

**Zeitschrift:** Bulletin de l'Association suisse des électriciens  
**Herausgeber:** Association suisse des électriciens  
**Band:** 24 (1933)  
**Heft:** 19

**Artikel:** Der Kurzschluss-Schutz von Wechselstromnetzen [Fortsetzung]  
**Autor:** Courvoisier, G.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-1057257>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 25.12.2024

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Der Kurzschluss-Schutz von Wechselstromnetzen.

Umgearbeitete Fassung der von der Denzler-Stiftung prämierten Konkurrenzarbeit von G. Courvoisier, Baden.

(Fortsetzung von Seite 437.)

621.3.014.3: 621.316.92

### B. Die Dreiphasennetze.

#### 1. Die symmetrischen Komponenten eines Dreiphasensystems.

Der Untersuchung unsymmetrischer Störungsvorgänge in Einphasennetzen mit Hilfe der Methode der symmetrischen Komponenten liegt die Erkenntnis zu Grunde, dass jeder der beiden Phasenvektoren von Strom oder Spannung an einer bestimmten Netzstelle eines Einphasensystems dargestellt werden kann als Summe zweier Vektoren, von denen jeder einem der beiden in Einphasenanlagen überhaupt möglichen symmetrischen Systeme angehört; es sind dies einerseits das System mit zwei gleich grossen, phasengleichen Vektoren und andererseits dasjenige mit zwei gleich grossen Vektoren in Phasenopposition in den beiden Phasenleitern. Das eine symmetrische System haben wir das Nullsystem genannt, das andere das Schleifensystem.

Die einzelnen Vektoren eines beliebig gestalteten Dreiphasensystems lassen sich entsprechend als Summe dreier Komponenten darstellen, von denen jede zu einem der drei in Dreiphasenanlagen überhaupt denkbaren symmetrischen Vektorsysteme gehört. Diese sind:

a) Das sogenannte *Mitsystem*, welches aus drei Vektoren gleicher Grösse besteht, die je 120° gegeneinander verschoben sind und deren Phasenfolge mit derjenigen des Netzes im symmetrischen Betrieb übereinstimmt.

b) Das sogenannte *Gegensystem*, welches aus drei Vektoren gleicher Grösse besteht, die je 120° gegeneinander verschoben sind und deren Phasenfolge entgegengesetzt derjenigen des Netzes im symmetrischen Betriebe verläuft.

c) Das sogenannte *Nullsystem*, welches aus drei gleich grossen und phasengleichen Vektoren besteht.

Für die analytische Behandlung der unsymmetrischen Dreiphasenprobleme führen wir den sogenannten Operator  $a$  ein. Dies ist ein Vektor, dessen Multiplikation mit einem anderen Vektor eine Drehung des letzteren um 120° im (positiven) Gegenuhrzeigersinne ergibt. Wir können schreiben:

$$a = e^{j\frac{2}{3}} = \cos 120^\circ + j \cdot \sin 120^\circ = -\frac{1}{2} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (42)$$

Eine Drehung von 240° wird dann charakterisiert durch:

$$a^2 = e^{j\frac{4}{3}} = \cos 240^\circ + j \cdot \sin 240^\circ = -\frac{1}{2} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (43)$$

Für 360° Drehung gilt schliesslich:

$$a^3 = e^{j2} = 1 \quad (44)$$

Folgende Beziehungen für die wichtigsten Potenzen von  $a$  lassen sich aus der Definition ohne weiteres ableiten:

$$1 + a + a^2 = 0 \quad \text{und} \quad a + a^2 = -1$$

Drehung 30°:  $a^{1/4} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot (1 - a^2)$

„ 60°:  $a^{1/2} = -a^2$

„ 90°:  $a^{3/4} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot (a - a^2) = j$

„ 150°:  $a^{5/4} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot (a - 1)$

„ 180°:  $a^{3/2} = -1 \quad (45)$

„ 210°:  $a^{7/4} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot (a^2 - 1)$

„ 270°:  $a^{9/4} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot (a^2 - a) = a^{-3/4} = -j$

„ 330°:  $a^{11/4} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot (1 - a) = a^{-1/4}$

Die Zugehörigkeit der Komponentenvektoren zu den verschiedenen symmetrischen Systemen bezeichnen wir mit Hilfe von Indices wie folgt:

Für das Mitsystem Index d (direktes System)

Für das Gegensystem Index i (inverses System)

Für das Nullsystem Index o (Nullsystem)

Wir betrachten beispielsweise das System der drei Spannungen  $V_R, V_S, V_T$  an einer bestimmten Stelle eines Dreiphasennetzes gegen Erde. Nach unserem Ansatz können wir schreiben:

$$V_R = V_{oR} + V_{dR} + V_{iR}$$

$$V_S = V_{oS} + V_{dS} + V_{iS}$$

$$V_T = V_{oT} + V_{dT} + V_{iT}$$

ebenso:

$$V_{oS} = V_{oS} = V_{oT}$$

$$V_{dS} = a^2 \cdot V_{dR}$$

$$V_{dT} = a \cdot V_{dR}$$

$$V_{iS} = a \cdot V_{iR}$$

$$V_{iT} = a^2 \cdot V_{iR}$$

Aus diesen 9 Gleichungen lassen sich die 9 Unbekannten, d. h. die symmetrischen Komponenten  $V_{oR}$  bis  $V_{iT}$ , bestimmen. Um die Schreibweise zu vereinfachen, wählen wir für die ganze folgende Untersuchung die Phase R als sogenannte Bezugs-

phase und machen den Ansatz:

$$\begin{aligned} V_o &= V_{oR} \\ V_d &= V_{dR} \\ V_i &= V_{iR} \end{aligned}$$

Damit bilden wir:

$$\begin{aligned} V_R &= V_o + V_d + V_i \\ V_S &= V_o + a^2 \cdot V_d + a \cdot V_i \\ V_T &= V_o + a \cdot V_d + a^2 \cdot V_i \end{aligned} \quad (46)$$

und daraus:

$$\begin{aligned} V_o &= \frac{1}{3} \cdot (V_R + V_S + V_T) \\ V_d &= \frac{1}{3} \cdot (V_R + a \cdot V_S + a^2 \cdot V_T) \\ V_i &= \frac{1}{3} \cdot (V_R + a^2 \cdot V_S + a \cdot V_T) \end{aligned} \quad (47)$$

Mit dieser Ableitung ist bewiesen, dass der gewählte Ansatz, wie gewünscht, eine restlose Auflösung eines beliebigen unsymmetrischen Dreiphasensystems in die Summe dreier symmetrischer Systeme erlaubt.

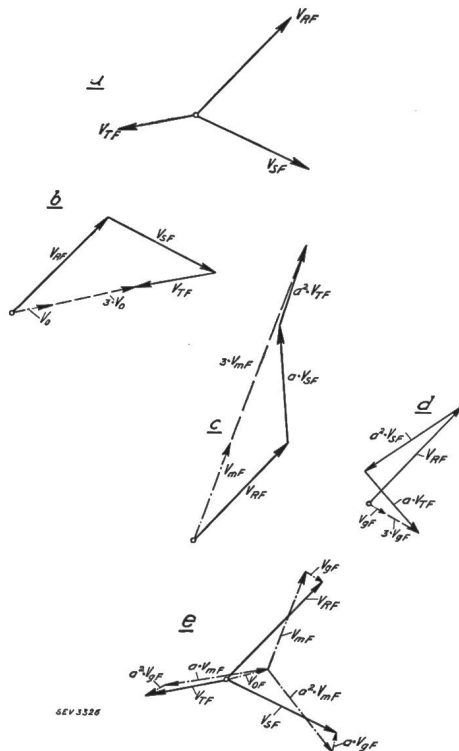


Fig. 11.

Zerlegung eines unsymmetrischen Dreiphasensystems in seine symmetrischen Komponenten.

- a Das unsymmetrische Dreiphasensystem.
- b Konstruktion der Nullkomponente.
- c Konstruktion der Mitkomponente.
- d Konstruktion der Gegenkomponente.
- e Aufbau des unsymmetrischen Dreiphasensystems aus seinen symmetrischen Komponenten.

Durch die Wahl des Vektors  $V$ , Spannung gegen Erde, ist die allgemeine Gültigkeit des Resultates nicht präjudiziert.

Aus der Gleichungsgruppe (47) lässt sich die geometrische Konstruktion der symmetrischen Komponenten ablesen. Wir betrachten z. B. das unsymmetrische Dreiphasen-Vektorsystem  $V_{RF}$ ,  $V_{SF}$  und  $V_{TF}$  der Fig. 11 a. Nach der ersten Gleichung

unter (47) erhalten wir einen Vektor  $3 \cdot V_o$  durch geometrische Addition der drei Phasenvektoren, nach der zweiten einen Vektor  $3 \cdot V_d$  durch Addition des Vektors  $V_{RF}$ , des um  $120^\circ$  gedrehten Vektors  $V_{SF}$  und des um  $240^\circ$  gedrehten Vektors  $V_{TF}$  und schliesslich nach der dritten einen Vektor  $3 \cdot V_i$  durch Summation des Vektors  $V_R$ , des um  $240^\circ$  gedrehten Vektors  $V_S$  und des um  $120^\circ$  gedrehten Vektors  $V_T$ . Diese Konstruktionen sind in Fig. 11 unter b bis d dargestellt; an Hand der Gleichungsgruppe (46) setzt man dann die Phasenvektoren aus den Komponenten zusammen, wie es in Fig. 11 unter e gezeigt ist.

Neben der skizzierten Konstruktionsweise existieren eine ganze Anzahl handlicherer Methoden, um die symmetrischen Komponenten geometrisch aus einem gegebenen Vektorbild abzuleiten. Wir treten hier auf diese Fragen nicht näher ein, obwohl sie praktisch eine gewisse Bedeutung haben, besonders für die Durchbildung von Meßschaltungen der symmetrischen Komponenten.

## 2. Die «symmetrischen» Impedanzen der Elemente eines Dreiphasennetzes.

Den Netzelementen, wie Leitungen, rotierenden Maschinen und Transformatoren, werden in Dreiphasensystemen gleich wie in Einphasensystemen typische Impedanzen innerhalb der einzelnen symmetrischen Komponentensysteme zugeordnet. Wie eine nähere Untersuchung (siehe Anhang II) zeigt, gelten für die Beziehungen zwischen den symmetrischen Komponenten der Ströme, Spannungen und Spannungsabfälle in Dreiphasensystemen dieselben allgemeinen Regeln wie in Einphasensystemen. Betrachtet man zwei beliebige Punkte eines Dreiphasennetzes, so kann man die Spannungsabfälle der drei Phasen zwischen ihnen ebensogut wie die drei Spannungen an ihnen und die drei Phasenströme irgendwelcher Netzabschnitte zwischen ihnen nach den Angaben der Gleichungsgruppe (47) in symmetrische Komponenten zerlegen. Für jedes der drei symmetrischen Systeme gilt dann, dass die symmetrische Komponente des Spannungsabfalles zwischen den beiden Punkten einerseits gleich ist der Differenz zwischen den gleichartigen symmetrischen Komponenten der Spannungen an ihnen und andererseits gleich der Summe der Produkte aus den gleichartigen symmetrischen Komponenten der Ströme in den Netzabschnitten zwischen ihnen mit ihren entsprechenden «symmetrischen» Impedanzen. Die «symmetrischen» Impedanzen der Mit- resp. Nullsysteme von Ein- und Dreiphasennetzen sind ihrem Charakter nach ähnlich, jedoch nicht identisch; neu sind die Impedanzen im Gegensystem.

Mit- und Gegenimpedanzen einer Dreiphasenleitung und eines Dreiphasentransformators sind notwendig einander gleich; denn die Phasenfolge kann augenscheinlich bei beiden Arten von Netzelementen keinen Einfluss auf die Grösse ihrer

Impedanz haben. Ihr Betrag ist identisch mit dem Phasenwert, welcher bei symmetrischem Betrieb in Erscheinung tritt. Wir bezeichnen Mit- und Gegenimpedanz einer Leitung pro Längeneinheit mit  $z$  und die entsprechenden Impedanzen eines Transformators mit  $Z_T$ .

Wird ein Dreiphasengenerator einphasig belastet, werden beispielsweise zwei seiner Klemmen kurzgeschlossen, so schwingen die Stator-Ampère-Windungen in einer räumlich festen Achsenrichtung. Bekanntlich kann man eine solche  $AW$ -Schwingung ersetzen durch zwei mit entgegengesetztem Drehsinn umlaufende  $AW$ -Systeme, deren konstante Grösse je gleich dem halben Amplitudenbetrag der räumlich fixierten Schwingung ist und welche pro Periode derselben die Strecke einer Polpaarteilung am Statorumfang zurücklegen. Jedes dieser umlaufenden  $AW$ -Systeme kann durch ein symmetrisches Dreiphasen- $AW$ -System in der Statorwicklung der betrachteten Maschine ersetzt werden; dabei hat das eine von ihnen eine Phasenfolge, welche dem Drehsinn des Rotors entspricht — es gehört zum Mitsystem der Ströme —, während die Phasenfolge des andern entgegen dem Rotordrehsinn verläuft und daher dem Gegensystem der Ströme zuzuordnen ist. Aus dieser Betrachtungsweise ergeben sich unmittelbar die nachfolgenden Definitionen für Mit- und Gegenimpedanz einer rotierenden Maschine.

Die Mitimpedanz  $Z_{dG}$  wird bestimmt als Verhältnis zwischen der vektoriellen Phasenspannungsänderung an den Klemmen einer konstant erregten und symmetrisch belasteten oder gespeisten Maschine und der zugehörigen vektoriellen Stromänderung; sie umfasst Statorwiderstand, Streureaktanz und Ankerrückwirkung.

Die Gegenimpedanz  $Z_{iG}$  entspricht dem Verhältnis von Phasenspannung zu Phasenstrom an den Klemmen einer Maschine, deren Rotor mit voller Drehzahl entgegen dem Drehfeldsinn der angelegten symmetrischen Dreiphasenspannung angetrieben wird. Rotor und Statorfeld drehen sich mit doppelter Drehzahl relativ zueinander; in massiven Polen, Dämpfer- und Erregerwicklungen werden daher Spannungen und Ströme doppelter Frequenz induziert. Die Maschine hat so Ähnlichkeit mit einem sekundär kurzgeschlossenen Transformator; die Gegenimpedanz umfasst Statorwiderstand und -streureaktanz sowie die auf die Primärseite reduzierte resultierende und doppelter Frequenz entsprechende Streuimpedanz des Rotors.

Die Nullimpedanzen der Netzelemente werden in Dreiphasensystemen genau gleich gemessen wie in Einphasensystemen. Um beispielsweise ihre Grösse bei einer Leitung zu bestimmen, schliesst man die drei Phasenleiter am Anfang und Ende des betrachteten Abschnittes kurz, legt die eine Kurzschlussverbindung an Erde und schaltet zwischen die andere und Erde eine einphasige Stromquelle. Die Nullimpedanz ist dann gleich dem Verhältnis zwischen angelegter Spannung und Strom

pro Phasenleiter; ihren Betrag pro Längeneinheit bezeichnen wir mit  $z_0$ .

Bei Dreiphasen-Transformatoren wird die Nullimpedanz in hohem Masse durch Schaltung und Erdungsweise bedingt. Die Beziehungen, welche gelten, sind vollständig analog zu denjenigen, welche wir für Einphasentransformatoren abgeleitet haben. So bildet ein einseitig geerdeter Transformator in Stern-Stern-Schaltung, der von einem Nullstromsystem durchflossen wird, einen Jochstreufuss aus. Dieser ist relativ am intensivsten bei Transformatoren mit magnetischem Rückschluss zwischen den Jochen, d. h. bei Fünfschenkeleinheiten, resp. bei Gruppen, welche aus drei Einphaseneinheiten bestehen. In einem solchen Falle ist die Nullimpedanz des Transformators so gross, dass ein Nullstrom nur die Grössenordnung eines Magnetisierungsstromes annehmen kann. Aber auch bei einseitiger Erdung von Dreischenkeltypen in Stern-Stern-Schaltung wird die magnetische Leitfähigkeit des Jochstreupfades durch magnetisierbare Konstruktionsteile ausserhalb der Wicklungen so erhöht, dass eine genügend hohe Nullimpedanz  $Z_{0T}$  resultiert, um solche Transformatoren für direkte Nullpunktserdung ungeeignet zu machen.

Erdet man bei Transformatoren in Stern-Stern-Schaltung beide Nullpunkte, so erhält man eine magnetische Kupplung der Nullsysteme beider Seiten; die zugehörige Transformatorimpedanz deckt sich mit der Mitimpedanz  $Z_T$ .

Eine Nullimpedanz  $Z_{0T}$  gleicher Grössenordnung wie die Mitimpedanz  $Z_T$ , jedoch ohne magnetische Kupplung der Nullsysteme, weisen Transformatoren mit einseitiger Nullpunktserdung auf, welche mit einer Dreieckwicklung ausgestattet sind; diese hat die gleiche Wirkung wie die beschriebene Ausgleichwicklung bei Einphasentransformatoren. Dabei ist es gleichgültig, ob die Dreieckwicklung als besondere Wicklung im Transformator untergebracht oder ob eine Arbeitswicklung in Dreieck geschaltet ist.

Rüstet man schliesslich einen Stern-Stern geschalteten Transformator mit einer Dreieckwicklung aus und erdet beide Sternpunkte, so bildet er im Nullsystem, welches von einer Nullstromquelle im einen Netz ausgeht, eine Verzweigungsstelle, an der die Nullimpedanz entsprechend der Dreieckwicklung und die Streuimpedanz entsprechend der Kupplung der beidseitigen Nullsysteme in Reihe mit der Nullimpedanz des andern Netzes zueinander parallel geschaltet sind.

Ein Nullstromsystem kann in einer rotierenden Maschine nur bestehen, wenn deren Wicklungen in Stern geschaltet und der Sternpunkt an einen Nulleiter resp. an Erde gelegt ist. Fliesst dementsprechend in allen drei Phasenwicklungen ein Strom gleicher Grösse und Phase, so kann sich, wie man unmittelbar einsieht, kein resultierendes Maschinenfeld ausbilden. Die Impedanz  $Z_{0G}$ , welche die Maschine im Nullsystem bildet, ist ausschliesslich durch die Streuimpedanz der Statorwicklung bedingt.



In diesem Zusammenhang sei darauf hingewiesen, dass die Wicklungsternpunkte rotierender Maschinen als Quellpunkte der möglichen symmetrischen Stromsysteme auch Ausgangs- oder Endpunkte aller symmetrischen Spannungs- resp. Spannungsabfallsysteme sein müssen; in bezug auf das Nullsystem allein gilt dies auch für die geerdeten Sternpunkte von Transformatoren ohne magnetische Kupplung der beidseitigen Nullsysteme. Die Spannungen, welche durch den gleichstromerregten Rotor von Synchronmaschinen in den Statorwicklungen induziert werden, bilden stets ein Mitsystem.

3. Die Leitungstörungen in Dreiphasennetzen.

Unseren Untersuchungen legen wir ein Dreiphasennetz zugrunde, welches vollständig dem Einphasennetz der Fig. 2 usw. entspricht. Ein Generator G speist über einen Transformator T<sub>1</sub> eine Leitung L; an diese ist ein zweiter Transformator T<sub>2</sub> angeschlossen; seine Sekundärseite wird durch einen Verbraucher K belastet; dieser kann auch generatorischen Charakter haben. Die leitungsseitigen Mittelpunkte der Transformatorwicklungen sind über beliebige Impedanzen geerdet. Wir berücksichtigen nur Transformatoren mit einer Ausgleichwicklung und beidseitiger Sternschaltung der Arbeitswicklungen. Den Einfluss der Leitungskapazität vernachlässigen wir vorläufig.

Die Störungsformen auf der Leitung, welche wir zu betrachten haben, sind:

- a) der dreipolige Kurzschluss;
- b) der zweipolige Kurzschluss;
- c) der Erdschluss;
- d) der zweipolige Kurzschluss mit Erdschluss;
- e) der Doppelerdschluss.

a) Der dreipolige Kurzschluss.

Für ein symmetrisch belastetes Dreiphasennetz lässt sich genau wie für ein Einphasennetz eine einphasige Ersatzschaltung mit der Phasenspannung des Generators als EMK aufstellen. Diese Schaltung hat Gültigkeit für alle drei Phasen.

Eine entsprechende Ersatzschaltung ist verwendbar bei der Untersuchung des dreipoligen Kurzschlusses. Die Angaben, welche wir über den zweipoligen Kurzschluss im Einphasennetz gemacht haben, sind auf den dreipoligen Kurzschluss im Dreiphasennetz direkt übertragbar.

b) Der zweipolige Kurzschluss.

Wir basieren unsere Untersuchung auf Fig. 12. Zwischen den Strömen in den beiden Leitungsabschnitten d<sub>1</sub> und d<sub>2</sub> bestehen folgende Beziehungen:

$$I_{R1} = -I_{R2} = I_{S2} + I_{T2}$$

$$I_{S1} = I_F - I_{S2}$$

$$I_{T2} = -I_F - I_{T2}$$

Wenn wir an Hand der Gleichungsgruppe (47) die symmetrischen Komponenten dieser Ströme bestimmen, erhalten wir für Strecke d<sub>2</sub>:

$$I_{02} = 0$$

$$I_{d2} = \frac{(a-1)}{3} \cdot I_{S2} + \frac{(a^2-1)}{3} \cdot I_{T2}$$

$$I_{i2} = \frac{(a^2-1)}{3} \cdot I_{S2} + \frac{(a-1)}{3} \cdot I_{T2}$$

und für Strecke d<sub>1</sub>:

$$I_{01} = 0$$

$$I_{d1} = \frac{a-a^2}{3} \cdot I_F - I_{d2} = I'_F - I_{d2}$$

$$I_{i1} = \frac{a^2-a}{3} \cdot I_F - I_{i2} = -I'_F - I_{i2}$$

Auf Grund der allgemeinen Regeln, welche für die Zusammenhänge zwischen den symmetrischen Kom-

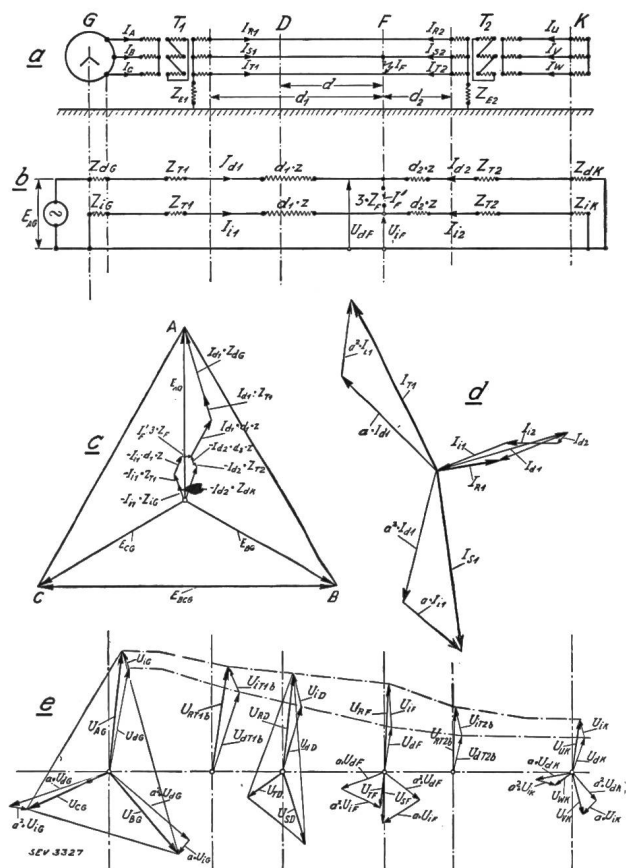


Fig. 12.

Der isolierte zweipolige Kurzschluss im Dreiphasennetz.

- a) Darstellung des Netzes.
- b) Ersatzschaltbild für die Bezugsphase R.
- c) Konstruktion der Bezugsphasen-EMK aus den symmetrischen Spannungsabfällen.
- d) Konstruktion des Stromdiagramms für die Strecke d<sub>1</sub> aus den symmetrischen Stromkomponenten.
- e) Konstruktion der Spannungsdiagramme längs des Netzes aus den symmetrischen Spannungs-komponenten.

ponenten der Ströme, Spannungen und Spannungsabfälle gelten, können wir folgende Beziehungen aufstellen:

$$E_{AG} - I_{d1} \cdot Z_{d1} = U_{dF} \text{ und } -I_{d2} \cdot Z_{d2} = U_{dF}$$

$$-I_{i1} \cdot Z_{i1} = U_{iF}; \quad -I_{i2} \cdot Z_{i2} = U_{iF}$$

Der Einfachheit halber haben wir darin, wie früher, die totalen symmetrischen Impedanzen der betrachteten Abschnitte zu den Gruppenimpedanzen  $Z_{d1}$ ,  $Z_{d2}$ ,  $Z_{i1}$  und  $Z_{i2}$  zusammengefasst; und zwar ist:

$$Z_{d1} = Z_{dG} + Z_{T1} + d_1 \cdot z; \quad Z_{d2} = d_2 \cdot z + Z_{T2} + Z_{dK}$$

$$Z_{i1} = Z_{iG} + Z_{T1} + d_1 \cdot z; \quad Z_{i2} = d_2 \cdot z + Z_{T2} + Z_{iK}$$

Ferner kann aus den Definitionsgleichungen ohne weiteres abgeleitet werden:

$$U_{SF} - U_{TF} = (a^2 - a) \cdot (U_{dF} - U_{iF}) = I_F \cdot Z_F;$$

durch Erweiterung mit  $(a - a^2)$  erhält man dann:

$$U_{dF} - U_{iF} = I'_F \cdot 3 \cdot Z_F.$$

Damit leiten wir ab:

$$E_{AG} - (I'_F - I_{d2}) \cdot Z_{d1} + I_{d2} \cdot Z_{d2} = 0$$

$$(I'_F + I_{i2}) \cdot Z_{i1} + I_{i2} \cdot Z_{i2} = 0$$

$$- I_{d2} \cdot Z_{d2} + I_{i2} \cdot Z_{i2} = I'_F \cdot 3 \cdot Z_F$$

Die Auflösung dieser Gleichungsgruppe nach  $I'_F$  ergibt:

$$E_{AG} = I'_F \cdot \left\{ Z_{d1} + \left( 1 + \frac{Z_{d1}}{Z_{d2}} \right) \cdot \left( 3 \cdot Z_F + \frac{Z_{i1} \cdot Z_{i2}}{Z_{i1} + Z_{i2}} \right) \right\}$$

Wenn wir zur Abkürzung setzen:

$$Z_i = \frac{Z_{i1} \cdot Z_{i2}}{Z_{i1} + Z_{i2}}$$

und beide Gleichungsseiten mit  $3 \cdot (a^2 - a) = -j \cdot 3$  multiplizieren, folgt:

$$I_F = \frac{E_{BCG}}{Z_{d1} + \left( 1 + \frac{Z_{d1}}{Z_{d2}} \right) \cdot (3 \cdot Z_F + Z_i)} \quad (48)$$

An Hand dieser Gleichung kann der Kurzschlussstrom an der Störungsstelle nach Grösse und Phase bestimmt werden. Löst man die Ausgangsgleichungen nach der Mitkomponente  $I_{d1}$  des Generatorstromes auf, so erhält man die Beziehung:

$$E_{AG} = I_{d1} \cdot \left( Z_{d1} + \frac{Z_{d2} \cdot (3 \cdot Z_F + Z_i)}{Z_{d2} + (3 \cdot Z_F + Z_i)} \right) \quad (49)$$

Diese Gleichung verbindet die symmetrischen Impedanzen des betrachteten Netzes, welche bei der untersuchten Störung eine Rolle spielen, in sehr einfacher Weise. Aus der Definitionsgleichung für  $Z_i$  geht hervor, dass diese durch eine Parallelschaltung der Gegenimpedanzen  $Z_{i1}$  und  $Z_{i2}$  gebildet wird; der zweite Summand der Gl. (49) ist ein Ausdruck für die resultierende Impedanz bei Parallelschaltung der Impedanzen  $Z_{d2}$  und  $(3 \cdot Z_F + Z_i)$ .

Wir dürfen daher ein Ersatzschaltbild für die Bezugsphase nach Gl. (49) darstellen als Serieschaltung der gesamten Mitimpedanz auf der Generatorseite der Defektstelle zu der Parallelschaltung von Mitimpedanz auf der Verbraucherseite und Störungsimpedanz plus resultierende Gegenimpe-

danz des Netzes. Dies ist in Fig. 12 b geschehen. Noch allgemeiner werden die Beziehungen, welche das Ersatzschaltbild darstellt, dadurch beschrieben, dass man sagt, bei zweipoligem Kurzschluss werden Mit- und Gegenimpedanzensystem des Netzes an der Störungsstelle über die dreifache Störungsimpedanz miteinander verbunden.

Es bietet keine Schwierigkeit, an Hand des Ersatzschaltbildes irgendwelche Beziehungen zwischen Phasenströmen und -spannungen sowie ihren symmetrischen Komponenten unter Verwendung der «symmetrischen» Impedanzen analytisch zu formulieren. Wir notieren folgende:

An der beliebigen Meßstelle D in der Entfernung  $d$  von der Störungsstelle F haben die Phasenspannungen den Betrag:

$$U_{RD} = U_{RF} + (I_{d1} + I_{i1}) \cdot d \cdot z = U_{RF} + I_{R1} \cdot d \cdot z$$

$$U_{SD} = U_{SF} + (a^2 \cdot I_{d1} + a \cdot I_{i1}) \cdot d \cdot z = U_{SF} + I_{S1} \cdot d \cdot z$$

$$U_{TD} = U_{TF} + (a \cdot I_{d1} + a^2 \cdot I_{i1}) \cdot d \cdot z = U_{TF} + I_{T1} \cdot d \cdot z$$

und die verkettete Spannung zwischen den Phasen, welche vom Kurzschluss betroffen sind:

$$U_{STD} = I_F \cdot Z_F + I_{ST1} \cdot d \cdot z, \quad (50)$$

worin

$$I_{ST1} = I_{S1} - I_{T1} \text{ ist.}$$

Während die Phasenspannungen selbst auch an der Störungsstelle einen erheblichen Betrag aufweisen, hat die verkettete Spannung  $U_{ST}$  die Tendenz, sich mit abnehmender Entfernung von der Störungsstelle dem Werte Null zu nähern; das Minimum, welches sie erreicht, hängt vom Betrag der Impedanz  $Z_F$  ab; ihre reaktive Komponente wird praktisch stets Null, da  $Z_F$  Ohmschen Charakter hat.

Fig. 12 c zeigt im Vektordiagramm den Aufbau der Bezugsphasen-EMK aus den symmetrischen Komponenten der Spannungsabfälle, an Hand des Ersatzschaltbildes und Fig. 12 d die Konstruktion der generatorseitigen Phasenströme aus den symmetrischen Stromkomponenten.

Die Umbildung des Spannungsdreiecks der verketteten Spannungen sowie der Phasenspannungen und ihrer symmetrischen Komponenten zwischen Kurzschlußstelle und Generator- resp. Verbraucherklammern wird durch Fig. 12 e illustriert. Die Beziehungen der Gleichungsgruppen (50) sind darin anschaulich gemacht. Die dargestellte Form der Spannungsdreiecke ist typisch für den zweipoligen Kurzschluss.

Zum Schluss sei auf eine weitere Grösse hingewiesen, welche sich gleich wie die verkettete Spannung zwischen den Kurzschlussphasen gegen die Kurzschlußstelle hin einem niedrigen Minimum, eventuell dem Wert Null, nähert; es ist dies die Differenz zwischen Mit- und Gegenkomponente der Spannungen. Wie man aus dem Ersatzschaltbild unmittelbar ablesen kann, gilt dafür die Beziehung:

$$U_{dD} - U_{iD} = I'_F \cdot 3 \cdot Z_F + (I_1 - I_{i1}) \cdot d \cdot z \quad (51)$$

c) Der Erdschluss.

Wir stellen zunächst an Hand von Fig. 13 a die wichtigsten Beziehungen zwischen den Phasenströ-

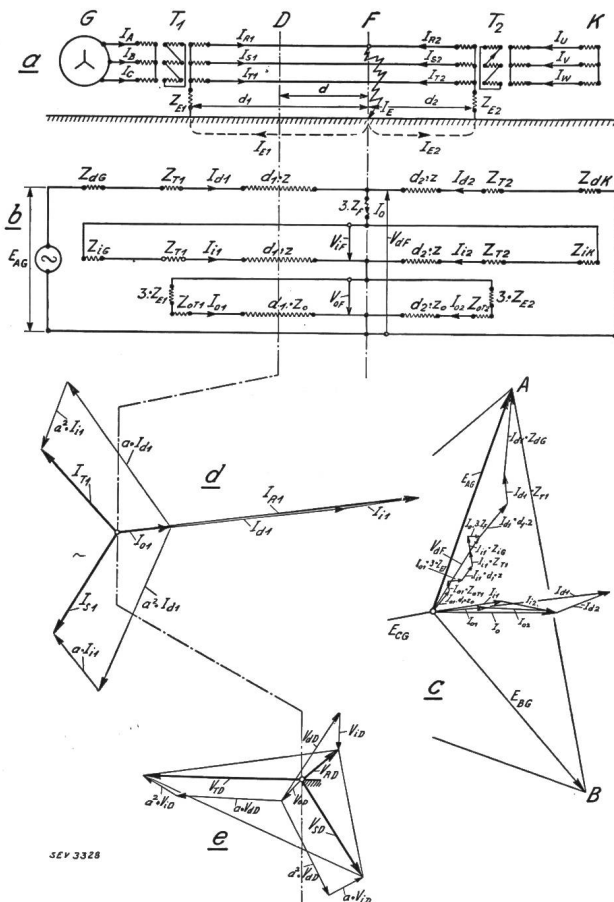


Fig. 13.

Der einpolige Erdschluss im Dreiphasennetz.

- a Darstellung des Netzes.
- b Ersatzschaltbild für die Bezugsphase R.
- c Konstruktion der Bezugsphasen-EMK aus den symmetrischen Spannungsabfällen.
- d Konstruktion des Stromdiagrammes für die Strecke  $d_2$  aus den symmetrischen Stromkomponenten.
- e Konstruktion des Spannungsdiagrammes an der Meßstelle D aus den symmetrischen Spannungskomponenten.

men und ihren symmetrischen Komponenten zusammen. Für die Störungsstelle gilt:

$$\begin{aligned} I_{R1} + I_{R2} &= I_{E1} + I_{E2} = I_E \\ I_{S1} + I_{S2} &= 0 \\ I_{T1} + I_{T2} &= 0 \end{aligned}$$

Das  $AW$ -Gleichgewicht im Transformator  $T_2$  bedingt folgende Beziehungen zwischen den beiderseitigen Strömen und ihren symmetrischen Komponenten:

$$\begin{aligned} I_{R2} &= I_U + \frac{I_{E2}}{3} & I_{O2} &= \frac{I_{E2}}{3} \\ I_{S2} &= I_V + \frac{I_{E2}}{3} & \text{und} & & I_{d2} &= I_{dk} \\ I_{T2} &= I_W + \frac{I_{E2}}{3} & I_{i2} &= I_{ik} \end{aligned}$$

Damit kann für die Ströme auf der Generatorseite der Störungsstelle und für ihre symmetrischen Komponenten abgeleitet werden:

$$\begin{aligned} I_{R1} &= I_{E1} + 2 \cdot \frac{I_{E2}}{3} - I_U & I_{o1} &= \frac{I_{E1}}{3} \\ I_{S1} &= -\frac{I_{E2}}{3} - I_V & \text{und} & & I_{d1} &= \frac{I_{E1} + I_{E2}}{3} - I_{dk} \\ I_{T1} &= -\frac{I_{E2}}{3} - I_W & I_{i1} &= \frac{I_{E1} + I_{E2}}{3} - I_{ik} \end{aligned}$$

Wir bezeichnen die Summe der Nullströme mit  $I_0$ ; addiert man die Gegenströme, so erkennt man, dass deren Summe den gleichen Betrag hat, es ist:

$$I_i = I_{i1} + I_{i2} = \frac{I_{E1} + I_{E2}}{3} = I_0$$

In zweiter Linie notieren wir die symmetrischen Spannungsgleichungen des Netzes, bezogen auf die Defektstelle; dabei fassen wir die Summe gleichartiger «symmetrischer» Impedanzen von Netzelementen, welche auf beiden Seiten der Störungsstelle jeweils in Reihe geschaltet sind, wie früher zu Gruppenimpedanzen zusammen, es gilt:

$$\begin{aligned} E_{AG} &= I_{d1} \cdot Z_{d1} + V_{dF} & 0 &= I_{d2} \cdot Z_{d2} + V_{dF} \\ 0 &= I_{i1} \cdot Z_{i1} + V_{iF} & 0 &= I_{i2} \cdot Z_{i2} + V_{iF} \\ 0 &= I_{o1} \cdot Z_{o1} + V_{oF} & 0 &= I_{o2} \cdot Z_{o2} + V_{oF} \end{aligned} \quad (52)$$

daraus können wir unmittelbar ableiten:

$$I_{o1} \cdot Z_{o1} = I_{o2} \cdot Z_{o2} = I_0 \cdot Z_0$$

mit  $Z_0 = \frac{Z_{o1} \cdot Z_{o2}}{Z_{o1} + Z_{o2}}$

und  $I_{i1} \cdot Z_{i1} = I_{i2} \cdot Z_{i2} = I_i \cdot Z_i$

mit  $Z_i = \frac{Z_{i1} \cdot Z_{i2}}{Z_{i1} + Z_{i2}}$

Schliesslich gilt für die Spannung der erdgeschlossenen Phase gegen Erde an der Erdschlußstelle:

$$V_{RF} = V_{dF} + V_{iF} + V_{oF} = I_E \cdot Z_F = I_0 \cdot 3 \cdot Z_F$$

Addiert man die drei Gleichungen rechts der Gruppe (52) und setzt für die Summe der drei symmetrischen Spannungskomponenten diesen Ausdruck ein, so gelangt man zur Beziehung:

$$\begin{aligned} -I_{d2} \cdot Z_{d2} &= I_i \cdot Z_i + I_0 \cdot (Z_0 + 3 \cdot Z_F) \\ &= I_0 \cdot (Z_i + Z_0 + 3 \cdot Z_F) \end{aligned}$$

Diese Gleichung weist auf eine Parallelschaltung der Stromkreise mit den Strömen  $-I_{d2}$  und  $I_0$  hin. Aus den Stromgleichungen geht nun hervor, dass:

$$I_{d1} = I_0 - I_{d2} \text{ ist;}$$

man gelangt damit unschwer zum Ausdruck:

$$E_{AG} = I_{d1} \cdot \left( Z_{d1} + \frac{Z_{d2} \cdot (Z_i + Z_0 + 3 \cdot Z_F)}{Z_{d2} + Z_i + Z_0 + 3 \cdot Z_F} \right) \quad (53)$$

Löst man andererseits die aufgestellten Gleichungen nach  $I_0$  resp.  $I_E$  auf, so erhält man:

$$I_E = \frac{3 \cdot E_{AG}}{Z_{d1} + \left(1 + \frac{Z_{d1}}{Z_{d2}}\right) \cdot (Z_i + Z_0 + 3 \cdot Z_F)} \quad (54)$$

An Hand dieser Gleichung kann der Erdschlußstrom nach Grösse und Phasenlage berechnet werden.

Gl. (53) gibt die Grundlage zur Aufstellung eines Ersatzschaltbildes. Dieses wird gebildet durch Reihenschaltung der generatorseitigen Mitimpedanz  $Z_{d1}$  mit der Parallelschaltung von Mitimpedanz  $Z_{d2}$  der verbrauchersseitigen Netzteile und der Reihenschaltung von dreifacher Erdschlussimpedanz  $Z_F$ , resultierender Gegenimpedanz  $Z_i$  und Nullimpedanz  $Z_0$ ;  $Z_i$  und  $Z_0$  selber entstehen aus der Parallelschaltung der generator- und verbraucherseitigen Gegen- resp. Nullimpedanzen des Netzes. Dieses Ersatzschaltbild ist in Fig. 13 b dargestellt. Im Hinblick auf Fälle mehrfacher Netzspeisung —  $Z_{dk}$  ist generatorisch — ziehen wir eine noch allgemeinere Formulierung der Regel vor, nach welcher das Ersatzschaltbild aufgebaut ist; bei Erdschluss werden demnach an der Störungsstelle resultierende Gegen- und Nullimpedanz des Netzes zueinander in Reihe geschaltet und über die dreifache Störungsimpedanz an das Mitsystem angeschlossen.

Fig. 13 c zeigt die vektorielle Konstruktion der Bezugsphasen-EMK aus den Elementen des Ersatzschaltbildes. In Fig. 13 d und 13 e ist der Aufbau der Phasenströme und -spannungen an der Messstelle D aus ihren symmetrischen Komponenten dargestellt; diese selber sind der Fig. 13 c entnommen.

Auch für den Fall des Erdschlusses wäre es ohne weiteres möglich, an Hand des Ersatzschaltbildes die Beziehungen zwischen den verschiedensten Netzgrössen analytisch zu formulieren. Wir beschränken uns hier auf folgende Feststellungen:

Dem Ersatzschaltbild kann entnommen werden, dass keine der symmetrischen Spannungskomponenten bei Erdschluss an der Störungsstelle Null werden kann. Im Gegenteil, Gegen- und Nullkomponente weisen dort gerade ein Maximum auf und verschwinden erst am Ende ihrer «symmetrischen» Stromkreise, d. h. im wirklichen oder ideellen Nullpunkt der Generatoren und Verbraucher resp. an den Erdungsstellen.

Von den Phasenspannungen gegen Erde ist besonders diejenige der erdgeschlossenen Phase interessant; ihr Betrag an der beliebigen Meßstelle D ist:

$$V_{RD} = V_{RF} + d \left[ (I_{d1} + I_{i1}) z + I_{o1} \cdot z_0 \right] \quad (55)$$

$$= I_0 \cdot 3 \cdot Z_F + d \cdot [ I_{R1} \cdot z + I_{o1} \cdot (z_0 - z) ]$$

Man sieht, dass dieser Ausdruck an der Störungsstelle, d. h. für  $d = 0$ , sehr klein, eventuell null, werden kann.

d) Der zweipolige Kurzschluss mit Erdschluss.

Bei der Untersuchung dieser Störungsform an Hand von Fig. 14 gehen wir genau gleich schrittweise vor wie im vorhergehenden Abschnitt.

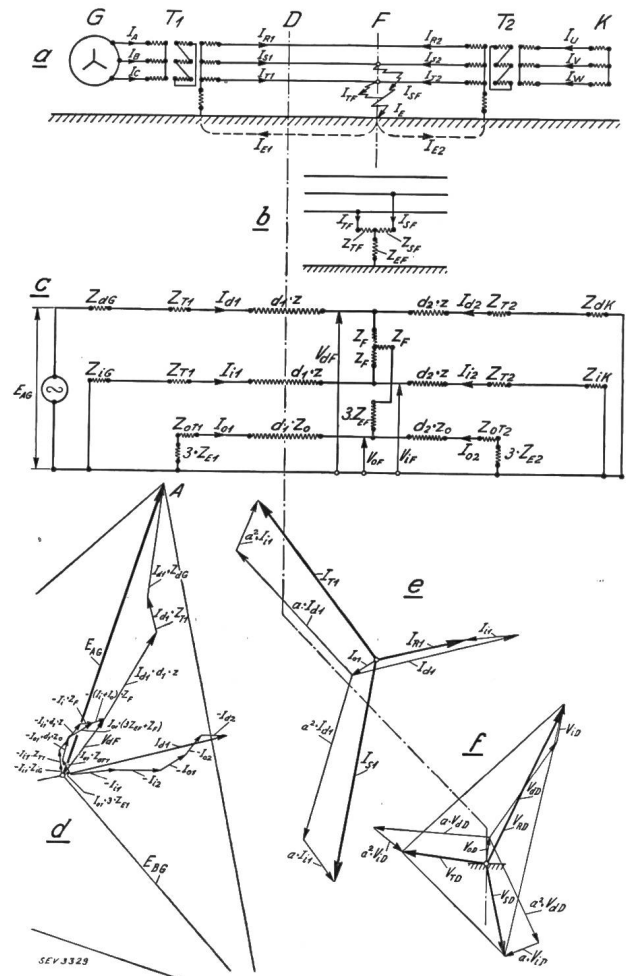


Fig. 14.

- Der zweipolige Kurzschluss mit Erdschluss im Dreiphasennetz.
- a Darstellung des Netzes.
  - b Ströme und Impedanzen an der Defektstelle.
  - c Ersatzschaltbild für die Bezugsphase R.
  - d Konstruktion der Bezugsphasen-EMK aus den symmetrischen Spannungsabfällen.
  - e Konstruktion des Stromdiagrammes für die Strecke  $d_1$  aus den symmetrischen Stromkomponenten.
  - f Konstruktion des Spannungsdiagrammes an der Meßstelle D aus den symmetrischen Spannungskomponenten.

Wir notieren zunächst die Stromgleichungen für die Störungsstelle:

$$I_{R1} + I_{R2} = 0$$

$$I_{S1} + I_{S2} = I_{SF}$$

$$I_{T1} + I_{T2} = I_{TF}$$

Nach Fig. 14 a gilt:

$$I_{SF} + I_{TF} = I_E$$

Die symmetrischen Spannungsgleichungen (52), bezogen auf die Defektstelle, können vom vorhergehenden Abschnitt vollständig übernommen werden; ebenso die direkten Schlussfolgerungen daraus.

Damit kann die erste Stromgleichung in folgender Form geschrieben werden:

$$I_{d1} + I_{d2} + I_i + I_o = 0$$

Die kombinierte Kurz- und Erdschlussimpedanz der Störungsstelle teilen wir nach Fig. 14 b auf und machen dazu die vereinfachende Annahme:

$$Z_{SF} = Z_{TF} = Z_F$$

Damit können wir für die Spannungen der Störungsphasen gegen Erde schreiben:

$$V_{SF} = I_{SF} \cdot Z_F + I_E \cdot Z_{EF}$$

$$V_{TF} = I_{TF} \cdot Z_F + I_E \cdot Z_{EF}$$

Für Summe und Differenz dieser Gleichungen erhält man unter Einführung der symmetrischen Stromkomponenten folgende Ausdrücke:

$$V_{SF} + V_{TF} = I_o \cdot 3 \cdot (2Z_{EF} + Z_F)$$

$$V_{SF} - V_{TF} = (a^2 - a) \cdot (I_{d1} + I_{d2} - I_i) \cdot Z_F$$

Zerlegt man die linke Seite dieser Gleichungen in ihre symmetrischen Komponenten, so gelangt man mit Hilfe der Gleichungsgruppe (52) zu folgenden Beziehungen:

$$V_{SF} + V_{TF} = I_{d2} \cdot Z_{d2} + I_i \cdot Z_i - 2 \cdot I_o \cdot Z_o$$

$$V_{SF} - V_{TF} = (a - a^2) \cdot (I_{d2} \cdot Z_{d2} - I_i \cdot Z_i)$$

Aus der Verbindung der beiden Gleichungen für die Differenz von  $V_{SF}$  und  $V_{TF}$  errechnet man:

$$I_{d2} \cdot Z_{d2} = I_i \cdot (Z_i + 2 \cdot Z_F) + I_o \cdot Z_F$$

Fügt man dieses Resultat in die Verbindung beider Summengleichungen von  $V_{SF}$  und  $V_{TF}$  ein, so gelangt man zur Beziehung:

$$I_i \cdot (Z_i + Z_F) = I_o \cdot (Z_o + 3 \cdot Z_{EF} + Z_F)$$

Diese Gleichung weist auf eine Parallelschaltung von Null- und Gegenstromkreis hin; für die resultierende Impedanz der beiden gilt dann der Ausdruck:

$$Z_{i0} = \frac{(Z_i + Z_F) \cdot (Z_o + 3 \cdot Z_{EF} + Z_F)}{(Z_i + Z_F) + (Z_o + 3 \cdot Z_{EF} + Z_F)}$$

damit wird:

$$I_i \cdot (Z_i + Z_F) = (I_i + I_o) \cdot Z_{i0}$$

Obige Gleichung für  $I_{d2} \cdot Z_{d2}$  kann man nun folgendermassen weiterentwickeln:

$$\begin{aligned} I_{d2} \cdot Z_{d2} &= I_i \cdot (Z_i + Z_F) + (I_i + I_o) \cdot Z_F \\ &= (I_i + I_o) \cdot (Z_{i0} + Z_F) \\ &= (I_{d2} + I_i + I_o) \cdot \frac{Z_{d2} \cdot (Z_{i0} + Z_F)}{Z_{d2} + Z_{i0} + Z_F} \end{aligned}$$

Da jedoch  $(I_{d2} + I_i + I_o) = -I_{d1}$  ist, so können wir mit Hilfe der beiden Mitkomponentengleichungen der Gruppe (52) schreiben:

$$E_{AG} = I_{d1} \cdot \left[ Z_{d1} + \frac{Z_{d2} \cdot (Z_{i0} + Z_F)}{Z_{d2} + Z_{i0} + Z_F} \right] \quad (56)$$

Aus dieser Gleichung und der Definitionsgleichung für  $Z_{i0}$  ergibt sich unmittelbar das Ersatzschaltbild der Fig. 14 c. Die Regel, welche seinem Aufbau zugrunde liegt, kann folgendermassen formuliert werden:

Bei zweipoligem Kurzschluss mit Erdschluss werden Mit- und Gegenimpedanzsystem des Netzes an der Störungsstelle über die Kurzschlussimpedanz miteinander verbunden; an den Mittelpunkt der letztern wird über dreifache Erdschluss- und halbe Kurzschlussimpedanz der entsprechende Punkt des Nullsystems angeschlossen.

Im Vektordiagramm 14 d sind die Zusammenhänge zwischen den symmetrischen Spannungsabfällen entsprechend dem Ersatzschaltbild dargestellt und schliesslich in Fig. 14 e und 14 f die Konstruktion der Phasenströme und Spannungen an der Meßstelle D aus den symmetrischen Komponenten, welche Fig. 14 d abgreifen lässt.

Wir notieren zum Schluss wieder die Gleichungen jener Spannungen, welche an der Störungsstelle besonders kleine Werte annehmen und von dort aus mindestens in der Richtung auf die Generatoren hin fortlaufend anwachsen; es sind dies die Spannungen der Störungsphasen gegen Erde und die verkettete Spannung zwischen ihnen; die Ausdrücke lauten:

$$V_{SD} = V_{SF} + d \cdot [(a^2 \cdot I_{d1} + a \cdot I_{i1}) \cdot z + I_{o1} \cdot z_o]$$

$$= V_{SF} + d \cdot [I_{S1} \cdot z + I_{o1} \cdot (z_o - z)]$$

$$V_{TD} = V_{TF} + d \cdot [I_{T1} \cdot z + I_{o1} \cdot (z_o - z)]$$

und

$$(57)$$

$$U_{STD} = U_{STF} + I_{ST1} \cdot d \cdot z$$

#### e) Der Doppelerdschluss.

Die bisherige Untersuchung von Störungen in Dreiphasennetzen mit einer einzigen Störungsstelle hat zu verhältnismässig einfachen einphasigen Ersatzschaltbildern geführt; da deren Übertragung auf komplizierte Netzgebilde ohne weiteres gegeben ist, haben wir damit ein Werkzeug gewonnen, welches eine genaue Untersuchung von Störungen in irgendwie geschalteten Dreiphasennetzen ermöglicht.

Die analytische Bearbeitung des Doppelerdschlusses führt zunächst zu wenig durchsichtigen Beziehungen; trotzdem ist es möglich, auch für ihn ein Ersatzschaltbild aufzustellen. Dessen Aufbau leiten wir an Hand der Fig. 15 ab; wir betrachten den Doppelerdschluss im Normalnetz, welches wir bisher unseren Untersuchungen zugrunde gelegt haben, trotzdem ein Netz mit zwei Störungsstellen allgemein nicht auf diese Grundform zurückgeführt werden kann. Ferner machen wir die Annahme, dass der Netznullpunkt durchwegs isoliert sei. Die Untersuchung des Doppelerdschlusses im Einphasennetz hat jedoch gezeigt, dass das Ergebnis, welches die Untersuchung dieses einfachen Sonderfalles ergibt, ohne weiteres auf jeden allgemeinen Fall übertragen werden kann.



Die Stromgleichungen, welche wir zunächst aufstellen, lauten:

$$\begin{aligned} I_{R1} &= I_{R2} &= -I_{R3} \\ I_{S1} &= I_{S2} &= I_D - I_{S3} \\ I_{T1} &= -I_D + I_{T2} &= -I_D - I_{T3} \end{aligned}$$

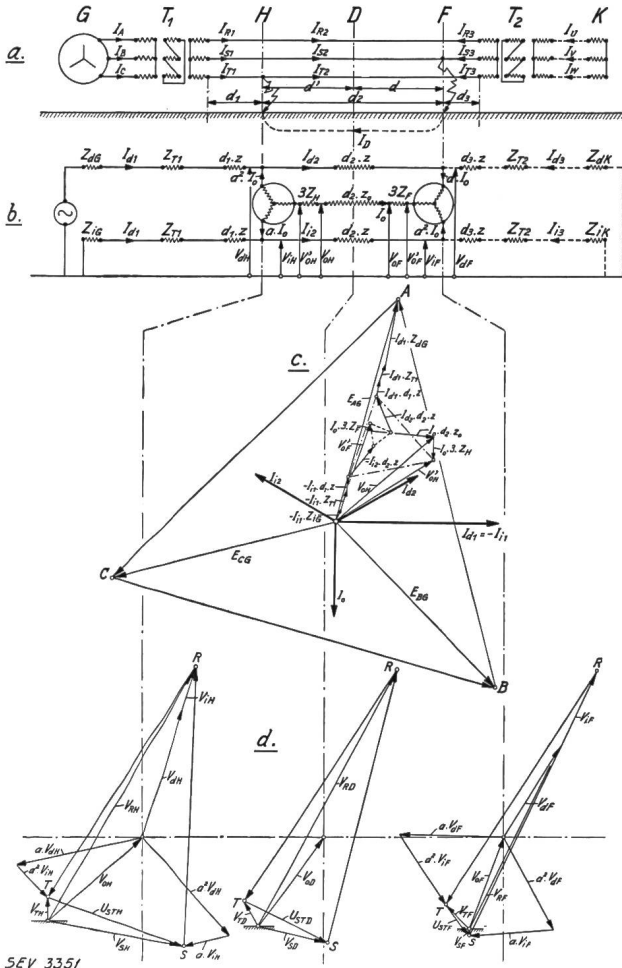


Fig. 15.

Der Doppelerdschluss im Dreiphasennetz mit isoliertem Nullpunkt.

- a Darstellung des Netzes.
- b Ersatzschaltbild für die Bezugsphase R.
- c Konstruktion der Bezugsphasen-EMK aus den symmetrischen Spannungsabfällen im leerlaufenden Netz.
- d Konstruktion der Spannungsdiagramme der Erdschlußstellen und einer beliebigen Meßstelle zwischen ihnen aus den symmetrischen Spannungskomponenten.

Da notwendig  $I_{03} = 0$  ist, erhält man für die symmetrischen Stromkomponenten der Abschnitte  $d_1$  und  $d_2$  die Beziehungen:

$$\begin{aligned} I_{02} &= \frac{I_D}{3} = I_0 & I_{01} &= 0 \\ I_{d2} &= a \cdot I_0 - I_{d3} & I_{d1} &= (a - a^2) \cdot I_0 - I_{d3} \\ I_{i2} &= a^2 \cdot I_0 - I_{i3} & I_{i1} &= (a^2 - a) \cdot I_0 - I_{i3} \end{aligned}$$

Ferner für ihre Differenz an den Störungsstellen:

$$\begin{aligned} I_{01} - I_{02} &= -I_0 & I_{02} + I_{03} &= I_0 \\ I_{d1} - I_{d2} &= -a^2 \cdot I_0 & I_{d2} + I_{d3} &= a \cdot I_0 \\ I_{i1} - I_{i2} &= -a \cdot I_0 & I_{i2} + I_{i3} &= a^2 \cdot I_0 \end{aligned} \quad (58)$$

Die symmetrischen Spannungsgleichungen können wir in folgender Form schreiben:

$$\begin{aligned} E_{AG} - I_{d1} \cdot Z_{d1} - I_{d2} \cdot Z_{d2} + I_{d3} \cdot Z_{d3} &= 0 \\ -I_{i1} \cdot Z_{i1} - I_{i2} \cdot Z_{i2} + I_{i3} \cdot Z_{i3} &= 0 \\ V_{oH} - I_{o2} \cdot Z_{o2} - V_{oF} &= 0 \end{aligned} \quad (59)$$

dabei haben wir analog zu den früheren Ableitungen Reihenschaltungen von «symmetrischen» Impedanzen, welche von derselben Stromkomponente durchflossen werden, zu Gruppenimpedanzen  $Z_{d1}$ ,  $Z_{i1}$  usw. zusammengefasst.

Für Mit- und Gegenkomponenten der Spannungen gegen Erde an den Störungsstellen gelten folgende Ausdrücke:

$$\begin{aligned} V_{dH} &= E_{AG} - I_{d1} \cdot Z_{d1} & V_{dF} &= -I_{d3} \cdot Z_{d3} \\ V_{iH} &= -I_{i1} \cdot Z_{i1} & V_{iF} &= -I_{i3} \cdot Z_{i3} \end{aligned}$$

Bezeichnet man die eigentlichen Störungsimpedanzen mit  $Z_F$  und  $Z_H$ , so kann man für die Spannungen der gestörten Phasen gegen Erde an ihrer jeweiligen Störungsstelle schreiben:

$$\begin{aligned} V_{SF} &= I_0 \cdot 3 \cdot Z_F = V_{oF} + a^2 \cdot V_{dF} + a \cdot V_{iF} \\ V_{TF} &= -I_0 \cdot 3 \cdot Z_H = V_{oH} + a \cdot V_{dH} + a^2 \cdot V_{iH} \end{aligned}$$

und daraus ableiten:

$$\begin{aligned} V'_{oF} &= (V_{oF} - I_0 \cdot 3 \cdot Z_F) = V_{iF} - a^2 \cdot (V_{dF} - V_{iF}) \\ V'_{oH} &= (V_{oH} + I_0 \cdot 3 \cdot Z_H) = V_{iH} - a \cdot (V_{dH} - V_{iH}) \end{aligned} \quad (60)$$

Die notierten Beziehungen bieten genügend Material, um Berechnungsgleichungen für die verschiedenen symmetrischen Strom- und Spannungskomponenten abzuleiten. Da diese jedoch nicht besonders durchsichtig sind, wollen wir uns hier nicht näher auf ihre Ableitung einlassen. Wir können dies um so eher tun, als die Gleichungsgruppen (58) bis (60) bereits genügend Anhaltspunkte für die Aufstellung des Ersatzschaltbildes liefern.

Gleichungsgruppe (59) lässt erkennen, dass das Ersatzschaltbild des Doppelerdschlusses gleich wie die Ersatzschaltbilder aller bisher untersuchten Störungen eine Verbindung sämtlicher Mitimpedanzen entsprechend der Gestaltung des betrachteten Netzes mit der EMK der Bezugsphase als Stromquelle und parallel dazu eine gleichartige Verbindung aller Gegenimpedanzen enthalten muss. Ueber die Kupplung zwischen beiden Systemen gibt Gleichungsgruppe (60) Auskunft. Diese Gleichungen sagen aus, dass die Spitzen der Vektoren  $V_{dF}$ ,  $V_{iF}$  und  $V_{oF}$  resp.  $V_{dH}$ ,  $V_{iH}$  und  $V_{oH}$  jeweils auf den Eckpunkten eines gleichseitigen Dreiecks liegen mit den Vektoren  $(V_{dF} - V_{iF})$  resp.  $(V_{dH} - V_{iH})$  als Seitenlänge; dabei gilt ferner, dass zur Konstruktion des Vektors  $V'_o$  an der Erdschlußstelle der Phase S der Vektor  $(V - V_i)$   $60^\circ$  im voreilenden Sinne um die Spitze des Vektors  $V_i$  gedeckt werden muss, und an der Erdschlußstelle der Phase T  $60^\circ$  im nacheilenden Sinne.



Aus der letzten Gleichung der Gruppe (59) folgt:

$$V'_{oH} - V'_{oF} = I_o \cdot (3 \cdot Z_H + Z_{o2} + 3 \cdot Z_F) = I_o \cdot Z_o,$$

d. h. die Stellen der Ersatzschaltung mit den Spannungen  $V'_{oH}$  und  $V'_{oF}$  sind miteinander über die Reihenschaltung der beiden Störungsimpedanzen und der resultierenden Nullimpedanz der zwischenliegenden Netzteile verbunden.

Fig. 15 b zeigt das Ersatzschaltbild entsprechend diesen Ueberlegungen. Die Kupplung der drei symmetrischen Systeme an beiden Störungsstellen ist darin als Dreiphasenmaschine dargestellt; daneben sind die drei «Wicklungsströme» auf Grund von Gleichungsgruppe (58) eingetragen. Man erkennt, dass der Drehsinn der «Phasenströme» demjenigen der «Phasenspannungen» in beiden Fällen entgegengesetzt ist. Daher können wir uns unter diesen Dreiphasenmaschinen synchron mit dem Drehsinn der «Phasenspannungen» rotierende Asynchronmaschinen ohne Verluste, Streuung und Magnetisierungsbedarf vorstellen; solche drosseln das Mitsystem der Ströme vollständig und sind gleichzeitig völlig durchlässig für ihr Gegensystem.

Diese Darstellung bildet eine Analogie zum Ersatzschaltbild des Doppelerdschlusses im Einphasensystem (Fig. 5). Lässt man die Störungsstellen F und H räumlich zusammenfallen, so geht, wie man leicht erkennt, das Ersatzschaltbild des Doppelerdschlusses im Netz mit isoliertem Nullpunkt unmittelbar in dasjenige des isolierten zweipoligen Kurzschlusses (Fig. 12) über.

An Hand dieser Angaben macht es keine Schwierigkeit, das Ersatzschaltbild für einen Doppelerdschluss in einem beliebig gestalteten Netz aufzustellen. Dies soll hier nicht geschehen. Dagegen wollen wir noch an Hand von Fig. 15 die Beziehungen ableiten, welche für den Doppelerdschluss auf einer leerlaufenden Leitung gelten. Setzt man in den vorhergehenden Gleichungen  $I_{d3} = 0$  und  $I_{i3} = 0$ , so errechnet man unschwer die Beziehungen:

$$I_D = \frac{E_{BCG}}{Z_{d1} + \frac{Z_{d2} + Z_o + Z_{i2}}{3} + Z_{i1}} \quad (61)$$

und

$$I_{d1} = \frac{E_{AG}}{Z_{d1} + \frac{Z_{d2} + Z_o + Z_{i2}}{3} + Z_{i1}} \quad (62)$$

In Fig. 15 c haben wir für diesen Fall das Vektordiagramm des Ersatzschaltbildes gezeichnet und daraus in Fig. 15 d die Spannungsdiagramme für die Netzstellen F, D und H konstruiert. Sie vermitteln eine Vorstellung von der typischen Lage der Dreiphasenspannungen bei Doppelerdschluss. Man erkennt, dass von allen Spannungen einzig die Spannungen der Störungsphasen gegen Erde eine erhebliche Grössenänderung mit der Entfernung von der jeweiligen Störungsstelle erfahren; sie sind

somit schutztechnisch wichtig. Ihre Gleichungen lauten für die beliebige Meßstelle D:

$$\begin{aligned} V_{SD} &= V_{SF} + d \cdot (a^2 \cdot I_{d2} + a \cdot I_{i2}) \cdot z + I_{o2} \cdot z_o \\ &= V_{SF} + d \cdot I_{S2} \cdot z + I_{o2} \cdot (z_o - z) \quad (63) \\ V_{TD} &= V_{TH} - d' \cdot [(a \cdot I_{d2} + a^2 \cdot I_{i2}) \cdot z + I_{o2} \cdot z_o] \\ &= V_{TH} - d' \cdot [I_{T2} \cdot z + I_{o2} \cdot (z_o - z)] \end{aligned}$$

Die Spannungen  $V_{SF}$  und  $V_{TH}$  sind stets klein. Die verkettete Spannung zwischen den Störungsphasen nähert sich im Gegensatz zu den Spannungen gegen Erde nirgends ausgesprochen dem Werte Null. Ihre Gleichung enthält einen festen Summanden, welcher von der Entfernung der beiden Störungsstellen abhängt; sie lautet:

$$U_{STD} = (V_{SF} - V_{TH}) + d_2 \cdot I_{T2} \cdot z + I_{o2} (z_o - z) + (I_{S2} - I_{T2}) \cdot d \cdot z$$

f) Der Einfluss der Leitungskapazität.

Im folgenden soll gezeigt werden, wie der Einfluss der Leitungskapazität bei der Behandlung der verschiedenen untersuchten Störungen berücksichtigt werden kann.

Wie üblich unterscheiden wir zwei Gruppen von Leitungskapazitäten, nämlich die Kapazitäten zwischen den Phasenleitern und die Erdkapazität der Phasenleiter. Wir bezeichnen die Kapazitäten der ersten Gruppe pro Längeneinheit mit  $C_{RS}$ ,  $C_{ST}$ ,  $C_{TR}$  und setzen sie untereinander gleich  $C$ , während wir für die Kapazitäten gegen Erde als Bezeichnung und Ansatz wählen:

$$C_R = C_S = C_T = C_E$$

Setzen wir ein solches System nach Fig. 16 unter Spannung, wobei das System der Spannungen  $V_R \cdot V_S \cdot V_T$  gegen Erde ganz beliebig sein darf, so

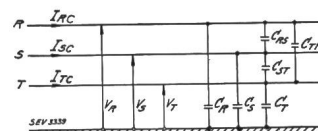


Fig. 16. Die Leitungskapazitäten eines Dreiphasennetzes.

können wir für die Ströme folgende Beziehungen notieren:

$$\begin{aligned} I_{RC} &= (2 \cdot V_R - V_S - V_T) \cdot \omega \cdot C + V_R \cdot \omega \cdot C_E \\ I_{SC} &= (2 \cdot V_S - V_T - V_R) \cdot \omega \cdot C + V_S \cdot \omega \cdot C_E \\ I_{TC} &= (2 \cdot V_T - V_R - V_S) \cdot \omega \cdot C + V_T \cdot \omega \cdot C_E \end{aligned}$$

Daraus leiten wir ab:

$$\begin{aligned} I_{oC} &= V_o \cdot \omega \cdot C_E \\ I_{dC} &= V_d \cdot \omega \cdot (3C + C_E) \\ I_{iC} &= V_i \cdot \omega \cdot (3C + C_E) \end{aligned} \quad (64)$$

Diese Gleichungen sagen aus, dass die Kapazität eines Leitungselementes von der Längeneinheit, gleich wie die Reaktanz, einen bestimmten Wert

für jedes der verschiedenen symmetrischen Systeme hat; wie von vorneherein zu erwarten war, sind dabei die «symmetrischen» Kapazitäten im Mit- und Gegensystem einander gleich.

Um ihren Einfluss bei einer bestimmten Störung festzustellen, fügt man in das entsprechende Ersatzschaltbild pro Leitungsabschnitt geeigneter Länge parallel zu jeder symmetrischen Spannungskomponente in der Mitte jedes Abschnittes eine entsprechende «symmetrische Kapazität» ein und führt für die so vervollständigte Schaltung die Berechnung der symmetrischen Stromkomponenten durch. Im allgemeinen wird es auch für genaue Untersuchungen genügen, wenn man sich auf folgende drei Hauptabschnitte beschränkt: Netzabschnitt jenseits der Störungsstelle von einer betrachteten Meßstelle aus gesehen, Netzabschnitt zwischen Störungs- und Meßstelle und Netzabschnitt zwischen Mess- und Einspeisestellen des Netzes.

#### 4. Die Messung der elektrischen Grössen des unsymmetrisch belasteten Netzes.

##### a) Strom- und Spannungsmessungen.

Die Messung der einzelnen Phasenströme und der Spannungen gegen Erde lässt sich bekanntlich mit Hilfe einphasiger Instrumente direkt oder über einphasige Wandler durchführen. Auch dreiphasige Wandler können dazu verwendet werden, falls ihre Joche durch einen magnetischen Rückschluss miteinander verbunden sind (Vier- und Fünfschenkelwandler); die bekannte V-Schaltung der Spannungswandler eignet sich nur zur Messung der Phasenspannungen und der verketteten Spannungen.

Zur Messung des verketteten Stromes zweier Phasen benötigt man zwei Stromwandler in sogenannter 60°-Schaltung. Sollen sämtliche verketteten Ströme an einer Meßstelle erfasst werden, so schaltet man drei Phasenstromwandler in Dreieck und schliesst an ihre Querverbindungen die Messstromkreise in Sternschaltung an.

Von den symmetrischen Komponenten der Spannungen und Ströme sind die Nullkomponenten und die Summen von Mit- und Gegenkomponenten unter Verwendung einfacher Wandler-schaltungen messbar. Zur Erfassung der Nullkomponenten verwendet man sogenannte Summenschaltungen; das bedeutet, dass man bei der Strommessung Eingänge und Ausgänge der Sekundärwicklungen dreier Phasewandler je zu einem Sternpunkt zusammenfasst und das Messinstrument in die Verbindung der Sternpunkte hineinlegt, während man zur Spannungsmessung mit Vorliebe die sogenannte offene Dreieckschaltung verwendet, wobei Sekundärwicklungen dreier Einphasenspannungswandler zwischen Phasenleitungen und Erde in Dreieck geschaltet werden mit dem Spannungsmesser in einer der Dreieckverbindungen. Ohne weiteres ist einzusehen, dass die offene Dreieckschaltung auch bei Vier- und Fünfschenkelwandlern zur Nullspannungsmessung verwendet werden kann; daneben

besteht bei Wandlern dieser Art die Möglichkeit, ähnlich wie bei den Dreischenkelwandlern in Einphasennetzen, eine Wicklung auf dem magnetischen Rückschluss der Joche anzubringen; diese wird nur beim Auftreten eines Nullkomponentensystems erregt, denn nur dann sind die Erregungen der drei Hauptschenkel nicht im Gleichgewicht.

Die Summe der Mit- und Gegenkomponenten bildet bei den Spannungen das System der sogenannten Phasenspannungen. Man kann sie mit Hilfe irgendeiner dreiphasigen Spannungswandler-schaltung messen, wenn man die drei Sekundärwicklungen und die Spannungsmesser ohne Nullpunktverbindung in Stern schaltet, sofern die Meßstromkreise gleiche Impedanz pro Phase aufweisen. Sicherer ist die Verwendung dreiphasiger Spannungswandler ohne primäre Nullpunktserdung. Die Messung der Summe aus Mit- und Gegenkomponente der Ströme ist unter Verwendung verschiedener Schaltungen durchführbar, bei denen stets mit Hilfe geeigneter Dreiecksverbindungen die Nullkomponente aus den Phasenströmen ausgesiebt wird.

Die Mit- und Gegenkomponenten der Spannungen und Ströme können auch für sich allein gemessen werden. Solche Messungen sind jedoch mit Hilfe einfacher Wandler-schaltungen nicht durchführbar. Betrachten wir beispielsweise den Fall der Spannungs-Mitkomponente; sie geht nach Gl. (47) aus dem System der drei Spannungen  $V_R, V_S, V_T$  gegen Erde nach folgender Beziehung hervor:

$$V_d = \frac{1}{3} \cdot (V_R + a \cdot V_S + a^2 \cdot V_T)$$

d. h., man hat zu ihrer Erfassung drei Spannungen zu addieren, von denen die erste proportional und phasengleich zu  $V_R$  ist, die zweite proportional zu  $V_S$ , jedoch 120° dagegen verschoben, und die dritte proportional zu  $V_T$  bei 240° Phasenverschiebung gegenüber ihr; die Proportionalitätsfaktoren müssen in allen drei Fällen gleich sein. Diese Aufgabe kann mit Hilfe genau abgestimmter Spannungsteilerimpedanzen in sogenannten Filterschaltungen gelöst werden. Wir versagen es uns, hier auf diese Fragen näher einzutreten.

##### b) Leistungsmessungen.

Die Momentanleistung eines Einphasensystems, dessen Spannungen und Ströme reine sinusförmige Schwingungen bestimmter Frequenz sind, kann bekanntlich als Summe einer konstanten und einer mit doppelter Grundfrequenz schwingenden Leistung dargestellt werden. Die Leistung, welche von üblichen wattmetrischen Organen erfasst wird, ist das Integral der Momentanleistungen über die Dauer einer Sekunde; sie ist identisch mit dem konstanten Summanden der Momentanleistungen. Dies gilt auch für die Phasenleistungen eines Dreiphasensystems. Bei völlig symmetrischem Betrieb heben sich die pulsierenden Leistungsglieder der drei Phasen auf; die dreiphasige Momentanleistung

ist eine Konstante. Wird ein Dreiphasensystem unsymmetrisch belastet, so erscheinen im allgemeinen auch in den Ausdrücken für die dreiphasige Momentanleistung Glieder, welche mit doppelter Netzfrequenz pulsieren. Es wäre überaus reizvoll, diesen Beziehungen nachzugehen; da sie jedoch über den Rahmen unserer Studie hinausführen, verzichten wir darauf, sie weiter zu verfolgen.

Wichtig ist für uns, das Verhalten wattmetrischer Organe unter den verschiedensten Störungsformen zu erfassen. Da wir uns bei den Untersuchungen über die Spannungs- und Stromverhältnisse in gestörten Netzen der Methode der symmetrischen Komponenten bedient haben, wollen wir zunächst die Ausdrücke ableiten, welche für die Beziehungen zwischen den gemessenen Leistungen und den symmetrischen Komponenten der Spannungen und Ströme gelten. Wir betrachten Fig. 17. Sie stellt die Spannung gegen Erde  $V_R$  und den Phasenstrom  $I_R$  an einer Stelle eines Dreiphasennetzes samt ihren symmetrischen Komponenten

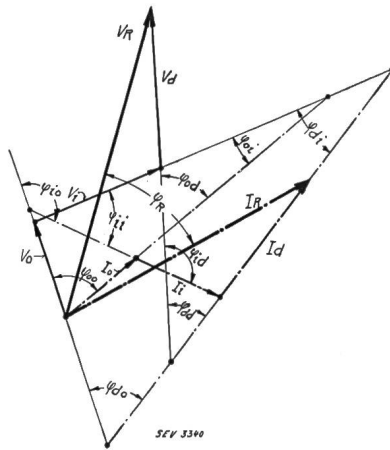


Fig. 17.

Spannungs- und Stromvektor der Bezugsphase an einer Meßstelle samt ihren symmetrischen Komponenten.

dar; die Spannungen gegen Erde und die Phasenströme der andern beiden Phasen sind dadurch in bekannter Weise bestimmt. Der Winkel zwischen  $V_R$  und  $I_R$  ist  $\varphi_R$ . Die Winkel zwischen den symmetrischen Spannungs- und Stromkomponenten bezeichnen wir mit dem Buchstaben  $\varphi$  unter Beifügung zweier Indices, wovon der erste der Systemindex der betrachteten Stromkomponente und der zweite derjenige der Spannungskomponente ist; beispielsweise ist  $\varphi_{00}$  der Winkel zwischen den Nullkomponenten von Strom und Spannung,  $\varphi_{di}$  derjenige zwischen Mitkomponente des Stromes und Gegenkomponente der Spannung usw.

$\varphi_{R0}$ ,  $\varphi_{Ri}$  und  $\varphi_{Rd}$  sind die Winkel zwischen Phasenstrom  $I_R$  und Null-, Gegen- und Mitkomponente der Spannung  $V_R$ .

Das betrachtete Wattorgan sei ein Wirkleistungsmesser; es arbeite nach dem Gesetz:

$$P_R = I_R \cdot V_R \cdot \cos \varphi_R$$

Da die Projektion eines Vektors auf eine bestimmte Richtung gleich ist der Summe der Projektionen seiner Komponenten, können wir schreiben:

$$I_R \cdot V_o \cdot \cos \varphi_{R0} = I_o \cdot V_o \cdot \cos \varphi_{o0} + I_i \cdot V_o \cdot \cos \varphi_{i0} + I_d \cdot V_o \cdot \cos \varphi_{d0}$$

$$I_R \cdot V_i \cdot \cos \varphi_{Ri} = I_o \cdot V_i \cdot \cos \varphi_{oi} + I_i \cdot V_i \cdot \cos \varphi_{ii} + I_d \cdot V_i \cdot \cos \varphi_{di}$$

$$I_R \cdot V_d \cdot \cos \varphi_{Rd} = I_o \cdot V_d \cdot \cos \varphi_{od} + I_i \cdot V_d \cdot \cos \varphi_{id} + I_d \cdot V_d \cdot \cos \varphi_{dd}$$

Die Ausdrücke  $V_o \cdot \cos \varphi_{R0}$ ,  $V_i \cdot \cos \varphi_{Ri}$  und  $V_d \cdot \cos \varphi_{Rd}$  sind nun ihrerseits die Projektionen der symmetrischen Spannungskomponenten auf die Richtung des Stromes  $I_R$ ; ihre Summe ist gleich der Projektion von  $V_R$  auf  $I_R$ , das heisst gleich  $V_R \cdot \cos \varphi_R$ . Folglich ergibt die Summe obiger drei Gleichungen die Phasenleistung  $P_R$ . Wenn man berücksichtigt, dass in allen drei Phasen die Nullkomponenten phasengleich sind, die Mitkomponenten der Phase S  $240^\circ$  und diejenigen der Phase T  $120^\circ$  Phasenverschiebung gegenüber denjenigen der Phase R besitzen, während für die Gegenkomponenten gilt, dass die Phasenverschiebung der Gegenkomponente in Phase S gegenüber R  $120^\circ$  und in Phase T  $240^\circ$  ist, kann man für die drei Phasenleistungen folgende Ausdrücke schreiben:

$$P_R = I_R \cdot V_R \cdot \cos \varphi_R = I_o \cdot V_o \cdot \cos \varphi_{o0} + I_d \cdot V_o \cdot \cos \varphi_{d0} + I_i \cdot V_o \cdot \cos \varphi_{i0} + I_o \cdot V_d \cdot \cos \varphi_{od} + I_d \cdot V_d \cdot \cos \varphi_{dd} + I_i \cdot V_d \cdot \cos \varphi_{id} + I_o \cdot V_i \cdot \cos \varphi_{oi} + I_d \cdot V_i \cdot \cos \varphi_{di} + I_i \cdot V_i \cdot \cos \varphi_{ii}$$

$$P_S = I_S \cdot V_S \cdot \cos \varphi_S = I_o \cdot V_o \cdot \cos \varphi_{o0} + I_d \cdot V_o \cdot \cos (\varphi_{d0} + 120^\circ) + I_i \cdot V_o \cdot \cos (\varphi_{i0} + 240^\circ) + I_o \cdot V_d \cdot \cos (\varphi_{od} + 240^\circ) + I_d \cdot V_d \cdot \cos \varphi_{dd} + I_i \cdot V_d \cdot \cos (\varphi_{id} + 120^\circ) + I_o \cdot V_i \cdot \cos (\varphi_{oi} + 240^\circ) + I_d \cdot V_i \cdot \cos (\varphi_{di} + 120^\circ) + I_i \cdot V_i \cdot \cos \varphi_{ii}$$

$$P_T = I_T \cdot V_T \cdot \cos \varphi_T = I_o \cdot V_o \cdot \cos \varphi_{o0} + I_d \cdot V_o \cdot \cos (\varphi_{d0} + 240^\circ) + I_i \cdot V_o \cdot \cos (\varphi_{i0} + 120^\circ) + I_o \cdot V_d \cdot \cos (\varphi_{od} + 120^\circ) + I_d \cdot V_d \cdot \cos \varphi_{dd} + I_i \cdot V_d \cdot \cos (\varphi_{id} + 240^\circ) + I_o \cdot V_i \cdot \cos (\varphi_{oi} + 120^\circ) + I_d \cdot V_i \cdot \cos (\varphi_{di} + 240^\circ) + I_i \cdot V_i \cdot \cos \varphi_{ii}$$

Wie man sieht, setzen sich die symmetrischen Komponentengleichungen der Phasenleistungen aus je neun Gliedern zusammen; die Glieder, welche Produkte gleichartiger symmetrischer Spannungs- und Stromkomponenten enthalten, sind in allen drei Gleichungen gleich; die  $\cos$ -Funktionen derjenigen Glieder der drei Gleichungen, welche hinsichtlich des Produktes Stromkomponente mal Spannungskomponente übereinstimmen, gehören zu Winkeln, welche untereinander je  $120^\circ$  abweichen; ihre Summe ist null. Addiert man daher die drei Phasenleistungen, so erhält man für die Dreiphasenleistung den Ausdruck:

$$\begin{aligned}
 P &= P_R + P_S + P_T \\
 &= 3 \cdot (I_o \cdot V_o \cdot \cos \varphi_{o_o} + I_d \cdot V_d \cdot \cos \varphi_{d_d} + I_i \cdot V_i \cdot \cos \varphi_{i_i}) \\
 &= P_o + P_d + P_i \quad (66)
 \end{aligned}$$

d. h. die Dreiphasenleistung ist die Summe aus Null-, Mit- und Gegenleistung.

Für Blindleistungsmesser lassen sich vollständig entsprechende Ausdrücke ableiten; es ergibt sich, dass man einfach die  $\cos$  der Winkel zwischen den jeweiligen symmetrischen Komponentenvektoren durch ihre  $\sin$  zu ersetzen hat.

Wattmetrische Organe der betrachteten Art sind in Fig. 18 a dargestellt. Verwendet man phasenweise Einzelelemente, so gelten für ihre Arbeitsweise die Ausdrücke (65); kuppelt man die drei Elemente derart, dass sich ihre Drehmomente addieren, so erhält man ein Wattorgan, welches nach Gl. (66) arbeitet.

Unter den wattmetrischen Organen, welche einzelne der Komponentenleistungen erfassen, besitzen nur die Nulleistungsmesser eine einfache Anschlußschaltung (Fig. 18 b). Ferner ist es möglich, mit Hilfe einfacher Wandler-schaltungen und nor-

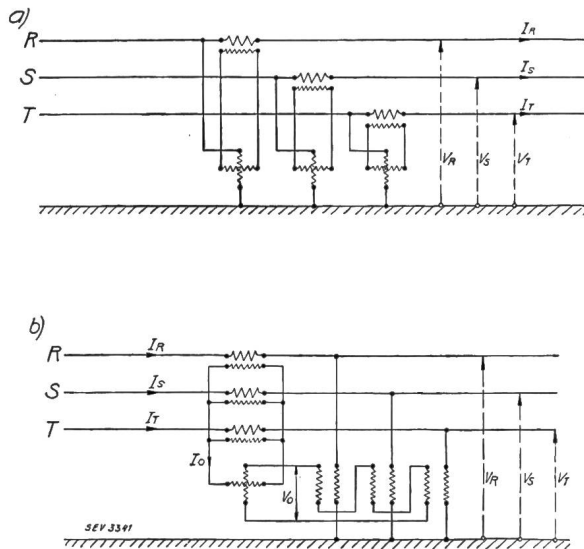


Fig. 18.

Schaltungen zur Leistungsmessung in einem Dreiphasennetz.  
 a Messung der Phasenleistungen.  
 b Messung der Nulleistung.

maler wattmetrischer Apparate die Summe von Mit- und Gegenleistung ( $P_d + P_i$ ) zu messen. Dazu eignen sich entweder gekoppelte Instrumente nach Fig. 18 a mit Spannungssystemen, welche an Spannungswandler mit isoliertem Nullpunkt angeschlossen sind, oder Zweiwattmeterorgane in sogenannter Aronschaltung.

Um Mit- oder Gegenleistungen für sich zu erfassen, hat man Leistungsmessorgane zu verwenden, welche über geeignete Filterschaltungen gespeist werden. Auf deren Einzelheiten soll im vorliegenden Zusammenhang nicht eingegangen werden.

Bei dreipoligen Kurzschlüssen als symmetrischen Vorgängen treten nur Mitsysteme in Erscheinung. Die Störungsstelle bildet einen Netzpunkt,

auf den die Energie von allen Einspeisestellen aus hinfließt. Alle Leistungsmesserarten, welche Mitleistungen erfassen, wie einzelne Phasenleistungsmesser, Leistungsmesser mit drei gekuppelten Phasenwattmetersystemen und Leistungsmesser in Aronschaltung weisen in diesem Falle auf die Störungsstelle hin.

Ueber das Verhalten der verschiedenen Leistungsmesserarten bei unsymmetrischen Störungen orientieren wir uns an Hand der aufgestellten Ersatzschaltbilder. Zunächst kann auf Grund der Fig. 12 bis 14 allgemein festgestellt werden, dass bei den Störungsarten mit einer Defektstelle stets an ihr die Energieeinspeisung in das Gegen- und Nullsystem des Netzes erfolgt; von ihr aus fließen Gegen- und Nulleistung nach den Maschinennullpunkten resp. den Erdungsstellen im Netz. Bezogen auf die positiven Richtungen, welche wir festgelegt haben, sind Gegen- und Nulleistungen negative Größen. Ihr Betrag ist an der Störungsstelle ein Maximum und erreicht an Maschinennullpunkten resp. Erdungsstellen den Wert Null. Ein Sonderfall hinsichtlich der Nulleistung liegt im Falle von gelöschten Netzen vor; die Ueberlegungen, welche wir über die Ladestromverhältnisse in Einphasennetzen angestellt haben, sind auf den vorliegenden Fall direkt übertragbar.

Im Gegensatz zu diesen Feststellungen kann über das Verhalten der Mitleistung bei unsymmetrischen Störungen keine allgemein gültige Aussage gemacht werden. Für einigermaßen schwere Störungen, d. h. für Störungen mit kleinen Werten der Störungs- und Erdungs impedanzen, kann allerdings angenommen werden, dass die Mitleistung stets von den Energiequellen nach der Störungsstelle hinfließt; eine Mitleistungsübertragung über die Störungsstelle hin wird bei einseitig gespeisten Störungen meistens stattfinden, bei beidseitig gespeisten Störungen jedoch nur dann, wenn die Summe der totalen Gegen- und Nulleistung des Netzes kleiner ist als eine der Mitleistungen, welche in die Störungsstelle einfließen.

Aus diesen Ueberlegungen folgt, dass bei unsymmetrischen Störungen mit einer Störungsstelle Gegenleistungsmesser im ganzen Netz, d. h. in Speise- und Lastkreisen, eindeutig von der Störungsstelle wegweisen. Gleiches gilt von Nulleistungsmessern bei Erdschlüssen und zweipoligen Kurzschlüssen mit Erdschluss; zu dieser Aussage muss immerhin bemerkt werden, dass dieses Verhalten der Nulleistungsmesser praktisch nur in Netzen mit satter oder niederohmiger Nullpunktserdung richtig ausgenützt werden kann; in Netzen mit isoliertem Nullpunkt und besonders in solchen mit Löschspulenerdung sind die nach der Störungsstelle hin orientierten Größen des Nulleistungssystems meist so schwach, dass sie nur schwer mit genügender Genauigkeit von den Größen der eigentlichen Energieübertragung getrennt werden können. Dies trifft auch auf die Vorgänge im Gegensystem bei einpoligem Erdschluss in solchen Netzen zu.



Aus unsern Ausführungen über das Verhalten der Mitleistung bei unsymmetrischen Störungen muss nicht geschlossen werden, dass reine Mitleistungsmesser und besonders die gebräuchlichen Leistungsmesser, welche die Summe von Mit- und Gegenleistung oder von Mit-, Gegen- und Nulleistung messen, für den Netzschutz in solchen Fällen unter allen Umständen unbrauchbar seien. Es gibt Selektivschutzsysteme, auf welche eine solche Schlussfolgerung zutrifft; bei andern jedoch können auch diese Apparate je nach Umständen vollwertige Dienste leisten.

Die Ueberlegungen, welche wir soeben durchgeführt haben, gelten ohne Einschränkung bei Doppelerdschluss für jene Netzteile, welche ausserhalb des eigentlichen Doppelerdschlussbereiches liegen; letzterer umfasst die Netzteile zwischen beiden Erdschlußstellen, in denen ein Erdschlußstrom auftritt. Um die Verhältnisse innerhalb desselben zu überblicken, stellen wir uns das Ersatzschaltbild für einen Doppelerdschluss in einem relativ komplizierten Netz vor; an Hand von Fig. 15 und den zugehörigen Angaben kann ein solches ohne weiteres gezeichnet werden. Man erkennt dann sofort, dass über die Leistungsverhältnisse weder im Mit- noch im Gegensystem allgemein gültige Aussagen gemacht werden können mit folgender Ausnahme: die gesamte Gegenleistung tritt an den beiden Defektstellen in das Gegenleistungssystem ein, ohne sich gleichmässig auf beide zu verteilen. Sie muss folglich mindestens von einer Erdschlußstelle aus auf dem gestörten Leitungsabschnitte nach beiden Seiten wegfliessen. Diese Feststellung ist für bestimmte Selektivschutzarten von Bedeutung. Im übrigen tritt keine eindeutige Orientierung von Mit- und Gegenleistung innerhalb des Doppelerdschlussbereiches nach den Störungsstellen in Erscheinung. Sie ist dagegen bei Netzen mit isoliertem Nullpunkt im Nullsystem vorhanden; dieses bildet eine Energieübertragung zwischen beiden Störungsstellen ohne Abzweigungen im Nebenstromkreise. Nulleistungsmesser weisen daher im Doppelerdschlussbereich eindeutig von einer Erdschlußstelle zur andern hin, und zwar stets von der Erdschlußstelle der voreilenden (S) zu derjenigen der nacheilenden (T) Phase. Für den Doppelerdschlusschutz hat man somit in erster Linie die Verwendung von Nulleistungsmessern ins Auge zu fassen, dann auch von Gegenleistungsmessern, eventuell von Kombinationen beider.

### c) Impedanzmessungen.

Der sogenannte Distanzschutz baut sich auf Impedanzmessungen auf. Schutztechnisch bieten nur jene Verhältnisse Spannung durch Strom ein Interesse, welche an der Störungsstelle ein ausgesprochenes Minimum besitzen, womöglich sogar null sind und mit der Entfernung davon deutlich anwachsen. Praktisch bedeutet dies, dass man zur Impedanzmessung Spannungen herbeiziehen muss, welche das von der Impedanz verlangte Verhalten an der Störungsstelle und längs der Leitungen aufweisen.

Durchgehen wir unsere Untersuchungen über die Spannungs- und Stromverhältnisse in gestörten Netzen im Hinblick auf diese Forderung, so können wir folgendes feststellen.

Bei dreipoligem Kurzschluss brechen alle Spannungen an der Defektstelle praktisch vollständig zusammen. Misst man in beliebiger Entfernung von ihr auf der gestörten Leitung das Verhältnis Phasenspannung durch Phasenstrom, so erhält man eine Grösse, welche die Summe aus Mitimpedanz der Strecke bis zur Defektstelle und resultierender Störungsimpedanz enthält. Will man diese im wesentlichen Ohmsche Grösse aus dem Resultat entfernen, so ist es zweckmässig, nur die reaktive Komponente der Phasenspannung mit dem Phasenstrom in Beziehung zu setzen; die gemessene Grösse stellt dann die Mitreaktanz der Strecke dar. Gleiche oder entsprechende Ergebnisse erhält man, wenn man verkettete Spannung und verketteten Strom, resp. verkettete Spannung und Phasenstrom zur Impedanz- oder Reaktanzmessung verwendet.

Für den Impedanzschutz gegen zweipolige Kurzschlüsse eignet sich nur die verkettete Spannung zwischen den betroffenen Phasen. Setzt man sie resp. ihre reaktive Komponente mit dem verketteten Strom dieser Phasen in Beziehung, so misst ein Impedanzmeter auf der gestörten Leitung wieder die Mitimpedanz resp. Mitreaktanz der Strecke zwischen Mess- und Störungsstelle. Brauchbare Ergebnisse erhält man auch von Impedanzmessern, welche mit verketteter Spannung und Phasenstrom gespeist werden.

Bei Erdschluss bricht die Spannung der defekten Phase gegen Erde an der Erdschlußstelle zusammen. Von den übrigen messbaren Spannungen und ihren symmetrischen Komponenten erfüllt sonst keine diese Bedingung. Aus Gl. (55) geht hervor, dass das Verhältnis von Spannung der defekten Phase gegen Erde zu ihrem Phasenstrom besonders bei satterm Erdschluss eine distanzgetreue Impedanz ergibt; deren Grösse hängt jedoch etwas vom Verhältnis Phasenstrom zu Nullstrom, d. h. von den Betriebsverhältnissen ab.

Im zweipoligen Kurzschluss mit Erdschluss gehen sowohl die Spannungen der defekten Phasen gegen Erde, als auch die verkettete Spannung zwischen ihnen auf kleine Werte zurück. Gl. (57) zeigt, dass sich besonders das Verhältnis verkettete Spannung durch verketteten Strom in diesem Falle für den Distanzschutz eignet; wie beim isolierten zweipoligen Kurzschluss entspricht es der Mitimpedanz oder bei entsprechender Schaltung des Instrumentes der Mitreaktanz der Strecke Meßstelle-Kurzschußstelle. Aber auch die Verhältnisse «Spannung der Störungsphasen gegen Erde zu ihren Phasenströmen» und «verkettete Spannung zu Phasenströmen» sind distanztreue, schutztechnisch brauchbare Grössen.

Für den Distanzschutz bei Doppelerdschlüssen kommen im Netzbereich zwischen den Erdschlußstellen ausschliesslich Impedanzmesser in Frage, in welchen die Spannung einer erdgeschlossenen

Phase gegen Erde zu ihrem Phasenstrom in Beziehung gesetzt wird. Wie aus den Gl. (63) hervorgeht, sind diese Verhältnissgrößen distanztreu. Ausserhalb der unmittelbaren Verbindung zwischen den beiden Erdschlußstellen gleichen die Spannungs- und Stromverhältnisse bei Doppelerdschluss denjenigen bei zweipoligem Kurzschluss mit Erdschluss; für den Distanzschutz in diesem Netzbe- reich eignen sich daher die gleichen Kombinationen von Spannungen und Strömen wie bei jener Störungsart.

Ein Distanzschutz, welcher sämtliche Störungsarten erfasst, ist somit durchführbar.

Wir möchten diesen Teil unserer Untersuchung nicht abschliessen, ohne darauf hinzuweisen, dass über das Rechnen mit symmetrischen Komponenten und besonders über Anwendungen dieser Methode auf konkrete Fälle bereits eine umfangreiche Literatur vorhanden ist. Aus ihr erwähnen wir folgende Arbeiten:

- C. F. Wagner und R. A. Evans, Symmetrical components, Electric Journal; March, April, June, July 1928; September, December 1929; April, May, October, November 1931.
- G. Oberdorfer, Das Rechnen mit symmetrischen Komponenten, Verlag B. G. Teubner, 1929.

Die ersterwähnte Arbeit kennt bereits die einphasigen Ersatzschaltbilder für die verschiedenen Störungsformen mit Ausnahme desjenigen für den Doppelerdschluss.

## Anhang II.

### Die «symmetrischen» Impedanzen der Elemente eines Dreiphasennetzes.

#### a) Die «symmetrischen» Leitungsimpedanzen.

Wir betrachten wieder Fig. 7, denken uns jedoch einen dritten Leiter, Phase T, zugefügt, welcher an der Stelle A mit den beiden andern kurzgeschlossen und geerdet wird. Jeder Phasenstrom fliesse durch seinen Phasenleiter nach A und von dort durch die Erde zurück. In der Entfernung  $d$  von A liege die Meßstelle B; die Spannungen, welche dort gemessen werden, sind ein Mass für die Spannungsabfälle in der Strecke B—A.

Wir bezeichnen wieder die Eigenimpedanz einer Schleife «Phasenleiter—Erde» mit  $z_E$  und die sogenannte induzierte oder gegenseitige Impedanz zweier nebeneinander liegender derartiger Schleifen mit  $z_m$ . Für eine beliebige unsymmetrische Belastung der betrachteten Leitung können wir dann folgende Gleichungsgruppe schreiben:

$$\begin{aligned} V_{RB} &= (I_R \cdot z_E + I_S \cdot z_m + I_T \cdot z_m) \cdot d \\ V_{SB} &= (I_R \cdot z_m + I_S \cdot z_E + I_T \cdot z_m) \cdot d \\ V_{TB} &= (I_R \cdot z_m + I_S \cdot z_m + I_T \cdot z_E) \cdot d \end{aligned} \quad (67)$$

Ihre Zerlegung in symmetrische Komponenten ergibt:

$$\begin{aligned} V_{0B} &= \frac{1}{3} (I_R + I_S + I_T) \cdot d \cdot (z_E + 2 \cdot z_m) = I_0 \cdot d \cdot z_0 \\ V_{dB} &= \frac{1}{3} (I_R + a \cdot I_S + a^2 \cdot I_T) \cdot d \cdot (z_E - z_m) = I_d \cdot d \cdot z_d \\ V_{iB} &= \frac{1}{3} (I_R + a^2 \cdot I_S + a \cdot I_T) \cdot d \cdot (z_E - z_m) = I_i \cdot d \cdot z_i \end{aligned} \quad (68)$$

Wie man sieht, erhält man so analog zu den Einphasensystemen eindeutige Beziehungen zwischen «symmetrischen»

Impedanzen einerseits und Eigenimpedanz resp. induzierter Impedanz der Schleifen «Phasenleiter—Erde» andererseits. Es gilt für Dreiphasensysteme:

$$\begin{aligned} z_0 &= (z_E + 2 \cdot z_m) \quad \text{und} \\ z_d &= z_i = z = (z_E - z_m) \end{aligned}$$

Aus Gleichungsgruppe (68) bestimmen wir die Spannungen gegen Erde an der Meßstelle B als Summe ihrer symmetrischen Komponenten wie folgt:

$$\begin{aligned} V_{RB} &= d \cdot (I_0 \cdot z_0 + I_d \cdot z + I_i \cdot z) \\ V_{SB} &= d \cdot (I_0 \cdot z_0 + a^2 \cdot I_d \cdot z + a \cdot I_i \cdot z) \\ V_{TB} &= d \cdot (I_0 \cdot z_0 + a \cdot I_d \cdot z + a^2 \cdot I_i \cdot z) \end{aligned} \quad (69)$$

Verzichten wir nun auf die Annahme des dreipoligen Kurzschlusses und der gemeinsamen Erdung an der Stelle A der betrachteten Leitung, nehmen wir vielmehr an, dass dort die Spannungen gegen Erde ein beliebiges dreiphasiges System miteinander bilden, so erhält Gleichungsgruppe (67) die Gestalt:

$$\begin{aligned} V_{RB} &= V_{RA} + d \cdot (I_R \cdot z_E + I_S \cdot z_m + I_T \cdot z_m) \\ V_{SB} &= V_{SA} + d \cdot (I_R \cdot z_m + I_S \cdot z_E + I_T \cdot z_m) \\ V_{TB} &= V_{TA} + d \cdot (I_R \cdot z_m + I_S \cdot z_m + I_T \cdot z_E) \end{aligned}$$

Führt man in diese Gleichungen die symmetrischen Spannungs- und Stromkomponenten ein, so gelangt man unschwer zu folgender Gleichungsgruppe für die symmetrischen Komponenten der Spannungsabfälle zwischen B und A:

$$\begin{aligned} e_{0AB} &= V_{0B} - V_{0A} = I_0 \cdot d \cdot z_0 \\ e_{dAB} &= V_{dB} - V_{dA} = I_d \cdot d \cdot z \\ e_{iAB} &= V_{iB} - V_{iA} = I_i \cdot d \cdot z \end{aligned} \quad (70)$$

Aus diesen Komponenten kann der Spannungsabfall in jeder Phase nach den angegebenen Regeln zusammengesetzt werden.

Die symmetrischen Spannungsabfallkomponenten selber sind jeweils gleich der Differenz zwischen den entsprechenden Spannungskomponenten an beiden Enden des betrachteten Leitungsabschnittes und gleich dem Produkt der gleichartigen Komponente der Phasenströme in ihm mit der zugehörigen «symmetrischen» Leitungsimpedanz. Die Uebertragung dieser Regel auf beliebige Kombinationen von Leitungen ergibt sich von selbst.

#### b) Die «symmetrischen» Transformatorimpedanzen.

Auf Grund der Ergebnisse unserer Untersuchung über den unsymmetrisch belasteten Einphasentransformator wenden wir uns sofort der Betrachtung eines Dreiphasentransformators mit zwei Arbeitswicklungen in Sternschaltung, beidseitiger Nullpunktserdung, einer Ausgleichswicklung, d. h. einer geschlossenen Dreieckwicklung und einem eisen- geschlossenen magnetischen Rückschluss zwischen den Jochen zu. Fig. 19 stellt einen solchen Transformator bei beliebiger

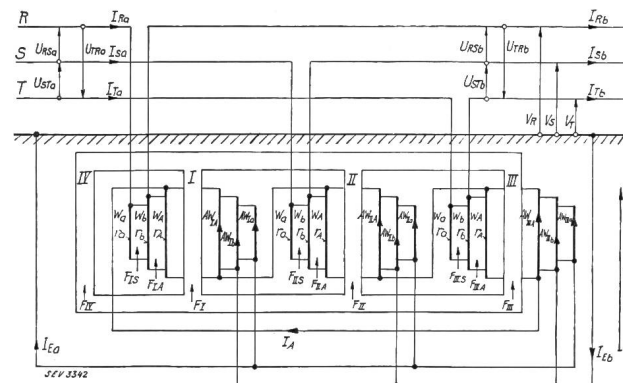


Fig. 19.

Der unsymmetrisch belastete Dreiphasentransformator mit beidseitiger Nullpunktserdung, Dreieckwicklung und magnetischem Rückschluss.



unsymmetrischer Belastung dar. In Uebereinstimmung mit der Bezeichnungsweise, welche wir bei der Untersuchung des Einphasentransformators angewendet haben, markieren wir die Transformatorsäule mit I—IV. Die Bezeichnungsgrößen für Spannungen, Ströme, Impedanzen und Windungszahlen erhalten Indices, welche ihre Zugehörigkeit zu einem der drei Wicklungssysteme kennzeichnen; dabei bedeutet Index a Primärwicklung, b Sekundärwicklung und A Ausgleichwicklung. Magnetische Flüsse werden mit  $F$  bezeichnet, welchem ein oder zwei Indices beigefügt werden; ein erster Index gibt die Transformatorsäule an, zu der ein Flux gehört, während ein Zusatzindex A den Streuflux zwischen Ausgleichs- und Sekundärwicklung sowie ein Zusatzindex S denjenigen zwischen Sekundär- und Primärwicklung kennzeichnet.  $F_{IV}$  ist der Jochstreufluss, d. h. ein Streuflux, welcher bei magnetischer Spannungsdifferenz zwischen den Jochen allgemein im Raum ausserhalb der Wicklungen in Erscheinung tritt und im betrachteten Falle vornehmlich dem magnetischen Rückschluss folgt. Als weitere im folgenden verwendete Bezeichnungen, welche jedoch in die Figur nicht eingetragen wurden, sind zu erwähnen:  $E$  mit entsprechenden Indices für die induzierten Spannungen der verschiedenen Wicklungen,  $R_j$  für den magnetischen Widerstand, welchen der Jochstreufluss im äusseren Streuraum findet,  $R_s$  für den magnetischen Widerstand des Streuraumes auf jeder bewickelten Säule zwischen Primär- und Sekundärwicklung und  $R_A$  entsprechend für den Streuraum zwischen Sekundär- und Ausgleichwicklung.

Um nicht zu unübersichtliche Beziehungen zu erhalten, vernachlässigen wir den magnetischen Widerstand eisengeschlossener magnetischer Kreise.

Wir notieren zunächst die  $AW$ -Gleichungen der drei magnetischen Kreise durch magnetischen Rückschluss und je eine der bewickelten Säulen; dabei lösen wir die Ströme gerade in ihre symmetrischen Komponenten auf:

$$\begin{aligned}
 AW_I &= -(I_{0a} + I_{da} + I_{ia}) \cdot w_a \\
 &\quad + (I_{0b} + I_{db} + I_{ib}) \cdot w_b - I_A \cdot w_A = 0 \\
 AW_{II} &= -(I_{0a} + a^2 \cdot I_{db} + a \cdot I_{ia}) \cdot w_a \\
 &\quad + (I_{0b} + a^2 \cdot I_{db} + a \cdot I_{ib}) \cdot w_b - I_A \cdot w_A = 0 \\
 AW_{III} &= -(I_{0a} + a \cdot I_{da} + a^2 \cdot I_{ia}) \cdot w_a \\
 &\quad + (I_{0b} + a \cdot I_{db} + a^2 \cdot I_{ib}) \cdot w_b - I_A \cdot w_A = 0
 \end{aligned}$$

Summiert man die drei Gleichungen, so folgt:

$$I_{0b} \cdot w_b = I_{0a} \cdot w_a + I_A \cdot w_A \tag{71}$$

Setzt man diese Beziehung in die Gleichungen ein, so erhält man:

$$\begin{aligned}
 (I_{da} + I_{ia}) \cdot w_a &= (I_{db} + I_{ib}) \cdot w_b \\
 (a^2 \cdot I_{da} + a \cdot I_{ia}) \cdot w_a &= (a^2 \cdot I_{db} + a \cdot I_{ib}) \cdot w_b \\
 (a \cdot I_{da} + a^2 \cdot I_{ia}) \cdot w_a &= (a \cdot I_{db} + a^2 \cdot I_{ib}) \cdot w_b
 \end{aligned}$$

und daraus:

$$\begin{aligned}
 I_{da} \cdot w_a &= I_{db} \cdot w_b \\
 I_{ia} \cdot w_a &= I_{ib} \cdot w_b
 \end{aligned}$$

denn nur Drehsysteme mit gleichem Drehsinn können in einem Transformator zueinander in Beziehung treten.

Wir gehen über zu den Fluxgleichungen und schreiben:

$$-F_{IS} \cdot R_S = I_{Rb} \cdot w_b - I_A \cdot w_A = I_{Ra} \cdot w_a$$

Aus dieser Gleichung und zwei entsprechenden für die andern beiden Säulen folgt:

$$\begin{aligned}
 F_{IS} &= -I_{Ra} \cdot \frac{w_a}{R_S} \\
 F_{IIS} &= -I_{Sa} \cdot \frac{w_a}{R_S} \\
 F_{IIIS} &= -I_{Ta} \cdot \frac{w_a}{R_S}
 \end{aligned}$$

Ferner erhält man für die drei Säulen:

$$-I_A \cdot w_A = -F_{IA} \cdot R_A = -F_{IIA} \cdot R_A = -F_{IIIA} \cdot R_A$$

und daraus:

$$F_{IA} = F_{IIA} = F_{IIIA} = I_A \cdot \frac{w_A}{R_A}$$

Für die induzierten Spannungen gelten folgende Beziehungen:

$$\begin{aligned}
 E_{Ra} &= -j \cdot K \cdot (F_I + F_{IA} + F_{IS}) \cdot w_a = V_{Ra} - I_{Rb} \cdot r_a \\
 E_{Rb} &= -j \cdot K \cdot (F_I + F_{IA} + F_{IA}) \cdot w_b = V_{Rb} + I_{Rb} \cdot r_b \\
 E_{Sa} &= -j \cdot K \cdot (F_{II} + F_{IIA} + F_{IIS}) \cdot w_a = V_{Sa} - I_{Sa} \cdot r_a \\
 E_{Sb} &= -j \cdot K \cdot (F_{II} + F_{IIA}) \cdot w_b = V_{Sb} + I_{Sb} \cdot r_b \tag{72} \\
 E_{Ta} &= -j \cdot K \cdot (F_{III} + F_{IIIA} + F_{IIIS}) \cdot w_a = V_{Ta} - I_{Ta} \cdot r_a \\
 E_{Tb} &= -j \cdot K \cdot (F_{III} + F_{IIIA}) \cdot w_b = V_{Tb} + I_{Tb} \cdot r_b \\
 &\quad -j \cdot K \cdot (F_I + F_{II} + F_{III}) \cdot w_A = -3 \cdot I_A \cdot r_A
 \end{aligned}$$

In diesen Gleichungen bedeutet  $K$  eine Konstante, welche das Produkt einer Masskonstanten und der Kreisfrequenz umfasst. Aus ihnen folgt zunächst:

$$\begin{aligned}
 E_{Ra} - E_{Rb} \cdot \frac{w_a}{w_b} &= I_{Ra} \cdot j \cdot \frac{K \cdot w_a^2}{R_S} = I_{Ra} \cdot j \cdot X_T \\
 E_{Sa} - E_{Sb} \cdot \frac{w_a}{w_b} &= I_{Sa} \cdot j \cdot X_T \tag{73} \\
 E_{Ta} - E_{Tb} \cdot \frac{w_a}{w_b} &= I_{Ta} \cdot j \cdot X_T
 \end{aligned}$$

Addiert man die drei Gleichungen, so erhält man:

$$E_{0b} = (E_{0a} - I_{0a} \cdot j \cdot X_T) \cdot \frac{w_b}{w_a}$$

Darin setzen wir:  $E_{0a} = -I_{0a} \cdot (Z_{0a} + r_a)$ ,

und können daher schreiben:

$$E_{0b} = -I_{0a} \cdot (Z_{0a} + r_a + j \cdot X_T) \cdot \frac{w_b}{w_a}$$

Ferner können wir aus den Gleichungen für die sekundären induzierten Spannungen ableiten:

$$-j \cdot K \cdot F_I = \frac{E_{Rb}}{w_b} + j \cdot K \cdot F_{IA} = \frac{E_{Rb}}{w_b} + I_A \cdot \frac{w_A}{R_A}$$

ebenso entsprechende Beziehungen für  $(-j \cdot K \cdot F_{II})$  und  $(-j \cdot K \cdot F_{III})$ ; deren Summe ergibt:

$$\begin{aligned}
 \frac{-j \cdot K \cdot (F_I + F_{II} + F_{III})}{3} &= E_{0b} \cdot \frac{w_A}{w_b} + I_A \cdot j \cdot \frac{K \cdot w_A^2}{R_A} \\
 &= -I_A \cdot r_A
 \end{aligned}$$

oder 
$$E_{0b} = I_A \cdot (r_A + j \cdot X_A) \cdot \frac{w_b}{w_A}$$

Aus der Gegenüberstellung der beiden Gleichungen für  $E_{0b}$  und der Beziehung (71) kann man ohne weiteres schliessen, dass in voller Analogie zum Einphasentransformator mit Ausgleichwicklung und beidseitiger Nullpunktterdung das primäre Nullsystem mit der Impedanz  $(Z_{0a} + r_a)$  und die Ausgleichwicklung von der Sekundärseite aus betrachtet als parallelgeschaltete Nullsysteme zu gelten haben. Ihre resultierende Impedanz ist:

$$\begin{aligned}
 E_{0b} &= -I_{0b} \cdot \tag{74} \\
 &\quad \frac{(r_a + j \cdot X_T + Z_{0a}) \cdot \left(\frac{w_b}{w_a}\right)^2 \cdot (r_a + j \cdot X_A) \cdot \left(\frac{w_b}{w_a}\right)^2}{(r_a + j \cdot X_T + Z_{0a}) \cdot \left(\frac{w_b}{w_a}\right)^2 + (r_a + j \cdot X_A) \cdot \left(\frac{w_b}{w_a}\right)^2}
 \end{aligned}$$

Vereinfacht man diese Gleichung durch Gleichsetzung der Windungszahlen  $w_a$ ,  $w_b$  und  $w_A$  und addiert man dazu den

Ohmschen Spannungsabfall des sekundären Nullstromes in der Sekundärwicklung, so erhält man genau Gleichung (39), welche für die Nullimpedanz eines Einphasentransformators abgeleitet wurde. Die Schlussfolgerungen, welche daraus für die Nullimpedanz verschiedener Transformatorenschaltungen gezogen wurden, sind somit direkt auf den Dreiphasentransformator übertragbar.

Von diesen wiederholen wir hier nur die Gleichung, welche für den dreieck-sterngeschalteten Transformator mit Nullpunktserdung gilt.  $Z_{0a}$  wird in diesem Falle unendlich,  $r_A$  und  $X_A$  fallen mit  $r_a$  und  $X_T$  zusammen; es folgt daher:

$$V_{0b} = -I_{0b} \cdot \left[ r_b + (r_a + j \cdot X_T) \cdot \left( \frac{w_b}{w_a} \right)^2 \right] = -I_{0b} \cdot Z_T \tag{75}$$

Wir greifen zurück auf die Gleichungsgruppen (72) und (73); zerlegt man Spannungs- und Stromglieder in ihre symmetrischen Komponenten, so findet man unschwer für die Spannungsabfälle im Mit- und im Gegensystem die Ausdrücke:

$$V_{db} = V_{da} \cdot \frac{w_b}{w_a} - I_{db} \cdot \left[ (r_a + j \cdot X_T) \cdot \left( \frac{w_b}{w_a} \right)^2 + r_b \right] = V_{da} \cdot \frac{w_b}{w_a} - I_{db} \cdot Z_T \tag{76}$$

$$V_{ib} = V_{ia} \cdot \frac{w_b}{w_a} - I_{ib} \cdot Z_T$$

Man erkennt somit, dass die allgemeine Regel für die Beziehungen zwischen gleichartigen symmetrischen Komponenten der Spannungen, Spannungsabfälle und Ströme auch für Transformatoren gilt.

Da dreieck-sterngeschaltete Transformatoren grosse praktische Bedeutung besitzen, seien schliesslich noch die Beziehungen abgeleitet, welche zwischen den symmetrischen Komponenten der Spannungen und Ströme zu beiden Seiten eines solchen Transformators gelten. Wir machen dabei die Voraussetzung, dass das Uebersetzungsverhältnis des betrach-

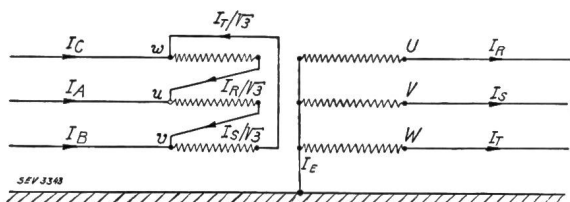


Fig. 20.

Der dreieck-sterngeschaltete Dreiphasentransformator mit Nullpunktserdung der Sternseite.

teten Transformators 1 : 1 sei, dass somit das Windungszahlenverhältnis pro Transformatorenschenkel  $\sqrt{3} : 1$  betrage, und dass seine Schaltung der Schaltgruppe C<sub>2</sub> des VDE entspreche; siehe Fig. 20.

Für die Ströme können wir hinschreiben:

$$I_A = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot (I_S - I_R)$$

$$I_B = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot (I_T - I_S)$$

$$I_C = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot (I_R - I_T)$$

Wählen wir als Bezugsphase auf der Primärseite die Phase A und auf der Sekundärseite R, verwenden wir ferner zur Kennzeichnung der Vektoren auf beiden Wicklungsseiten wieder die Indices a und b, so können wir folgende Gleichungen für die beiderseitigen symmetrischen Komponenten ableiten:

$$I_{0a} = 0$$

$$I_{da} = \frac{1}{3 \cdot \sqrt{3}} \cdot \left[ (I_S - I_R) + a \cdot (I_T - I_S) + a^2 \cdot (I_R - I_T) \right] = \frac{1}{3 \cdot \sqrt{3}} \cdot \left[ I_{0b} + a^2 \cdot I_{db} + a \cdot I_{ib} - I_{0b} - I_{db} - I_{ib} + a \cdot I_{0b} + a^2 \cdot I_{db} + I_{ib} - a \cdot I_{0b} - I_{db} - a^2 \cdot I_{ib} + a^2 \cdot I_{0b} + a^2 \cdot I_{db} + a^2 \cdot I_{ib} - a^2 \cdot I_{0b} - I_{db} - a \cdot I_{ib} \right] = \frac{(a^2 - 1)}{\sqrt{3}} \cdot I_{db}$$

$$I_{ia} = \frac{(a - 1)}{\sqrt{3}} \cdot I_{ib} \tag{77}$$

In einem dreieck-sterngeschalteten Transformator mit sternseitig geerdetem Nullpunkt wird somit bei beliebiger Belastung das Nullsystem der sekundärseitigen Ströme nicht auf die Primärseite übertragen; gehört der Transformator zu der Schaltgruppe C<sub>2</sub> nach VDE, so wird das sekundärseitige Mitsystem der Ströme zum primärseitigen Mitsystem mit einer Drehung von  $(180^\circ + 30^\circ)$  und das Gegensystem der Sekundärseite zum primärseitigen Gegensystem mit einer Drehung von  $(180^\circ - 30^\circ)$ .

Als Ausgangsgleichungen für die Bestimmung der Beziehungen zwischen den beiderseitigen Klemmenspannungen notieren wir:

$$U_{CA} = \sqrt{3} \cdot (V_R + I_R \cdot Z_T)$$

$$U_{AB} = \sqrt{3} \cdot (V_S + I_S \cdot Z_T)$$

$$U_{BC} = \sqrt{3} \cdot (V_T + I_T \cdot Z_T)$$

Zerlegt man beide Seiten in ihre symmetrischen Komponenten mit gleichen Bezugsphasen wie oben und ordnet man das Ergebnis nach den symmetrischen Komponenten der Primärseite, so erhält man:

$$U_{0a} = 0$$

$$U_{da} = \frac{(a^2 - 1)}{\sqrt{3}} \cdot (V_{db} + I_{db} \cdot Z_T) \tag{78}$$

$$U_{ia} = \frac{(a - 1)}{\sqrt{3}} \cdot (V_{ib} + I_{ib} \cdot Z_T)$$

In einem dreieck-sterngeschalteten Transformator bestehen somit zwischen den symmetrischen Komponenten der primären und sekundären Phasenspannungen genau gleiche Beziehungen, wie zwischen den entsprechenden symmetrischen Komponenten der Ströme. (Fortsetzung folgt.)

## Technische Mitteilungen. — Communications de nature technique.

### Ein neuer Erdplatten-Widerstandsmesser.

621.317.734; 621.316.995

Das Bedürfnis für einen einfachen, leichten und trotzdem soliden und zuverlässigen Erdplatten-Widerstandsmesser veranlasste die Firma Trüb, Täuber & Cie., einen neuen Apparat zu entwickeln, bei dem in einer einzigen Messung die Messwerte direkt abgelesen werden können. Es wurde eine Nullmethode gewählt, um die Messung von der Dreh-

zahl des Induktors in weiten Grenzen unabhängig zu machen. Fig. 2 erläutert im Prinzip die Arbeitsweise (Kompensationsmethode). Ein Induktor J für Wechselstrom schickt durch eine Hilfssonde II, den Erdboden, die zu prüfende Erdplatte X und einen Stromwandler  $Tr$  1 : 1 einen Wechselstrom. Im Sekundärkreis des Stromwandlers entsteht ein ebenso grosser Strom, welcher im Widerstand R einen Spannungsabfall erzeugt. Eine Hilfssonde I ist mit dem Schleifkontakt des geichteten Widerstandes R über einen mit dem Induktor syn-