|^2} \frac{y_1^2}{r_2} s_1 \right) \left| \frac{1 - \frac{z_0}{z_3}}{1 - \frac{z_0^2}{z_1 z_3}} \right|^2. \quad (25)$$

In der letzten Gleichung bedeutet der erste Faktor in der runden Klammer das asynchrone Dämpfungsmoment bei unbelasteter Krafterleistung ( $z_3 = \infty$ ). Der zweite richtungslose<sup>7)</sup> Klammerwert kennzeichnet somit den Einfluss der Belastung. Man übersieht diesen Einfluss am besten, wenn man den Klammerwert auf folgende Form bringt:

$$\left| \frac{1}{1 + \frac{z_0 z_{10}}{z_1 z_{30}}} \right|^2.$$

Man erkennt dann, dass eine induktive Belastung  $z_{30}$  das asynchrone Dämpfungsmoment vermindert, während eine kapazitive Belastung, z. B. durch den Ladestrom des unbelasteten Leitungsendes, die Dämpfung erhöht. Eine kleine Ohmsche Belastung ( $z_{30} = r_{30}$ ) ist praktisch ohne Einfluss, eine grosse Ohmsche Belastung wirkt ebenfalls dämpfungsvermindernd.

#### b) Die synchrone Stromverteilung und das synchrone Dämpfungsmoment.

Die synchrone Stromverteilung und Dämpfung erhalten wir, wenn wir uns das Netz an den Sammelschienen  $N$  (Fig. 16) kurzgeschlossen und statt dessen die Synchronmaschine erregt denken. Die Ströme in den 3 Zweigen bezeichnen wir jetzt mit  $J_{0s}$ ,  $J_{1s}$  und  $J_{3s}$ . Da die Synchronmaschine gemäss unserer Annahme mit einer kleinen Schlüpfung  $s_1$  um die synchrone Gleichgewichtslage pendeln soll, was für die Impedanzen nicht ohne Einfluss ist, so gebrauche ich für die Impedanzen bei pendelnder Maschine die Bezeichnungen  $z_0'$ ,  $z_1'$  bzw.  $z_{10}'$  und  $z_3'$  bzw.  $z_{30}'$ . Die Bezeichnungen  $z_0$ ,  $z_1$  bzw.  $z_{10}$ ,  $z_3$  bzw.  $z_{30}$  gelten wie früher für die entsprechenden Impedanzen bei konstanter, synchroner Periodenzahl. Bei pendelnder Maschine ist somit:

$$z_0' = r_0 - j x_0 (1 - s_1)$$

und: 
$$z_0' (1 + s_1) = r_0 (1 + s_1) - j x_0 = z_0 + r_1 s_1.$$

Analog: 
$$z_1' = r_1 - j x_1 (1 - s_1)$$

und: 
$$z_1' (1 + s_1) = r_1 (1 + s_1) - j x_1 = z_1 + r_1 s_1.$$

Auch für  $z_3'$  gilt eine analoge Gleichung, ausser wenn die Belastung „3“ aus Motoren besteht. In diesem Falle folgt nicht allein die Reaktanz, sondern auch die Resistanz den Periodenschwankungen, ein Umstand, der für die Netzdämpfung von grösster Bedeutung ist. Eine kleine Zwischenrechnung möge uns darüber aufklären.

Nehmen wir der Einfachheit halber an, die Belastung „3“ bestehe aus einem leerlaufenden Asynchronmotor. Das Trägheitsmoment des Motors mit angekup-

<sup>7)</sup> Wird ein Vektor oder eine komplexe Zahl zwischen zwei radiale Striche gesetzt, so bedeutet dies, dass nur der richtungslose Absolutwert in die Formel einzusetzen ist.

pelter Arbeitsmaschine sei  $\Theta_3$ , seine Schlüpfung gegen die synchrone Drehzahl  $s_3$ . Die übrigen konstanten  $r_3$ ,  $x_3$ ,  $y_3$ ,  $r_4$  haben die bekannte Bedeutung. Pendelt die Synchronmaschine mit der (kleinen) Schlüpfung  $s_1$ , so rotiert das Drehfeld des Synchronmotors mit der Winkelgeschwindigkeit  $\frac{\omega}{p_3} (1 - s_1)$  und die effektive Rotor-schlüpfung mit Bezug hierauf ist  $s_3 - s_1$ . Für das Motormoment folgt daraus:

$$M_3 = \frac{m}{9,81} \frac{\omega}{p_3} J_{3s}^2 \frac{y_3^2}{r_4} (s_3 - s_1).$$

Bei unbelasteter Maschine wird dieses Moment ausschliesslich zur Beschleunigung der Massen verwandt:

$$M_3 = \Theta_3 \frac{d^2 \varepsilon_3}{dt^2} = - \Theta_3 \frac{\omega}{p_3} \frac{ds_3}{dt}.$$

Daraus folgt:

$$\Theta_3 \frac{\omega}{p_3} \frac{ds_3}{dt} + \frac{m}{9,81} \frac{\omega}{p_3} J_{3s}^2 \frac{y_3^2}{r_4} s_3 = \frac{m}{9,81} \frac{\omega}{p_3} J_{3s}^2 \frac{y_3^2}{r_4} s_1,$$

oder wenn wir durch die Gleichung:

$$s_1 = |s_1| \sin(\omega_e t - \varphi) \equiv \dot{s}_1$$

auf die Vektordarstellung übergehen:

$$\dot{s}_3 = \dot{s}_1 \frac{1}{1 - j \omega_e \frac{9,81 \Theta_3 \left(\frac{\omega}{p_3}\right)^2}{m J_{3s}^2 \frac{y_3^2}{r_4}}}.$$

In diesem Zusammenhang interessiert nur diejenige Komponente  $s_{31}$  der Schlüpfung  $s_3$ , welche gleichphasig mit der Schlüpfung  $s_1$  der Synchronmaschine pulsiert. Denn nur diese ist von Einfluss auf das Dämpfungsmoment<sup>8)</sup>. Hierfür ergibt sich:

$$s_{31} = \frac{s_1}{1 + \left[ \omega_e \frac{9,81 \Theta_3 \left(\frac{\omega}{p_3}\right)^2}{m J_{3s}^2 \frac{y_3^2}{r_4}} \right]^2} = s_1 \eta_3. \quad (26)$$

Je grösser somit das Trägheitsmoment im Verhältnis zum beschleunigenden Moment  $r_3$ , desto kleiner wird  $\eta_3$  und  $s_{31}$ .

Diese kleine Zwischenrechnung ermöglicht uns jetzt, auch  $z_3'$  durch die Schlüpfung  $s_1$  und die Impedanz  $z_3$  bei nicht pendelnder Synchronmaschine auszudrücken. Gemäss Gleichung (4) und (26) setzen wir:

$$z_3' = r_3 - \frac{y_4^2}{r_4} s_1 (1 - \eta_3) - j x_3 (1 - s_1)$$

<sup>8)</sup> Die andere Komponente, welche  $s_1$  um  $90^\circ$  nacheilt, beeinflusst das synchronisierende Moment der Synchronmaschine.

bezw.: 
$$z_3'(1 + s_1) = z_3 + \left[ r_3 - \frac{y_3^2}{r_4} (1 - \eta_3) \right] s_1 = z_3 + r_3' s_1. \quad (27)$$

Diese Gleichung unterscheidet sich von den früheren für  $z_0'$  und  $z_1'$  nur dadurch, dass an Stelle von  $r_3$  ein fingierter, negativer Widerstand  $r_3'$  getreten ist.

Nach diesen Voruntersuchungen bereitet die Berechnung der Ströme und des synchronen Dämpfungsmomentes keinerlei Schwierigkeiten mehr. Die Grundgleichungen der Stromverteilung lauten:

$$J_{1s} = J_{0s} + J_{3s}; \quad J_{0s} z_0' = J_{3s} (z_3' - z_0') = J_{1s} z_0' \frac{z_3' - z_0'}{z_3'}$$

Ferner gilt für die Rotationsspannung der pendelnden Synchronmaschine:

$$\dot{E}_0 (1 - s_1) = J_{1s} (z_1' - z_0') + J_{0s} z_0' = J_{1s} z_1' \left( 1 - \frac{z_0'^2}{z_1' z_3'} \right).$$

Hieraus leitet man leicht folgende Gleichungen ab:

Statorstrom der Synchronmaschine:

mit:

$$\left. \begin{aligned} J_{1s} &= (J_{1s})_0 + \Delta J_{1s} \\ J_{1s} &= \frac{\dot{E}_0}{z_1 \left( 1 - \frac{z_0'^2}{z_1 z_3} \right)} = \frac{\dot{E}_0}{z_r} \\ \Delta J_{1s} &= - \dot{E}_0 \frac{r_1 - 2r_0 \frac{z_0}{z_3} + r_3' \frac{z_0^2}{z_3^2}}{z_r^2} s_1. \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

Endlich folgt für das synchrone Dämpfungsmoment:

$$M_s = - \frac{m}{9,81 \frac{\omega}{p_1}} [\dot{E}_0 \times \Delta J_{1s}] = \frac{m}{9,81 \frac{\omega}{p_1}} \left[ \dot{E}_0 \dot{E}_0 \frac{r_1 - 2r_0 \frac{z_0}{z_3} + r_3' \frac{z_0^2}{z_3^2}}{z_r^2} \right] s. \quad (29)$$

Um nicht zu weitschweifig zu werden, will ich nur zwei besonders einfache Belastungsfälle untersuchen. Zuerst will ich annehmen, die Belastung „3“ sei sehr klein und bestehe nicht aus Motoren. Dann ist  $z_3$  sehr gross gegen  $z_0$  und es gilt näherungsweise:

$$M_s = \frac{m}{9,81 \frac{\omega}{p_1}} \left[ \dot{E}_0 \times \dot{E}_0 \frac{r_1}{z_1^2} \right] s_1 - \frac{m}{9,81 \frac{\omega}{p_1}} \left[ \dot{E}_0 \times \dot{E}_0 2 \frac{r_1}{z_1^2} \frac{z_0}{z_3} \left[ \frac{r_0}{r_1} - \frac{z_0}{z_1} \right] \right] s_1. \quad (30)$$

Hierin ist der erste Summand identisch mit Gleichung (15), bezeichnet also das negative synchrone Dämpfungsmoment bei unbelasteter Krafterleistung. Das Vorzeichen des zweiten Dämpfungsgliedes, welches die zusätzliche Netzdämpfung bei belasteter Krafterleistung ausdrückt, ist für verschiedene Belastungsfälle verschieden.

Gewöhnlich ist  $\frac{r_0}{r_1} > \left| \frac{z_0}{z_1} \right|$ ; denn im Verhältnis zur Reaktanz hat die Linie mehr Widerstand als die Synchronmaschine. Wenn dann auch die Belastungsimpedanz  $z_3$  induktiv ist, so sind  $z_0$  und  $z_3$  nicht viel phasenverschoben. In diesem Falle wird daher die negative synchrone Eigendämpfung der Synchronmaschine durch die Netzdämpfung etwas vermindert. Eine kapazitive Belastung (Ladestrom) hat

die entgegengesetzte Wirkung. Eine geringe Ohmsche Belastung erweist sich von sehr geringem Einfluss. Näher auf diese Verhältnisse einzugehen, dürfte kaum nötig sein, da diese Art von Netzdämpfung in jedem Falle für die resultierende Dämpfung von untergeordneter Bedeutung ist.

Als zweiten Belastungsfall will ich annehmen,  $z_3'$  repräsentiere einen leerlaufenden Asynchronmotor. Sein effektiver Statorwiderstand  $r_3'$  ist nach Gleichung (27) negativ und im Verhältnis zu  $r_1$  und  $r_0 \frac{z_0}{z_3}$  so gross, dass diese Glieder in Gleichung (29) in erster Annäherung vernachlässigt werden können. Mit Rücksicht hierauf entwickeln wir:

$$\begin{aligned} M_s &= \frac{m}{9,81 \frac{\omega}{p_1}} \left[ \dot{E}_0 \times \dot{E}_0 \frac{y_3^2}{r_4} (1 - \eta_3) \frac{-z_0^2}{(z_1 z_3 - z_0^2)^2} \right] S_1 \\ &= \frac{m}{9,81 \frac{\omega}{p_1}} \left[ \dot{E}_0 \times \dot{E}_0 \frac{\frac{y_3^2}{r_4} (1 - \eta_3)}{-(z_{10} + z_{30})^2} \frac{z_0^2}{\left(z_0 + \frac{z_{10} z_{30}}{z_{10} + z_{30}}\right)^2} \right] S_1 \end{aligned}$$

oder genau genug:

$$M_s = \frac{m}{9,81 \frac{\omega}{p_1}} \left[ E_0^2 \frac{\frac{y_0^2}{r_4} (1 - \eta_3)}{|z_{10} + z_{30}|^2} \left| \frac{z_0}{z_0 + z_{13}} \right|^2 \right] S_1. \quad (31)$$

Asynchronmotoren erzeugen hiernach eine sehr erhebliche Netzdämpfung. Diese ist nach Gleichung (31) um so grösser, je kleiner die resultierende Impedanz:

$$z_{13} = \frac{z_{10} z_{30}}{z_{10} + z_{30}} \quad (31a)$$

der parallelgeschalteten Zweige 1 und 3 im Verhältnis zur Impedanz  $z_0$  der vorgeschalteten Linie ist. Je näher daher eine Kraftstation oder synchrone Kondensatoren dem Gebiete liegen, wo die meisten grossen Asynchronmotoren arbeiten, desto stabiler ist wahrscheinlich der Parallelbetrieb.

### c) Die wechselseitigen Dämpfungsmomente.

Die wechselseitigen Dämpfungsmomente sind genau wie früher bei unbelastetem Netz zu berechnen und es kann genügen, wenn ich hier lediglich die prinzipielle Gleichung angebe. Diese lautet:

$$M_{s-as} + M_{as-s} = \frac{m}{9,81 \frac{\omega}{p_1}} ([y_j (J_{1s})_0 \times J_{2as}] - [\dot{E}_0 \times \Delta J_{1as}]). \quad (32)$$

Da die hierin auftretenden Ströme durch die Gleichungen (28), (24) und (23) bekannt sind, bereitet die Auswertung der Gleichung für bestimmte Belastungsfälle keine Schwierigkeiten.

(Der zweite Teil dieser Arbeit folgt später.)

