

Zeitschrift: Bulletin de l'Association suisse des électriciens
Herausgeber: Association suisse des électriciens
Band: 24 (1933)
Heft: 16

Artikel: Die Form der Grundgleichungen des elektromagnetischen Feldes nach den Sätzen und Entwürfen des Ausschusses für Einheiten und Formelgrößen (AEF)
Autor: Landolt, Max
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-1057247>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 25.12.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

ASSOCIATION SUISSE DES ÉLECTRICIENS

BULLETIN

RÉDACTION:

Secrétariat général de l'Association Suisse des Electriciens
et de l'Union de Centrales Suisses d'électricité, Zurich 8

EDITEUR ET ADMINISTRATION:

Fachschriften-Verlag & Buchdruckerei S. A., Zurich 4
Stauffacherquai 36/38

Reproduction interdite sans l'assentiment de la rédaction et sans indication des sources

XXIV^e Année

N^o 16

Vendredi, 4 Août 1933

Die Form der Grundgleichungen des elektromagnetischen Feldes nach den Sätzen und Entwürfen des Ausschusses für Einheiten und Formelgrößen (AEF).

Von Prof. Max Landolt, Winterthur.

389.6:538:621.3.011

Es wird angegeben, wie einige Grundgleichungen der Elektrizitätslehre nach den Sätzen und zwei neueren Entwürfen des AEF, dem auch zwei Vertreter des SEV als Mitglieder angehören, lauten. Im Gegensatz dazu werden sie auch in der klassischen Formulierung geschrieben. Auf den Vorteil der rationalen Schreibweise wird hingewiesen.

L'auteur expose quelques équations fondamentales de l'électricité, sous la forme que leur donnent les directives et deux projets récents de l'AEF et donne, à titre de comparaison leur notation classique usuelle, appuyant sur les avantages de la notation rationnelle.

Der AEF (Ausschuss für Einheiten und Formelgrößen, Berlin) befasst sich seit mehreren Jahren unter anderem mit der Definition der elektrischen und magnetischen Größen¹⁾. Kürzlich veröffentlichte er seinen Satz 14: «Schreibweise physikalischer Gleichungen»²⁾, sowie die Entwürfe 34: «Magnetische Größen»³⁾ und 39: «Größen des elektrischen Feldes»⁴⁾, die in Ergänzung früherer Sätze⁵⁾ die Formulierung der Grundgleichungen des elektromagnetischen Feldes betreffen.

Für das magnetische Feld wird in Entwurf 34 die magnetische Induktion definiert als der Proportionalitätsfaktor, der in dem Ansatz

$$Q = \frac{B_n F}{R}$$

auftritt, der zur Berechnung der Elektrizitätsmenge dient, die in einem aus dem magnetischen Felde entfernten kleinen Drahtkreis von der Fläche F und dem Widerstande R in Umlauf versetzt wird. B_n ist die skalare Komponente des Vektors \mathfrak{B} der

magnetischen Induktion in Richtung der anfänglichen Normale des Drahtkreises⁶⁾.

Ferner wird als neue universelle Konstante die *Induktionskonstante* Π definiert. Sie ist der Proportionalitätsfaktor, der erfahrungsgemäss zwischen dem im Vakuum längs eines von der Spitze des Fahrstrahles r beschriebenen, in sich selbst geschlossenen Weges genommenen Linienintegrale der magnetischen Induktion \mathfrak{B} und der elektrischen Durchflutung $\sum I$ dieses Weges besteht.

$$\oint \mathfrak{B} \, d r = \Pi \sum I$$

Im elektrischen Felde wird in Entwurf 39 die elektrische Feldstärke \mathfrak{E} in gewohnter Weise nach dem Ansatz

$$\mathfrak{E} = \frac{\mathfrak{P}}{Q}$$

als Quotient der auf einen die Ladung Q tragenden kleinen Prüfkörper wirkende Kraft \mathfrak{P} und der Ladung Q definiert.

Als zweite neue universelle Konstante wird die *Verschiebungskonstante* Δ eingeführt. Sie wird nach dem Ansatz

$$\oint \mathfrak{E} \, d \mathfrak{F} = \frac{1}{\Delta} \oint \varrho \, d V$$

aus der erfahrungsgemäss im Vakuum zwischen der in einem Raumeil V liegenden Ladung von der

¹⁾ AEF. Verhandlungen des Ausschusses für Einheiten und Formelgrößen in den Jahren 1907 bis 1927. Hrsg. von J. Wallot, Berlin. Julius Springer 1928. Besprechung: Bull. SEV 1929, S. 235.

²⁾ ETZ 1932, S. 114, ferner Normblatt DIN 1313.

³⁾ Mit der Einladung zur Aeusserung veröffentlicht in ETZ 1930, S. 625.

⁴⁾ Mit der Einladung zur Aeusserung veröffentlicht in ETZ 1932, S. 138.

⁵⁾ Satz 2: «Leitfähigkeit und Leitwert», Normblatt DIN 1321; Satz 5: «Spannung, Potential, Potentialdifferenz und elektromotorische Kraft», Normblatt DIN 1323; Satz 6: «Durchflutung und Strombelag», Normblatt DIN 1321; Satz: «Feld und Fluss», Normblatt DIN 1321. Diese Sätze sind auch in der unter ¹⁾ genannten Schrift abgedruckt.

⁶⁾ Die Definitionen der magnetischen Induktion und der elektrischen Feldstärke stimmen mit den älteren Definitionen überein, wie sie zum Beispiel Abraham gab. *Abraham und Föppl: Theorie der Elektrizität*, Bd. 1, 6. Aufl., S. 90 und 185. Leipzig, B. G. Teubner 1921.

räumlichen Dichte ρ und dem eine diese Ladung vollständig umschliessende Hüllfläche F durchsetzenden Feldstärkeflüsse bestehenden Proportionalität definiert.

Nach Satz 14 sind die Grössengleichungen der Elektrizitätslehre so zu fassen, dass der Faktor 4π in den Feldgleichungen überhaupt nicht, im Coulombschen Gesetz und im Gesetz von Biot und Savart⁷⁾ dagegen im Nenner auftritt. Durch diese Verfügung über die Stellung des Faktors 4π entscheidet sich der AEF endgültig für die rationale Schreibweise⁸⁾ der Feldgleichungen.

Vom Boden der klassischen Anschauungen aus betrachtet bedeutet die Verschiebung des Faktors eine *Um-Definition* der elektrischen Grössen. Andererseits kommt der Gebrauch der beiden universellen Konstanten μ und ϵ als Ersatz für die bisher — im Gaußschen Maßsystem — als universelle Konstante c erscheinende Lichtgeschwindigkeit der Einführung einer vierten Grunddimension gleich. Zu den bisherigen Grunddimensionen Masse, Länge und Zeit kommt noch eine elektrische Grunddimension, zum Beispiel die elektrische Ladung hinzu. Dies bedingt eine *Um-Dimensionierung* aller elektrischen Grössen, einschliesslich des Widerstandes, der Induktivität und der Kapazität.

Unter Berücksichtigung der verschiedenen Sätze und Entwürfe des AEF kommt man zu den in nachfolgender Zusammenstellung unter der Ueberschrift «Rationale Schreibweise» angegebenen Gleichungen. Zur Hervorhebung des Unterschiedes gegen sonstige Gewohnheiten ist die alte, nicht rationale Formulierung unter der Ueberschrift «Klassische Schreibweise» daneben gesetzt.

Zusammenstellung wichtiger Formeln des elektromagnetischen Feldes

Klassische Schreibweise	Rationale Schreibweise
Maxwellsche Feldgleichungen:	
$\text{rot } \mathfrak{H} = \frac{4\pi}{c} \kappa \mathfrak{C} + \frac{\partial \mathfrak{D}}{c \partial t}$	$\text{rot } \mathfrak{H} = \kappa \mathfrak{C} + \frac{\partial \mathfrak{D}}{\partial t}$
Magnetische Spannung:	
	$V_{AB} = \int_A^B \mathfrak{H} \, d\mathfrak{r}$
Magnetische Umlaufspannung:	
	$V_o = \oint \mathfrak{H} \, d\mathfrak{r}$
Durchflutung:	
	$\sum I = \oint i \, d\mathfrak{r}$
Durchflutungsgesetz:	
	$V_o = \sum I$

⁷⁾ Wenn in Satz 14 von Biot und Savart die Rede ist, so deckt sich das mit dem deutschen Sprachgebrauch. Gemeint ist die von Laplace stammende Formel.

⁸⁾ Sie heisst rational, weil sie den nicht rationalen Faktor 4π in den Feldgleichungen vermeidet, und geht zurück auf O. Heaviside: *Electromagnetic Theory*, Bd. 1, S. 116, London 1893.

$$\text{rot } \mathfrak{C} = - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial t}$$

$$\text{rot } \mathfrak{C} = - \frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial t}$$

Elektrische Spannung:

$$U_{AB} = \int_A^B \mathfrak{C} \, d\mathfrak{r}$$

Elektrische Umlaufspannung:

$$U_o = \oint \mathfrak{C} \, d\mathfrak{r}$$

Induktionsfluss:

$$\Phi = \oint \mathfrak{B} \, d\mathfrak{r}$$

Induktionsgesetz:

$$U_o = - \frac{d\Phi}{dt}$$

$$\mathfrak{B} = \mu \mathfrak{H}$$

$$\mathfrak{B} = \mu \mu_0 \mathfrak{H}$$

Induktionskonstante:

$$\mu_0 = 1,25601 \cdot 10^{-8} \text{ H/cm}^9$$

$$\mathfrak{D} = \epsilon \mathfrak{C}$$

$$\mathfrak{D} = \epsilon \mathfrak{C}$$

Verschiebungskonstante:

$$\epsilon_0 = 0,88590 \cdot 10^{-13} \text{ F/cm}$$

$$\text{div } \mathfrak{D} = \rho$$

$$\text{div } \mathfrak{D} = 4\pi \rho$$

$$i = \kappa (\mathfrak{C} + \mathfrak{C}_e)$$

$$i = \kappa (\mathfrak{C} + \mathfrak{C}_e)$$

Eingeprägte elektromotorische Kraft:

$$E_{AB} = \int_A^B \mathfrak{C}_e \, d\mathfrak{r}$$

Widerstand:

$$R = \int_A^B \frac{dl}{\kappa F}$$

Ohmsches Gesetz:

$$I_{AB} = \frac{U_{AB} + E_{AB}}{R}$$

Energiedichte:

$$W = \frac{\mathfrak{C} \mathfrak{D}}{8\pi} + \frac{\mathfrak{B} \mathfrak{H}}{8\pi} \quad \Bigg| \quad W = \frac{\mathfrak{C} \mathfrak{D}}{2} + \frac{\mathfrak{B} \mathfrak{H}}{2}$$

Poyntingscher Energievektor:

$$\mathfrak{S} = \frac{c}{4\pi} [\mathfrak{C} \mathfrak{H}] \quad \Bigg| \quad \mathfrak{S} = [\mathfrak{C} \mathfrak{H}]$$

⁹⁾ Der Zahlenwert der Induktionskonstante weicht von $4\pi \cdot 10^{-9} = 1,25663 \dots \cdot 10^{-8}$ etwas ab, weil das internationale (gesetzliche, dem praktischen Maßsystem zugrunde liegende) Ohm gegenüber dem absoluten Ohm um rund 0,5 ‰ zu gross ist. Siehe ETZ 1932, S. 618.

Coulombsches Gesetz:

$$P = \frac{Q_1 Q_2}{\varepsilon r^2} \quad \Bigg| \quad P = \frac{Q_1 Q_2}{\varepsilon \Delta 4 \pi r^2}$$

Gesetz von Laplace (Biot-Savart) ⁷⁾:

$$\mathfrak{S} = \frac{I}{c} \oint \frac{[r \, dr]}{|r|^3} \quad \Bigg| \quad \mathfrak{S} = \frac{I}{4 \pi} \oint \frac{[r \, dr]}{|r|^3}$$

Kraft auf stromdurchflossenen Leiter:

$$\mathfrak{P} = \frac{I}{c} \int_A^B [d r \, \mathfrak{B}] \quad \Bigg| \quad \mathfrak{P} = I \int_A^B [d r \, \mathfrak{B}]$$

Wellenlänge eines Schwingungskreises:

$$\lambda = 2 \pi \sqrt{L C} \quad \Bigg| \quad \lambda = 2 \pi c \sqrt{L C}$$

Lichtgeschwindigkeit:

$$c = 2,9985 \cdot 10^{10} \text{ cm/s} = \sqrt{\frac{1}{\Delta H}}$$

Alle angegebenen Formeln sind als *Grössengleichungen* geschrieben. Setzt man statt der Buchstaben Grössen (Produkte aus Zahlenwerten und Einheiten) ein, so gelten sie für alle Maßsysteme. Einige Schwierigkeiten entstehen hiebei dadurch, dass die in den beiden Kolonnen für elektrische Grössen auftretenden gleichen Buchstaben zwar gleich benannte, aber verschieden definierte und verschieden dimensionierte Grössen bezeichnen *).

Die unter «Klassische Schreibweise» angegebenen Formeln gelten als *Zahlenwertgleichungen* für die Einheiten des Gaußschen Maßsystemes, wenn man

$$c = 2,9985 \cdot 10^{10} \text{ cm/s}; \quad \varepsilon = 1; \quad \mu = 1,$$

für die Einheiten des elektrostatischen Masssystemes, wenn man

$$c = 1; \quad \varepsilon = 1; \quad \mu = \frac{1}{8,9920 \cdot 10^{20}} \frac{\text{s}^2}{\text{cm}^2}$$

und für die Einheiten des elektromagnetischen Maßsystemes, wenn man

$$c = 1; \quad \varepsilon = \frac{1}{8,9920 \cdot 10^{20}} \frac{\text{s}^2}{\text{cm}^2}; \quad \mu = 1$$

setzt. Da die elektrischen Einheiten dieser Masssysteme wohl den meisten Elektrotechnikern zum grössten Teil nicht bekannt sind, können diese Formeln für elektrotechnische Rechnungen nicht gebraucht werden. Für die ganz allgemein seltene Anwendung dieser Einheiten spricht wohl der Umstand, dass sie — abgesehen von den magnetischen Einheiten des Gaußschen und des elektromagnetischen Maßsystemes — noch heute keine Namen führen.

*) Diese Zusammenhänge sollen Gegenstand einer besonderen Arbeit sein.

Die unter «Rationale Schreibweise» angegebenen Formeln gelten als *Zahlenwertgleichungen* für die Einheiten des praktischen Maßsystemes. Es sind dies Zentimeter, Sekunde, Watt, Joule, Volt, Ampère, Coulomb, Ohm, Henry und Farad. Für die Kraft ergibt sich die zusammengesetzte Einheit Joule/cm. Sie beträgt 10,2 kg-Kraft und ist der zehnte Teil der Kräfteinheit Sthène (sn), die dem in Frankreich offiziellen MTS-System (Meter-Tonne-Sekunde-System) ¹⁰⁾ angehört. Der Sthène ist die Kraft, die der Tonne (Masse) die Beschleunigung 1 m/s² erteilt. Die Kräfteinheit des praktischen Maßsystemes ist demnach der Dezisthène (dsn). Die Masseneinheit des praktischen Masssystemes ist das Zehnfache einer Tonne, also die Dekatonne (Dt). Die magnetischen Einheiten des praktischen Maßsystemes werden von der CEI (Commission Electrotechnique Internationale) wohl in absehbarer Zeit getauft werden. Vorläufig ist die Voltsekunde (Vs) die Flusseinheit, die Voltsekunde pro Quadratcentimeter (Vs/cm²) die Induktionseinheit und das Ampère pro Zentimeter (A/cm) die Feldstärkeeinheit.

Wie die Zusammenstellung erkennen lässt, sind die rationalen Gleichungen im Mittel ebenso einfach und sie berücksichtigen den elektrischen und den magnetischen Teil des Gesamtfeldes ebenso symmetrisch wie die klassischen Gleichungen. Sie haben jedoch den grossen Vorteil, dass sie für die jedem Elektrotechniker geläufigen Einheiten des praktischen Maßsystemes unmittelbar als Zahlenwertgleichungen gelten, während die klassischen Gleichungen als Zahlenwertgleichungen nur zu wenig bekannten, von keinem der gebräuchlichen Messinstrumente genannten Einheiten passen. Will man sie auf die praktischen Einheiten zuschneiden, so entstehen, wie Greinacher ¹¹⁾ gezeigt hat, inhomogene, unübersichtliche Ausdrücke. Es ist daher begreiflich, dass sich in jüngster Zeit eine Reihe namhafter Autoren ¹²⁾ für die rationale Schreibweise entschieden haben. Es ist zu hoffen und es erscheint als wahrscheinlich, dass sich diese bequeme Schreibweise rasch weiter ausbreiten wird.

¹⁰⁾ Rev. gén. Electr. Bd. 5 (1919), S. 616; Bd. 6 (1919), S. 311/319; Bd. 23 (1928), SS. 267 und S. 399.

¹¹⁾ Bull. SEV 1930, S. 607/608.

¹²⁾ Diesselhorst: Grundlagen der elektromagnetischen Feldtheorie. In Starkstromtechnik, Taschenbuch für Elektrotechniker, hrsg. von E. v. Rziha und J. Seidener, Bd. 1, 7. Aufl. Berlin, Wilhelm Ernst & Sohn, 1930.

Küpfmüller K.: Einführung in die theoretische Elektrotechnik. Berlin, Julius Springer, 1932.

Richter Rudolf: Elektrische Maschinen. Berlin, Julius Springer. Bd. 1, 1924, Bd. 2, 1930, und Bd. 3, 1932.

Thomälen Adolf: Kurzes Lehrbuch der Elektrotechnik, 10. Aufl. Berlin, Julius Springer, 1929.

Wallot J.: Einführung in die Theorie der Schwachstromtechnik. Berlin, Julius Springer, 1932.