

Zeitschrift: Bulletin de l'Association suisse des électriciens

Herausgeber: Association suisse des électriciens

Band: 23 (1932)

Heft: 21

Artikel: Über das Verhältnis zwischen dem integralen und dem differentialen Biot-Savartschen Gesetz

Autor: Greinacher, H.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-1057469>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 25.12.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Dieser Wert liegt etwas höher als bei üblichen Instrumenten. Er erfordert ein leichtes System, um Θ klein zu halten. Eine Vergrößerung von k_t ist nur in engen Grenzen möglich, da sie auch ein entsprechend erhöhtes dynamisches Moment erfordert.

Dieses lässt sich nur durch Vergrößerung von $\left(\frac{dM}{d\vartheta}\right)$ also Erhöhung der Windungszahl und damit Gewichtszunahme des Systems erreichen.

Handelt es sich nur um die Messung der Frequenz oder die Verwendung als Nullinstrument, so kann $\delta\omega$ ohne Schaden bedeutend grösser werden als oben angenommen. Denn hier handelt es sich nur darum, die Ausschläge überhaupt wahrzunehmen, während ihre absolute Grösse nebensächlich ist. Dazu sind sie aber, wie sich aus Fig. 2 entnehmen lässt, bei $\eta = 1$ bis 1,5, also $\delta\omega = 20$ bis 30, noch genügend gross.

Ueber das Verhältnis zwischen dem integralen und dem differentialen Biot-Savartschen Gesetz.

Von Prof. Dr. H. Greinacher, Bern.

Es wird gezeigt, dass das Biot-Savartsche Elementargesetz eindeutig aus dem Integralgesetz unter der einzigen Annahme folgt, dass ein Stromelement in seiner eigenen Richtung keine magnetische Wirkung ausübt. Der Zusammenhang zwischen beiden Gesetzen lässt sich anschaulich machen. Das Integralgesetz stellt nicht die Summation über die Wirkung von Stromelementen, sondern über die von Elementarstromkreisen dar.

L'auteur montre que la loi élémentaire de Biot-Savart découle directement de la loi intégrale, en admettant uniquement qu'un courant élémentaire n'exerce aucune influence magnétique dans sa propre direction. Il est possible de mettre en évidence les rapports entre les deux lois. La loi intégrale ne représente pas une sommation de l'effet de courants, mais de circuits élémentaires.

Aus den Maxwell'schen Gleichungen des elektromagnetischen Feldes berechnet sich in bekannter Weise für das von einem geschlossenen Stromkreis herrührende magnetische Feld der Ausdruck

$$\mathfrak{H} = \oint \frac{I \cdot dl \cdot \sin \varphi}{r^2} \quad (1)$$

Da wir nur geschlossene galvanische Ströme kennen, so ist damit das Verfahren zur Berechnung von \mathfrak{H} eindeutig gegeben, und es erscheint vom praktischen Standpunkt aus müssig, nach dem Elementargesetz der magnetischen Wirkung zu fragen. Auch vom Standpunkt der «Nahewirkungstheorie» kann eine solche Frage nicht gestellt werden, da ein solches Elementargesetz sich eben als Fernwirkungsgesetz darstellt. Immerhin wird man nicht darauf verzichten wollen, dem Coulombschen Gesetz ein analoges elektromagnetisches Gesetz an die Seite zu stellen. Nur wird man sich dessen bewusst bleiben müssen, dass es sich dabei um einen für den Gebrauch bequemen und anschaulichen Ausdruck und nicht um eine die Tatsachen wirklich erfassende Beziehung zwischen physikalischen Grössen handelt.

In diesem Sinn darf der Ausdruck (1) so interpretiert werden, dass man jedem Stromelement dl den Beitrag

$$d\mathfrak{H} = \frac{I \cdot dl \cdot \sin \varphi}{r^2} \quad (2)$$

zum Felde zuschreibt, d. h. man erhält das Biot-Savartsche Elementargesetz. Es gibt indessen keine theoretische und experimentelle Möglichkeit, dieses Differentialgesetz zu beweisen, da die Theorie nur das Integralgesetz und das Experiment nur geschlossene Ströme liefert. Indessen ist seine Struk-

tur so durchsichtig und dem Coulombschen Gesetz so ähnlich, dass kein Bedürfnis nach einem anderen Elementargesetz vorliegt. Und doch liessen sich unendlich viele andere mit derselben Berechtigung aufstellen. Wie z. B. Chwolson in seinem Lehrbuch der Physik, 1908, Bd. IV, 1, S. 567, schon darauf hinweist, kann man statt des Ausdruckes (1) auch schreiben

$$\mathfrak{H} = \oint \frac{I \cdot dl \cdot \sin \varphi}{r^2} + \oint F(r, \varphi) \cdot dl \quad (3)$$

wenn $F(r, \varphi)$ die Bedingung erfüllt, dass das geschlossene Integral gleich null ist. Das ist, wie leicht einzusehen, der Fall, wenn

$$F(r, \varphi) = I \cdot \cos \varphi \cdot F(r)$$

gesetzt wird. Es ist also auch

$$\mathfrak{H} = \oint I \cdot \left(\frac{\sin \varphi}{r^2} + \cos \varphi \cdot F(r) \right) \cdot dl \quad (4)$$

Als Elementargesetz könnte daher jeder Ausdruck

$$d\mathfrak{H} = I \cdot dl \cdot \left(\frac{\sin \varphi}{r^2} + \cos \varphi \cdot F(r) \right) \quad (5)$$

gelten, ohne dass man in Widerspruch mit der Erfahrung käme. Wenn man beispielsweise $F(r) = \frac{1}{r^2}$ setzt, würde man erhalten

$$d\mathfrak{H} = \frac{\sqrt{2} \cdot I \cdot dl \cdot \sin(\varphi + 45^\circ)}{r^2} \quad (6)$$

Dass (6) trotz der Aehnlichkeit mit (2) eine ganz andere Gesetzmässigkeit ausdrückt, ersieht man schon aus dem Spezialfall $\varphi = 0$. Nach (6) würde ein Stromelement in seiner Richtung eine

magnetische Wirkung ausüben, nach (2) hingegen nicht. Dieser Umstand spricht zugunsten des Biot-Savartschen Gesetzes (2), da er mit dem Satze in Uebereinstimmung ist, dass in einem Leiter nur dann elektrische Induktion entsteht, wenn er von Kraftlinien geschnitten wird¹⁾.

Im folgenden soll nun gezeigt werden, dass das Biot-Savartsche Gesetz das einzig mögliche Elementargesetz ist, das die Bedingung «magnetische Wirkung in Richtung des Stroms gleich null» erfüllt. Wir wenden zu diesem Zwecke unser allgemein gültiges Integralgesetz (1) auf einen *Elementarstromkreis* an (Fig. 1), der aus dem beliebigen Ele-

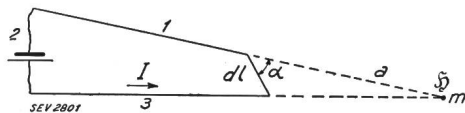


Fig. 1.

ment dl , zwei geraden, unendlich langen, nach m hinzielenden Drähten und einer Stromquelle mit Schliessungsdraht im Unendlichen besteht. Das Integral (1) besteht dann aus 4 Stücken. Das über 2 ist null, da $r = \infty$, und diejenigen über 1 und 3 verschwinden ebenfalls, da $\varphi = 0$ ist. Es reduziert sich der Ausdruck also auf

$$\mathfrak{H} = \frac{I \cdot dl \cdot \sin \alpha}{a^2} \quad (7)$$

Setzen wir nun ganz allgemein den Ausdruck (3) an und wenden ihn auf Fig. 1 an, wobei wir wiederum annehmen, dass die magnetische Wirkung der Stromelemente mit $\varphi = 0$ verschwindet, so erhält man analog

$$\mathfrak{H} = \frac{I \cdot dl \cdot \sin \alpha}{a^2} + F(a, \alpha) \cdot dl \quad (8)$$

Hierbei ist allerdings auch die Voraussetzung gemacht, dass Stromstücke im Unendlichen nach wie vor keinen Beitrag liefern, dass $F(r, \varphi)$ also schneller als $\frac{1}{r}$ mit der Entfernung abnehme. Bestehen aber die beiden Ausdrücke (7) und (8) zu Recht, so muss überhaupt $F(r, \varphi) = 0$ sein. Das heisst, nur das Biot-Savartsche Gesetz erfüllt die Bedingung, dass die magnetische Wirkung in Richtung des elektrischen Stroms verschwindet. Diese einzige Annahme genügt daher, um aus dem Biot-Savartschen Integralgesetz das Elementargesetz eindeutig abzuleiten.

Zum Schluss soll noch eine anschauliche Darstellung des Zusammenhangs zwischen Integral- und Elementargesetz gegeben werden. Wie oben

¹⁾ Eine einfache Herleitung des Biot-Savartschen Gesetzes aus dem Induktionsgesetz siehe H. Greinacher, Helv. Phys. Acta 4, 59, 1931.

gezeigt, ist die magnetische Wirkung eines Elementarstromkreises von der Art der Fig. 1 durch den Ausdruck (7) gegeben, d. h. sie ist völlig durch den Beitrag des Stromelementes dl ausgedrückt. Dadurch ist, wie hier festgestellt sei, keineswegs bewiesen, dass ein isoliertes Stromelement dl für sich ein Magnetfeld von dieser Grösse erzeuge. In diesem Sinn ist das Elementargesetz nicht bewiesen und nicht zu beweisen. Es lässt sich jedoch trotzdem zeigen, dass für jeden beliebigen geschlossenen Stromkreis das Magnetfeld durch das Integralgesetz (1) zu berechnen ist, d. h. durch Summation über lauter einzelne Stromelemente dl .

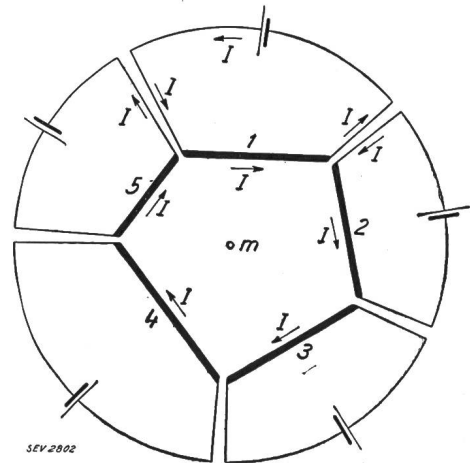


Fig. 2.

Um das einzusehen, denken wir uns einen gegebenen Stromkreis aus Stromelementen zusammengesetzt und diese *Elemente* zu *Elementarstromkreisen* von der Art der Fig. 1 ergänzt. In Fig. 2 ist dies für den Fall eines Kreises von 5 Stromelementen ausgeführt, wobei allerdings die unendlich langen Doppeldrähte sehr verkürzt gezeichnet sind. Die magnetische Wirkung dieser 5 Elementarstromkreise zusammen ist nun offenbar gleich derjenigen des ursprünglichen Stromkreises (1 bis 5), da je zwei nebeneinander liegende, nach dem Unendlichen zielende Drähte von entgegengesetzten gleichen Strömen durchflossen werden, also zusammen keine Wirkung auf m ausüben. Auch die unendlich fernen Verbindungsdrähte sind natürlich ohne Wirkung. Die resultierende magnetische Kraft des Stromkreises (1 bis 5) ist daher gleich der Summe der Wirkungen aller Elementarströme, d. h. sie ist durch die Summation über (7), d. h. eben durch das Biot-Savartsche Integralgesetz, zu berechnen.

Die Ueberlegung gilt, wie leicht einzusehen ist, nur für einen *geschlossenen* Stromkreis, da nur dann alle nach dem Unendlichen verlaufenden Ströme sich kompensieren. Sie zeigt im übrigen deutlich, dass das Integral nicht als Summation der Wirkung einzelner *Stromelemente*, sondern von *Stromkreisen* aufzufassen ist.