

Zeitschrift: Bulletin de l'Association suisse des électriciens
Herausgeber: Association suisse des électriciens
Band: 22 (1931)
Heft: 6

Artikel: Analytische Auswertung empirischer Kurven
Autor: Holzer, Wolfgang
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-1058572>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 25.12.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Analytische Auswertung empirischer Kurven.

Von Wolfgang Holzer, Dipl.-Ing., Berlin.

519: 537,7: 621.317.6

Der Autor weist auf die Erfolge der analytischen Auswertung empirischer Kurven in der technischen und physikalischen Forschung hin, erwähnt einige der gebräuchlichen Methoden und geht dann auf ein Verfahren ein, das einfach ist und oft schnell zum Ziele führt. Zum Schluss wird die Anwendung des Verfahrens an Eisenverlustkurven erläutert.

L'auteur signale les succès obtenus au cours de recherches scientifiques et techniques par l'étude analytique des courbes empiriques. Après avoir mentionné, quelques unes des méthodes courantes, il examine de plus près un procédé simple qui mène souvent très rapidement au but cherché. Pour terminer, l'auteur montre encore l'application du procédé à l'analyse de courbes de pertes dans le fer.

In der technisch-physikalischen Literatur sind eine Reihe von Formeln enthalten, welche durch planmässige Auswertung von Versuchsergebnissen entstanden sind. Die dazu nötigen Hilfsmethoden sind sämtlich bekannt. Besonders in Amerika wird von diesen Methoden weitgehend Gebrauch gemacht. Ohne den Wert der auf diesem Wege entstandenen Gleichungen zu überschätzen, muss man den Erfolg dieser Methoden anerkennen; es sei nur an das Steinmetz-Richtersche ¹⁾ Eisenverlustgesetz und die Peeksche ²⁾ Koronaverlustformel erinnert.

Zur Anwendung der Methoden der Kurvenanalyse führen Gründe verschiedenster Art. Oftmals liegen über einen Vorgang keinerlei zwingende Grundanschauungen vor, so dass man genötigt ist, aus Messwerten einen analytischen Ausdruck zu bilden, welcher den betrachteten Vorgang mit möglicher Annäherung beschreibt. Es gelang auf diesem Wege sogar, Grössen zu ermitteln, welche einer direkten Messung nicht zugänglich waren und so neue physikalische Gesetze zu finden ³⁾. Besonders hat z. B. die Hochspannungstechnik seit langem der Physik der Gasentladungen wertvolles empirisches Material in analytischer Form geliefert. Die rück-schliessende theoretische Fundierung dieser Ergebnisse wirkte und wirkt auf die fortschreitende Erkenntnis der Entladungserscheinungen fördernd ein. Auch führte die Weiterverfolgung der mathematischen Hilfsverfahren der angewandten Mathematik oftmals zu neuen exakten mathematischen Lösungen ⁴⁾. Ein weiterer Grund, welcher zur Benutzung analytischer Methoden führt, ist der, dass die exakten Ausdrücke oft kompliziert und deshalb praktisch schwer auswertbar werden. So ergibt z. B. die Theorie der Kugelfunkenstrecke eine Gleichung von höherer transzendenter Gestalt, welche von Peek durch einen empirischen Ansatz von vergleichsweise angenäherter Symbolik ersetzt wurde. Dieser Ansatz ist leicht auswertbar. Aber auch dann, wenn der Bau der Naturvorgang beschreibenden Gleichung bekannt ist, dienen die Methoden der Analyse zur Bestimmung der Konstanten. Der Elektrotechniker macht oft von der harmonischen Analyse Gebrauch. Diese Verfahren sind hinlänglich bekannt (Runge, Fischer-Hinnen, Pollak); die Analyse periodischer Kurven scheidet

deshalb bei unserer Betrachtung aus. In manchen Untersuchungen müssen beide Methoden verwendet werden. Die Auswertung von Oszillogrammen von Schaltvorgängen führt oft auf die Notwendigkeit der Trennung eines periodischen und aperiodischen Vorgangs. Eine solche Behandlung gibt einen vortrefflichen Einblick in das Verhalten des betrachteten Kreises, zumal, wenn sich seine Kenngrössen während des Vorganges ändern. Auch alle einfacheren Extrapolationsmöglichkeiten machen von genaueren Verfahren zweckmässig Gebrauch. Die Strommessung in Hochspannungskreisen mittels Silitstäben führt z. B. durch eine Extrapolation ⁵⁾ zum Widerstandswert Null. (Man misst mittels Funkenstrecke den Spannungsabfall eines Silitstabes. Bei Stäben verschiedenen Widerstandes errechnet man unterschiedliche Ströme. Zeichnet man die Kurve Strom in Funktion vom Widerstand, so kann man durch Verlängern der Kurve den Stromwert für den Widerstand gleich Null graphisch ermitteln.)

Der einfachste und meist begangene Weg der Analyse ist folgender: Man versucht eine Gleichung zu finden, welche den Messwerten Genüge leistet. Diese Gleichung gibt einen Anhalt, in welchem Maßstabssystem sich die Kurve, welche durch die Messwerte gelegt werden kann, zu einer Geraden streckt. Die wahrscheinlichste Gerade durch die Punkteschar lässt sich einfach und schnell bestimmen.

Die allgemeineren Verfahren sind meist umständlicher. Der Ausgleich nach der Methode kleinster Quadrate ⁶⁾ gibt sehr verlässliche, aber auch umständlich zu gewinnende Werte. Diese Methode wählt aus den Messwerten diejenigen Werte aus, für welche die Summe der Fehlerquadrante ein Minimum ist. Haben wir eine Funktion $y = f(x, a)$, dann wird die Differenz zusammengehöriger Werte aus den Versuchspunkten $y_i = f(x_i, a, b)$ nicht Null sein. Der Fehler beträgt nun $s = \sum_i [y_i = f(x_i, a, b, c)]$. Da nun die Summe der Fehlerquadrate ein Minimum sein soll, heisst das, dass $s = \sum_i [y_i = f(x_i, a, b, c)]^2$ ein Minimum werden soll. Hat man z. B. die allgemeine Gleichung $y = ax + bx^2 + cx^3$, so ergeben sich nach einer Differentiation die Bestimmungsgleichungen für die Werte a, b, c wie folgt:

¹⁾ Chr. Pr. Steinmetz. Engineering Mathematics 1917. S. 248. R. Richter. ETZ 1910, No. 49.

²⁾ F. W. Peek. T A I E E 1911, 30, S. 1889.

³⁾ N. R. Campbell: An account of the principles of measurement and calculation, 1928, S. 70.

⁴⁾ R. Rothe ETZ, 1920, 41, S. 999.

⁵⁾ O. Zdraleck. A. f. E., 1927, 18, S. 1.

⁶⁾ Handbuch der Physik, 1928, 3, S. 505.

$$\begin{aligned} \sum x_i y_i &= a \sum x_i^2 + b \sum x_i^3 + c \sum x_i^4 \\ \sum x_i^2 y_i &= a \sum x_i^3 + b \sum x_i^4 + c \sum x_i^5 \\ \sum x_i^3 y_i &= a \sum x_i^4 + b \sum x_i^5 + c \sum x_i^6 \end{aligned}$$

Man bildet nun die einzelnen Teilausdrücke und erhält drei Gleichungen mit den Unbekannten a, b, c , deren Auswertung relativ einfach ist. Doch kann man leicht ersehen, dass die Mühe schon bei drei Unbekannten ziemlich gross ist, so dass die Ausgleichsrechnung nach der Methode kleinster Quadrate in Kurvenanalysen selten Anwendung finden wird.

Um die wahrscheinlichste Gerade durch eine Punktschar zu finden, kennen wir das graphische Verfahren von Mehmke. Da aber dieses Verfahren bei verzerrten Maßstäben (Funktionsnetz) umständlich wird, ist es besser, stets das folgende einfache Verfahren ⁷⁾ anzuwenden.

Es sei ein linearer Verlauf der Funktion vorausgesetzt. Man lässt bei der Analyse alle auffällig von der erwarteten Geraden abweichenden Punkte als ungenau weg. Die verbleibenden Wertepaare x und y werden in zwei Gruppen gleicher Punktzahl eingeteilt. Die Zahl der Wertepaare sei n .

Man bildet nunmehr folgende Summen und Differenzen:

$$\begin{aligned} \text{Gruppe 1:} & \quad \sum x_1 & \quad \sum y_1 \\ \text{Gruppe 2:} & \quad \sum x_2 & \quad \sum y_2 \end{aligned}$$

Ferner bildet man:

$$\begin{aligned} \Delta \sum x &= \sum x_2 - \sum x_1 \\ \Delta \sum y &= \sum y_2 - \sum y_1 \\ \sum \sum x &= \sum x_1 + \sum x_2 \\ \sum \sum y &= \sum y_1 + \sum y_2 \\ a &= \frac{\Delta \sum y}{\Delta \sum x} \quad b = \frac{\sum \sum y - a \sum \sum x}{n} \end{aligned}$$

Die Gleichung der Geraden ergibt sich nunmehr zu:

$$y = ax + b$$

Damit ist die Frage der Ermittlung der wahrscheinlichsten Geraden gelöst. Es verbleibt nun noch die Aufgabe, die gefundenen Messwerte in ein solches Koordinatensystem einzureihen, dass sich die Funktion zu einer Geraden streckt. Man hat meistens eine bestimmte physikalisch begründete Annahme vorliegen, welche den Gleichungsbau vorschreibt. Ist das aber nicht der Fall, so wird man von einem der Ansätze in Tabelle I ⁸⁾ Gebrauch machen. Mit Hilfe dieser Ansätze wird es fast immer möglich sein, die Streckung durchzuführen. Führt jedoch keiner der angegebenen Wege zum Ziel, so kann man es noch mit Gleichungen vom Bau $y = a_0 + b x + c x^2 \dots$ versuchen. Erwartet man einen additiven Faktor in dem Gleichungsbau,

⁷⁾ L. c., 1, S. 237.

⁸⁾ A. Hund. Hochfrequenzmesstechnik, 1922, S. 312.

so wird man den Maßstab so wählen, dass die Streckung der Kurve bei verschiedenem additiven Faktor erkenntlich wird. Als Extrapolationsmöglichkeit dient nun ein Winkel zweier Tangenten, den man in Beziehung zu dem additiven Faktor setzt. Dieser

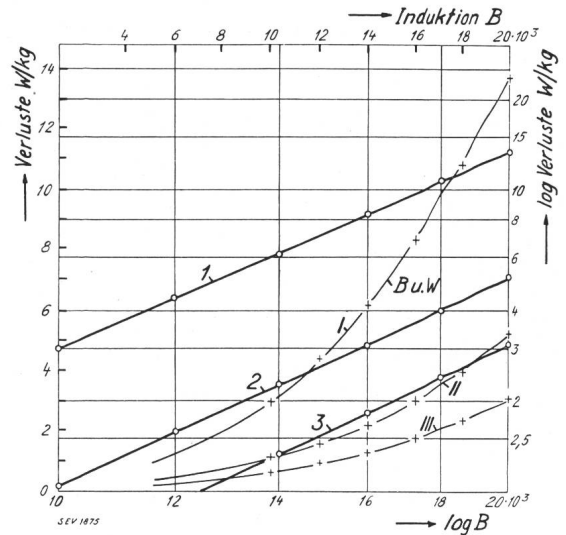


Fig. 1. Verlustkurven von Eisenblech. Analyse im doppellogarithmischen Masssystem.
 1 $\log B$ und $\log W$ 50 Per/s.
 2 $\log B$ und $\log W$ 25 Per/s.
 3 $\log B$ und $\log W$ $16^{2/3}$ Per/s.
 I B und W 50 Per/s.
 II B und W 25 Per/s.
 III B und W $16^{2/3}$ Per/s.

Fall tritt oft bei der Behandlung von Gasentladungskarakteristiken ein. Kathodenfall und Lichtbogen-spannung bilden solche additive Faktoren. Z. B. wird die Stromspannungscharakteristik eines Lichtbogens durch die Gleichung $y = k + m x^n$ dargestellt, wobei y der Spannung, x dem Strom und k der Bogen-spannung entspricht. Der Exponent n kann durch Auftragen einer Kurve $\log(y-k)$ und $\log x$ derart gefunden werden, dass man verschiedene Kurven mit verschiedenem Wert von k versucht. Die meisten werden gekrümmt sein. Als Krümmungsmass wählt man den Winkel zweier Tangenten und extrapoliert nun den k -Wert für den Winkel Null, also für Streckung in eine Gerade.

Tabelle I.

	Mögliche Normalformel	Zur Erzielung linearen Verlaufs ist aufzutragen	
		als Abscisse	als Ordinate
1	$y = a \cdot x + b$	x	y
2	$y = a \cdot x^2 + b$	x^2	y
3	$y = a \cdot x^n + b \cdot x^m$	x^{m-n}	$\frac{y}{x^n}$
4	$y = a \cdot x \cdot y + b$	$x \cdot y$	y
5	$y = a \cdot \frac{x}{y} + b$	$\frac{y}{x}$	y
6	$y = a \cdot x^m$	$\log x$	$\log y$
7	$x = a \cdot e^{m \cdot x}$	x	$\log y$

Eine Reihe von mathematischen Hilfsverfahren dienen zur Vorausbestimmung der Normalformel. Ihre Anwendung kann auf wenige seltene Fälle beschränkt werden; meist gelangt man durch einfache Diskussion des Kurvenverlaufes zu bestimmenden Richtlinien für den Bau der Formel. Vor allem hat man zu entscheiden, ob es sich um einen Kurvenverlauf periodischen Charakters handle oder nicht. Ferner sind die möglichen Werte der Funktion für $x = 0, y = 0, x = \infty, y = \infty$, einer Betrachtung zu unterziehen⁹⁾. Als zweckmässigster Weg hat sich erwiesen, zuerst mit den logarithmischen und Exponentialfunktionen zu beginnen. In Tabelle I nimmt die Normalgleichung 3 eine Sonderstellung ein. Sie ist nur dann anwendbar, wenn die Exponenten vorbestimmt sind. Ein Beispiel¹⁰⁾ ist die Ermittlung der Schallstärkenbeziehung in einem tönenden Lichtbogen, welche durch die Formel $y = a x^2 + b x^4$ beschrieben ist ($y =$ Schallstärke, $x =$ Ueberlagerungsfrequenz). Schliesslich muss noch betont werden, dass es selten möglich ist, numerische Gesetze auf nicht durch Experimente durchforschte Bereiche auszudehnen. Diese Einschränkung stellt keinen Fehler der analytischen Auswertung an sich dar; sie ist lediglich durch auftretende Sekundärvorgänge, wie z. B. Eisensättigung oder endliche Elektronenaustrittsgeschwindigkeit bedingt.

Um zu zeigen, welche umfassende Verwendung diese Methoden finden, sollen einige Beispiele von Formeln aus der Hochspannungstechnik genannt werden, deren Entstehung auf den angezeigten Methoden fusst.

- $U = a \cdot x + b$ Spitzenfunkenstrecke¹¹⁾.
- $U = U_0 \cdot a \cdot f^b$ Einfluss der Frequenz auf den Wärmedurchschlag¹²⁾.
- $U = U_0 \cdot A \cdot t^n$ Zeitdurchschlagsfunktion von Dielektrika¹³⁾.
- $U = a \cdot d^n$ Durchschlag durch ein Plattendielektrikum¹⁴⁾.
- $\text{tg } \varphi = k \cdot T^a$ Verlustwinkeltemperaturfunktion¹⁵⁾.
- $U = a \cdot d - b \cdot d^2$ Durchschlag durch ein Plattendielektrikum¹⁶⁾.

Solche Beispiele lassen sich auf nahezu allen Gebieten anführen und zeigen besser als alle Erwägungen die Erfolge der Methoden auf. Die letztangegebene Formel verdient insofern besonderes Interesse, als sie, erst nur als empirische Formel angesetzt, später einen bestimmenden Einfluss auf Grundanschauungen über den Durchschlagsmechanismus nahm, da es gelang, ihren Bau theoretisch zu begründen.

⁹⁾ L. c., I, S. 211.
¹⁰⁾ M. v. Pirani. Graphische Darstellung in Wissenschaft und Technik, 1914, S. 74.
¹¹⁾ A. Roth, Hochspannungstechnik, 1927, S. 204.
¹²⁾ Montsinger, JAIEE, 1924, 43, S. 204.
¹³⁾ Flight. BEAMA J., 1921, Febr.-März.
¹⁴⁾ Fischer Hinzen, L. c., 11, S. 108.
¹⁵⁾ A. Smurow. ETZ, 1930, S. 1515.
¹⁶⁾ P. Böning, AFE, 1928, 20, S. 88.

Die Anwendung der Verfahren soll an einem Beispiele erläutert werden. Der Berechnungsgang von elektrischen Maschinen lässt sich in bestimmten Fällen glatt rechnerisch durchführen. Nur das Entnehmen der spezifischen Eisenverluste für die gewählte Liniendichte unterbricht den Rechnungsgang oft störend. Das wird besonders bei der Berechnung des für einen bestimmten Fall wirtschaftlichen Transformators der Fall sein. Hat man noch mit verschiedenen Frequenzen zu rechnen, so wird das Verlangen nach einer analytischen Formel für die Eisenverlustkurven um so grösser. In Fig. 1 sind gemessene Eisenverluste für ein gewöhnliches Blech von der Stärke 0,35 mm in Abhängigkeit von der Liniendichte aufgetragen¹⁷⁾. Für die Analyse soll nur das massgebliche Gebiet von 10 000 bis 20 000 Gauss betrachtet werden. Ein Auftragen der Kurven im doppellogarithmischen System streckt sie zu Geraden. Eine angenäherte Parallelität lässt ein weiteres Mittel zur Analyse erwarten.

$\frac{B_1}{1000}$	$\log\left(\frac{B_1}{1000}\right)$	$\frac{B_2}{1000}$	$\log\left(\frac{B_2}{1000}\right)$
10	1,000	16	1,204
12	1,079	18	1,255
14	1,146	20	1,301

$$\sum x_1 = 3,225 \qquad \sum x_2 = 3,759$$

W_1	$\log W_1$	W_2	$\log W_2$
3,0	0,477	8,37	0,923
4,4	0,643	10,8	1,033
6,15	0,789	13,65	1,135

$$\sum y_1 = 1,909 \qquad \sum y_2 = 3,091$$

$$\Delta \sum x = \sum x_2 - \sum x_1 = 0,534$$

$$\Delta \sum y = \sum y_2 - \sum y_1 = 1,182$$

$$a = \frac{\Delta \sum y}{\Delta \sum x} = \frac{1,182}{0,534} = 2,21$$

$$\sum \sum x = \sum x_1 + \sum x_2 = 6,985$$

$$\sum \sum y = \sum y_1 + \sum y_2 = 5,001$$

$$b = \frac{\sum \sum y - a \cdot \sum \sum x}{n} = \frac{5,001 - (2,21 \cdot 6,984)}{6} = -1,742$$

$$\log y = 2,21 \cdot x - 1,742 \qquad y = \frac{x^{2,21}}{55,24}$$

Auf diese Weise ergibt sich die Formel:

$$W = \left(\frac{B}{1000}\right)^{2,21} \cdot \frac{1}{55,24} \text{ W/kg bei 50 Per/s}$$

In gleicher Weise ergibt sich:

$$W = \left(\frac{B}{1000}\right)^{2,232} \cdot \frac{1}{155,6} \text{ W/kg bei 25 Per/s}$$

$$W = \left(\frac{B}{1000}\right)^{2,385} \cdot \frac{1}{402,6} \text{ W/kg bei } 16^{2/3} \text{ Per/s}$$

¹⁷⁾ M. Kloss, KB 2.

Wie man sich leicht überzeugen kann, ist die Uebereinstimmung der gerechneten Werte bei 50 Per/s sehr gut, bei anderen Frequenzen und höheren Liniendichten genügend. Die Verlustkurven lassen sich demnach durch eine Gleichung von der Form $W = \left(\frac{B}{1000}\right)^a \cdot \frac{1}{b}$ darstellen, wobei die Werte von a und b frequenzabhängig sind. Soll nun eine Extrapolation in dem Bereiche von 50 bis 25 Per/s stattfinden, so beachte man, dass sich der Wert von a in diesem Bereiche nur unerheblich ändert. Für den Wert von b lässt sich mit Hilfe eines einfachen Ansatzes der Ausdruck finden:

$\frac{1}{b} = \frac{(f-11,2)}{2140}$, sodass die Gleichung der Eisenverluste der betrachteten Blechsorte nun lautet:

$$W = \left(\frac{B}{1000}\right)^{2,21} \frac{(f-11,2)}{2140} \text{ W/kg}$$

Gültig für den Bereich von 50 bis 25 Per/s.

In unmittelbarer Nähe des Bereiches von 25 Per/s hat man zweckmässig den Exponenten der Kurve für diese Frequenz einzusetzen.

Die Genauigkeit der Analyse steigt mit der Zahl der verwendeten Versuchspunkte. Es ist möglich,

mit Hilfe der Gaußschen Ausgleichsrechnung für jede Versuchsreihe den wahrscheinlichsten Verlauf zu ermitteln. Man darf dabei aber nicht übersehen, dass die Ausgleichsrechnung wenig theoretisch fundiert ist¹⁸⁾. Häufig führt eine planmässige Diskussion einer Messreihe zu einem Ziele, welches dem Ergebnis einer strengen Ausgleichsrechnung nicht nachsteht und den Vorteil geringeren Zeit- und Müheaufwandes besitzt.

Die Frage, ob man es bei den auf solche Weise erhaltenen Formeln mit Ausdrücken zu tun habe, welche sich wirklich auf die konkreten Dinge selbst bezögen, ist positiv zu beantworten, nur ist der Anpassungsgrad verschieden. Es sei daran erinnert, dass die reine Physik Grössengleichungen¹⁹⁾ nicht kennt, diese gehören der angewandten Physik an. Ihnen wohnt naturgemäss eine Symbolik bei, doch ist diese auf das überblickte Gebiet beschränkt. Dass diese Beschränkung besonders bei dem hier behandelten Fall der Analyse einen bestimmenden Einfluss auf den Anpassungsgrad hat, ist klar.

¹⁸⁾ L. c., 3, S. 162.

¹⁹⁾ F. Baille et Darrieux. Bull. Soc. française, Bd. 3, S. 1137.

Bericht über die Diskussionsversammlung für Fragen über Förderung der Elektrizitätsverwertung

Dienstag, den 14. und Mittwoch, den 15. Oktober 1930
in Bern.

(Fortsetzung von Seite 127 und Schluss)

Die Propaganda der Konkurrenz.

Referat von Direktor *Dietler*, Therma A.-G., Schwanden.

659:662.76(494)

Zusammenfassung.

Zur Zeit entwickelt die Gasindustrie, die Konkurrenz der Elektrizitätswerke auf dem Gebiete der Wärmeanwendungen, aussergewöhnliche Expansionsbestrebungen, unterstützt durch eine hervorragend organisierte Propaganda. Die Organisation der Gaswerke ist nicht nur viel älter als diejenige der Elektrizitätswerke und besitzt deshalb mehr Erfahrungen, sie scheint auch grosse finanzielle Mittel zur Verfügung zu haben, ohne welche heute jede Propaganda aussichtslos ist.

Die schweizerische Gasindustrie ist im *Schweizerischen Verein von Gas- und Wasserfachmännern* (SVGW) organisiert, dem in der Regel ein Direktor eines schweizerischen Gaswerkes als Präsident vorsteht; diesem Verein gehören ausser den Gaswerken und den Fabrikations- und Installationsfirmen der Gasbranche auch die Gemeindegasversorgungen usw. an. Als Sekretär des Vereins fungiert vollamtlich ein Ingenieur. Von den Institutionen des VSGW seien in diesem Zusammenhang die folgenden genannt: *Technisches Inspektorat schweizerischer Gaswerke* (Direktor: der Sekretär des VSGW), *Propagandakommission* (Sekretär: der Sekretär des VSGW) und der *Verband Schweizerischer Gaswerke* mit einem Direktor als Vorsteher, der die Stellung vollamtlich inne hat.

Der Vorteil dieser knappen und deshalb beweglichen Organisation besteht heute darin, dass die ganze Propaganda zum Verbrauch des Leuchtgases und seiner Nebenprodukte zur Bekämpfung der Elektrizität und der Kohle von einer Zentralstelle ausgeht, in welcher alle Fäden zusammenlaufen.

Aehnlich sind die Gasfachleute in den anderen europäischen Ländern organisiert; dagegen sind deren Propagandaabteilungen ganz verschieden entwickelt, je nach den Verhältnissen.

Italien kennt noch keinen Wettstreit zwischen Gas und Elektrizität, da die einschlägigen Industrien meistens in den Händen derselben Finanzgesellschaften sind; ausserdem sind die Strompreise mit Ausnahme des Piemont im allgemeinen noch so hoch, dass eine Konkurrenzierung des Leuchtgases durch die Elektrizität für Wärmezwecke nicht in Frage kommt.

In *Spanien* steht noch zu wenig elektrische Energie zur Verfügung, als dass diese dem Gas ernsthaft Konkurrenz machen könnte.

In *Frankreich* stehen in den grösseren Städten die Gas- und Elektrizitätswerke oft unter paritätischer Verwaltung; in der Landschaft steht, wie auch in Italien, noch vielfach weder Gas noch Elektrizität zur Verfügung. Von einer Konkurrenz zwischen Gas und Elektrizität kann im allgemeinen noch nicht gesprochen werden, obschon sich da und dort die Verhältnisse etwas zugespitzt haben.

In *Belgien* sind Gas und Kohle zur Zeit noch so billig, dass die Elektrizität für Wärmeanwendungen nicht konkurrieren kann.

Holland verfügt über sehr billige elektrische Energie, aber auch über sehr billiges Gas. Ausserdem stehen in den grösseren Städten sowohl Gas- wie Elektrizitätswerke als