

**Zeitschrift:** Bulletin de l'Association suisse des électriciens  
**Herausgeber:** Association suisse des électriciens  
**Band:** 22 (1931)  
**Heft:** 14

**Artikel:** Berechnung des Spannungsverlustes unter Berücksichtigung der Selbstinduktion der Leitung  
**Autor:** Keller, W.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-1058592>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 25.12.2024

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Berechnung des Spannungsverlustes unter Berücksichtigung der Selbstinduktion der Leitung.

Von *W. Keller*, Elektrotechniker, St. Imier.

621.315.051

Der Autor weist darauf hin, dass bei der Berechnung von Niederspannungsleitungen die Vernachlässigung der durch die Selbstinduktion der Leitungen hervorgerufenen Spannungsabfalles zu grossen Fehlern führen kann und entwickelt eine einfache Berechnungsmethode, welche diesen induktiven Spannungsabfall berücksichtigt. Ein Zahlenbeispiel zeigt Fehler von 50 %, die durch Vernachlässigung der Selbstinduktion der Leiter von z. B. 8 mm Durchmesser und 500 m Länge bei der Uebertragung von 20 kW, 250 V 1 ~, entstehen.

L'auteur attire l'attention sur les risques d'erreurs considérables dans le calcul des lignes à basse tension, si l'on néglige la chute de tension due à la selfinduction des conducteurs. Il développe ensuite une méthode de calcul simple qui tient compte de cette chute de tension inductive. Au moyen d'un exemple numérique portant sur une transmission d'énergie de 20 kW, 250 V 1 ~, il démontre qu'on peut commettre des erreurs de 50 % si l'on néglige la selfinduction des conducteurs d'un diamètre de 8 mm et d'une longueur de 500 m.

Es soll gezeigt werden, wie der Spannungsverlust auf möglichst einfache Weise unter Berücksichtigung der Selbstinduktion der Leitung berechnet werden kann. In der Praxis nimmt man gewöhnlich an, dass bei Niederspannung, d. h. bei relativ geringen Drahtabständen, die Selbstinduktion der Leitung vernachlässigt werden kann. Bei kleinen Drahtdurchmessern ist diese Annahme berechtigt. Sobald es sich aber um Drähte von 6 und 8 mm Durchmesser handelt, wird der Ohmsche Widerstand gegenüber dem induktiven verhältnismässig klein, und die Vernachlässigung der Selbstinduktion führt dann zu ganz unrichtigen Rechnungsergebnissen, wie ein Beispiel zeigen wird.

### I. Ableitung der Formel für Einphasenleitungen.

Es bedeuten:

- $P$  Belastung der Leitung in W
- $\cos \varphi$  Leistungsfaktor der Belastung
- $U_a$  Spannung am Anfang der Leitung
- $U_e$  Spannung am Ende der Leitung
- $R$  Widerstand der Hin- und Rückleitung
- $L$  Selbstinduktion der Hin- und Rückleitung
- $a$  Anzahl km Hin- und Rückleitung
- $r, l$  entsprechende Werte pro km Leitungsdraht

$$R = ar; L = al$$

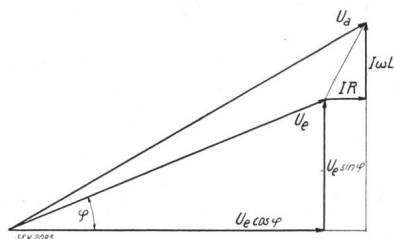


Fig. 1.

Aus dem pythagoräischen Lehrsatz folgt (Fig. 1):

$$U_a^2 = U_e^2 \cos^2 \varphi + I^2 R^2 + 2 U_e \cos \varphi IR + U_e^2 \sin^2 \varphi + I^2 \omega^2 L^2 + 2 U_e \sin \varphi I \omega L$$

$$I = \frac{P}{U_e \cos \varphi} \text{ eingesetzt, ergibt:}$$

$$U_a^2 = U_e^2 \cos^2 \varphi + \frac{P^2 R^2}{U_e^2 \cos^2 \varphi} + 2 PR + U_e^2 \sin^2 \varphi +$$

$$\frac{P^2 \omega^2 L^2}{U_e^2 \cos^2 \varphi} + 2 P \omega L \operatorname{tg} \varphi$$

$$U_a^2 = U_e^2 (\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi) + \frac{P^2}{U_e^2 \cos^2 \varphi} (R^2 + \omega^2 L^2) + 2 P (R + \omega L \operatorname{tg} \varphi)$$

$$\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi = 1$$

$$U_e^2 U_a^2 = U_e^4 + P^2 \frac{R^2 + \omega^2 L^2}{\cos^2 \varphi} + 2 P U_e^2 (R + \omega L \operatorname{tg} \varphi) \quad (1)$$

Für  $R$  und  $L$  können  $ar$  und  $al$  eingesetzt werden. Ferner können die Werte  $\frac{r^2 + \omega^2 l^2}{\cos^2 \varphi}$  und  $(r + \omega l \operatorname{tg} \varphi)$  mit  $k_2$  und  $k_1$  bezeichnet und die entsprechenden Zahlenwerte zum voraus für verschiedene Drahtdurchmesser und Leistungsfaktoren ausgerechnet und in Kurventafeln aufgezeichnet werden. Die Gleichung lautet dann:

$$U_a^2 U_e^2 = U_e^4 + a^2 k_2 P^2 + 2 a k_1 P U_e^2 \quad (2)$$

Die Gleichung kann nun sowohl nach  $U_a$  wie auch nach  $U_e$  aufgelöst werden.

Auflösung nach  $U_a$ :

$$U_a^2 = U_e^2 + \frac{a^2 k_2 P^2}{U_e^2} + 2 a k_1 P$$

$$U_a = \sqrt{U_e^2 + \frac{a^2 k_2 P^2}{U_e^2} + 2 a k_1 P} \quad (3)$$

Auflösung nach  $U_e$ :

$$U_e^4 - U_e^2 (U_a^2 - 2 a k_1 P) + a^2 k_2 P^2 = 0$$

Da  $U_e$  nur in der zweiten und vierten Potenz vorkommt, kann die Gleichung wie eine solche zweiten Grades gelöst werden, indem zunächst  $y$  für  $U_e$  eingesetzt wird:

$$y^2 = y (U_a^2 - 2 a k_1 P) + a^2 k_2 P^2 = 0$$

$$y = \frac{U_a^2 - 2 a k_1 P \pm \sqrt{(U_a^2 - 2 a k_1 P)^2 - a^2 k_2 P^2}}{2}$$

$$U_e^2 = \frac{1}{2} U_a^2 - a k_1 P + \sqrt{\left(\frac{1}{2} U_a^2 - a k_1 P\right)^2 - a^2 k_2 P^2}$$

$$U_e = \sqrt{\sqrt{\left(\frac{1}{2} U_a^2 - a k_1 P\right)^2 - a^2 k_2 P^2} + \frac{1}{2} U_a^2 - a k_1 P} \quad (4)$$

II. Ableitung der Formel für Drehstromleitungen.

Es bedeuten ferner (Fig. 2):

$U_{pa}$ : Phasenspannung am Anfang der Leitung.  
 $U_{pe}$ : Phasenspannung am Ende der Leitung.

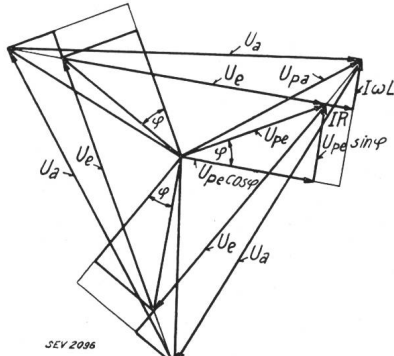


Fig. 2.

Analog wie vorher ergibt sich

$$U_{pa}^2 = U_{pe}^2 \cos^2 \varphi + I^2 R^2 + 2 U_{pe} \cos \varphi IR + U_{pe}^2 \sin^2 \varphi + I^2 \omega^2 L^2 + 2 U_{pe} \sin \varphi I \omega L$$

$R$  und  $L$  entsprechen den Werten für einen Leitungsdraht.

$$I = \frac{P}{3 U_{pe} \cos \varphi}$$

$$U_{pa}^2 = U_{pe}^2 \cos^2 \varphi + \frac{P^2 R^2}{9 U_{pe}^2 \cos^2 \varphi} + \frac{2}{3} PR + U_{pe}^2 \sin^2 \varphi + \frac{P^2 \omega^2 L^2}{9 U_{pe}^2 \cos^2 \varphi} + \frac{2}{3} \omega LP \operatorname{tg} \varphi$$

$$U_{pa}^2 U_{pe}^2 = U_{pe}^4 + \frac{1}{9} P^2 \frac{R^2 + \omega^2 L^2}{\cos^2 \varphi} + \frac{2}{3} P U_{pe}^2 (R + \omega L \operatorname{tg} \varphi)$$

An Stelle der Phasenspannungen können nun wieder die verketteten Spannungen eingesetzt werden nach der Beziehung:

$$U_p = \frac{U}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{1}{9} U_a^2 U_c^2 = \frac{1}{9} U_c^4 + \frac{1}{9} P^2 \frac{R^2 + \omega^2 L^2}{\cos^2 \varphi} + \frac{2}{9} P U_c^2 (R + \omega L \operatorname{tg} \varphi)$$

$$U_a^2 U_c^2 = U_c^4 + P^2 \frac{R^2 + \omega^2 L^2}{\cos^2 \varphi} + 2 U_c^2 P (R + \omega L \operatorname{tg} \varphi)$$

Diese Gleichung ist identisch mit Gleichung 1, und die Formeln für  $U_a$  und  $U_c$  sind daher für Drehstrom gleichlautend wie für Einphasenstrom, mit dem Unterschied, dass für Dreiphasenstrom  $a$  nur die einfache Leitungslänge bedeutet.

In den Kurven der Fig. 3 können die Werte für  $k_1$  und  $k_2$  für verschiedene Drahtdurchmesser und Leistungsfaktoren und für einen Drahtabstand von 50 cm, wie dieser für Niederspannungsleitungen gebräuchlich ist, abgelesen werden. Für andere Spannungen bzw. Drahtabstände können die Kurven analog aufgestellt werden.

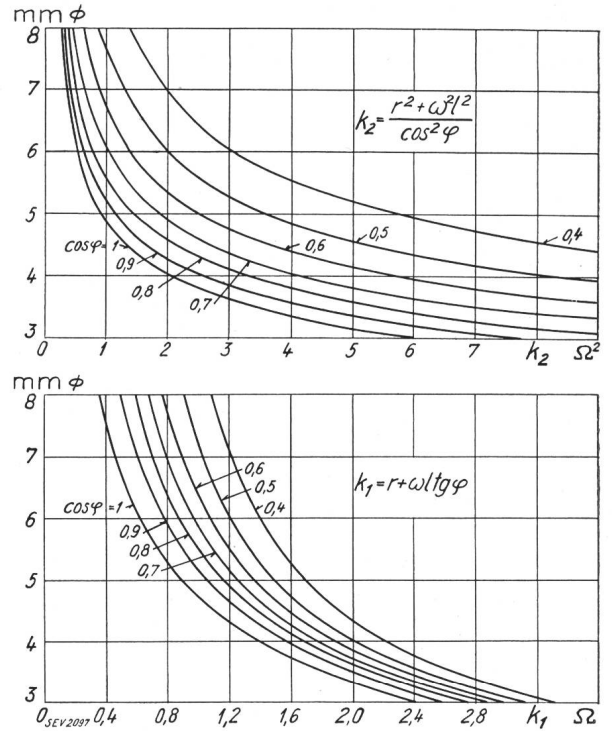


Fig. 3.

Die Faktoren  $k_1$  und  $k_2$  in Funktion des Drahtdurchmessers und der Phasenverschiebung.

Für einen einzelnen Fall, für den es sich nicht lohnt, alle Werte für die Aufstellung einer Kurventafel auszurechnen, können in der Formel für  $k_1$  und  $k_2$  wieder  $(r + \omega l \operatorname{tg} \varphi)$  und  $\frac{r^2 + \omega^2 l^2}{\cos^2 \varphi}$  eingesetzt und so  $U_a$  oder  $U_c$  ermittelt werden. Für  $l$  kann dann bekanntlich gesetzt werden:

$$l = (0,46 \log \frac{D}{r} + 0,05) 10^{-3} H$$

wobei  $D$  dem Abstand der Drähte und  $r$  den Radius eines Drahtes bedeuten.

III. Beispiele.

Nachfolgende Beispiele sollen noch die Unzulänglichkeit der bei der Berechnung von Niederspannungsleitungen meistens angewandten Formel:

$$\varepsilon = \frac{Pl \cdot 1000}{0,57 q U^2 \cos \varphi} \text{ zeigen.} \quad (5)$$

$\varepsilon$  = prozentualer Spannungsabfall  
 $l$  = Länge der Leitung in km.

Für Einphasenleitungen sind Hin- und Rückleitung zu berücksichtigen.

**1. Beispiel:**

Zu übertragende Leistung:  $P = 20$  kW,  $U_a = 250$  V Einphasenstrom,  $a = 0,5$  km, Drahtdurch-

messer  $d = 8$  mm,  $\cos \varphi = 1$ ; es sind die Endspannung  $U_e$  und der prozentuale Spannungsabfall  $\varepsilon$  zu bestimmen.

$$U_e = \sqrt{\sqrt{\left(\frac{1}{2} 250^2 - 0,5 \cdot 2 \cdot 10^4 \cdot 0,35\right)^2 - 0,5^2 \cdot 2^2 \cdot 10^8 \cdot 0,23} + 2,775 \cdot 10^4} = \underline{234,5 \text{ V}}$$

$$\varepsilon = 6\%$$

Nach der Formel (5):

$$\varepsilon = \frac{20\,000 \cdot 500}{0,57 \cdot 250^2 \cdot 50} = \underline{5,6\%}$$

Differenz 7 %

**2. Beispiel:**

Wie oben aber  $\cos \varphi = 0,8$ .

$$U_e = \sqrt{\sqrt{\left(\frac{1}{2} 250^2 - 0,5 \cdot 2 \cdot 10^4 \cdot 0,59\right)^2 - 0,5^2 \cdot 2^2 \cdot 10^8 \cdot 0,35} + 2,535 \cdot 10^4} = \underline{223,5 \text{ V}}$$

$$\varepsilon = 10,5\%$$

Nach Formel (5):  $\varepsilon = \frac{20\,000 \cdot 500}{0,57 \cdot 250^2 \cdot 50 \cdot 0,8} = \underline{7\%}$

Differenz: 50 %

**3. Beispiel:**

Wie oben aber  $\cos \varphi = 0,7$ .

$$U_e = \sqrt{\sqrt{\left(\frac{1}{2} 250^2 - 0,5 \cdot 2 \cdot 10^4 \cdot 0,67\right)^2 - 0,5^2 \cdot 2^2 \cdot 10^8 \cdot 0,45} + 2,455 \cdot 10^4} = \underline{219,5 \text{ V}}$$

$$\varepsilon = 12\%$$

Nach der erwähnten Formel:

$$\varepsilon = \frac{20\,000 \cdot 500}{0,57 \cdot 250^2 \cdot 50 \cdot 0,7} = \underline{8\%}$$

Differenz: 50 %

## Technische Mitteilungen. — Communications de nature technique.

### Siebente Plenarversammlung der Commission Electrotechnique Internationale (CEI) in Skandinavien, vom 27. Juni bis 9. Juli 1930. 621.3(06)

Vom Sekretariat des Comité Electrotechnique Suisse (CES).

#### A. Allgemeines.

Wir legen im Bulletin SEV 1930, Nr. 12, S. 416, anlässlich der Mitteilung des generellen Programmes der Siebenten Plenarversammlung der CEI Zweck, Gründung, Entwicklung und Arbeitsmethoden dieser Kommission dar. Es sei hier zusammenfassend folgendes wiederholt:

Die CEI wurde im Jahre 1906 in London gegründet. Ihre Vorläufer waren die Internationalen Elektrotechnischen Kongresse, deren erster im Jahre 1881 in Paris stattfand; an diesen Kongressen wurden die elektrischen und magnetischen Einheiten und die dazugehörigen Normalwerte festgelegt. Ueber diese grundlegenden Uebereinkünfte hinaus machte sich mit der Entwicklung der Elektrotechnik und des Handels mit elektrotechnischem Material das Bedürfnis geltend, international anerkannte Regeln im weitesten Sinne des Wortes zu schaffen, um den Verkehr zwischen Fabrikant und Käufer, welche oft in verschiedenen Ländern oder Erdteilen wohnen, zu vereinfachen. Diesem Bedürfnis zu genügen, wurde vor 25 Jahren auf englische Initiative die CEI gegründet, deren bisherige Arbeiten im Bull. SEV 1928, Nr. 10, S. 313, gewürdigt wurden.

Der CEI sind zur Zeit 25 Nationalkomiteen angeschlossen (das Comité Electrotechnique Suisse [CES] als schweizerisches Nationalkomitee seit 1911), welche die elektrotechnischen Interessen der betreffenden Länder vertreten. Die Geschäfte werden von einem Generalsekretär, mit Sitz in London (Bureau Central), unter Leitung des Präsidenten und des Honorarsekretärs der CEI, geführt. Für die allgemeine Verwaltung ist der Conseil zuständig, in welchem die Nationalkomiteen je durch ihren Präsidenten und ein weiteres

Mitglied vertreten sind. Er versammelt sich anlässlich jeder Plenarversammlung. Seit dem Jahre 1923 besteht ein kleiner Ausschuss, das Comité d'Action, zusammengesetzt aus dem Präsident und seinem Amtsvorgänger, dem Honorarsekretär, dem Generalsekretär der CEI und einigen von Fall zu Fall vom Präsidenten der CEI ausersehenen Präsidenten von Nationalkomiteen.

Die CEI beschäftigt sich nur mit solchen Fragen, deren Behandlung von einem oder mehreren Nationalkomiteen beantragt wird. Sie übergibt das Studium dieser Fragen sogenannten Comités d'Etudes, die von je einem Vertreter der interessierten Nationalkomiteen gebildet werden. Eines dieser Nationalkomiteen übernimmt auf Einladung des Comité d'Action das permanente Sekretariat (Sekretariatskomitee) und hat als solches die Arbeiten vorzubereiten und zu leiten; der Vorsitzende wird von Sitzung zu Sitzung bestimmt. Zur Zeit bestehen 18 Comités d'Etudes (Tabelle I); ein neunzehntes (Installations électriques sur navires) wurde in Stockholm aufgehoben. Die Studienkomiteen diskutieren die Vorschläge der verschiedenen Nationalkomiteen und trachten danach, zu einem gemeinsamen Vorschlag zu gelangen. Ist dies gelungen — es ist dazu im Comité d'Etudes Einstimmigkeit erforderlich —, so unterbreitet das Studiensekretariat den Vorschlag der Plenarversammlung, die bis jetzt etwa alle drei Jahre abgehalten wurde und künftig alle vier Jahre stattfinden soll, zur Annahme. In der Plenarversammlung hat jedes Nationalkomitee eine Stimme. Ein Antrag gilt als angenommen, wenn er von  $\frac{4}{5}$  der abgegebenen Stimmen angenommen wurde. In dringenden Fällen kann ein Antrag auch zwischen zwei Plenarversammlungen gemäss der Règle des six mois zum Beschluss erhoben werden; dieses Procedere besteht darin, dass allen Nationalkomiteen der Antrag des Studienkomitees schriftlich unterbreitet wird und die Nationalkomiteen ihre Stimme innerhalb sechs Monaten schriftlich abgeben.

Die CEI übt auf niemanden einen Druck aus; ihre Beschlüsse haben den Charakter einer Empfehlung an die nationalen Verbände und die Industrie; sie haben in der-