

Zeitschrift: Bulletin de l'Association suisse des électriciens
Herausgeber: Association suisse des électriciens
Band: 26 (1935)
Heft: 10

Artikel: Zweispulenwicklung für Gleichstromschütze
Autor: Edler, Robert
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-1058452>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 25.12.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Zweispulenwicklung für Gleichstromschütze.

Von Robert Edler, Wien *).

621.318.3 : 621.316.572

Gleichstrom-Elektromagnete können zur Erhöhung der beim Anheben des Ankers wirksamen Durchflutung (Ampèrewindungen) mit einer Hauptwicklung und mit einer konzentrisch darübergewickelten Zusatzwicklung ausgerüstet werden. Die Hauptwicklung I wirkt beim Anheben des Ankers allein und ist dabei mit erhöhter Stromstärke nur kurzzeitig belastet; die während des Anhebens kurzgeschlossene Zusatzwicklung II wird kurz vor dem Hubende des Ankers durch Oeffnung eines Sparschalters S eingeschaltet, so dass beim Festhalten des Ankers beide Wicklungen I und II in Reihenschaltung bei wesentlich verminderter Stromstärke wirken; dieser Zustand entspricht der Dauerbelastung, wobei die Kühlfläche der Spule massgebend ist, was eingehend nachgewiesen wird. Für die Zusatzspule empfiehlt sich ein Draht mit geringerer Leitfähigkeit (Messing, Nickel in o. dgl.). In der Arbeit wird ein einfacher Berechnungsweg entwickelt, der mit Hilfe der «Drahtfunktionen» unmittelbar zur Bestimmung des Drahtdurchmessers und der Spulenabmessungen führt. Beispiele erläutern die Anwendung der abgeleiteten Berechnungs-Gleichungen und der dabei zweckmässig anwendbaren Kurven-Schaubilder.

Pour augmenter les ampères-tours effectifs lors de l'attraction de l'armature, on peut munir les électro-aimants à courant continu d'un enroulement principal et d'un enroulement auxiliaire concentrique au premier. Lors de l'attraction de l'armature, l'enroulement principal I entre seul en fonction, et est à ce moment parcouru par un courant plus fort de courte durée; peu avant la fin de la course, l'enroulement auxiliaire II, court-circuité au début, est inséré à l'aide d'un contact S en série dans le circuit, de sorte que, pour maintenir l'armature attirée, les deux enroulements en série sont parcourus par un courant beaucoup moins fort; cet état correspond au régime permanent, pour lequel la surface de refroidissement de la bobine joue le rôle principal, ce que l'auteur démontre. Pour l'enroulement auxiliaire, on utilise avantageusement un fil de faible conductibilité (laiton, nickeline, etc.). L'auteur développe une méthode de calcul simple qui, à l'aide de «fonctions de fils» permet de déterminer immédiatement le diamètre du fil et les dimensions des bobines. Des exemples servent à expliquer l'application des équations de calcul et des diagrammes pratiques établis à cet effet.

I. Einleitung.

Gleichstrom-Elektromagnete erfordern zum Anheben des Ankers (also bei grösserem Luftspalt δ) eine grössere Durchflutung (X_1 AW), als zum Festhalten (für $\delta = \sim 0$), wozu die Durchflutung X_2 genügt; es ist

$$X_1 = m \cdot X_2 \quad (m > 1) \quad (1)$$

X_1 wirkt kurzzeitig, X_2 aber dauernd, wenn der Anker ohne mechanische Verklüftung magnetisch festgehalten werden soll.

Die Verringerung der Durchflutung von X_1 auf X_2 kann durch einen beim Anheben kurzgeschlossenen Vorwiderstand besorgt werden, der beim Festhalten eingeschaltet wird.

Man kann aber auch die Wicklung aus zwei Teilen herstellen: I (w_1 Windungen, R_1 Ohm) und II (w_2 Windungen, R_2 Ohm) (Fig. 1).

Der Schalter S öffnet den Kurzschluss der Wicklung II erst kurz vor dem Hubende; er soll als

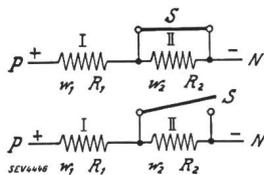


Fig. 1.

I Hauptwicklung
II Zusatzwicklung.
S Sparschalter.

Springenschalter (Kippschalter mit Leerweg) ausgebildet werden, um das sogenannte «Pumpen» zu vermeiden.

X_1 und X_2 können als bekannt angesehen werden; man kann durch zwei Versuche mit einer Probewicklung die Mindestwerte X_{01} und X_{02} bestimmen; wählt man für die Ausführung eine entsprechende Stromsicherheit s (etwa 1,5), um erhöhte Bewegungswiderstände und Netzspannungsschwankungen zu kompensieren, so wird:

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= s_1 \cdot X_{01} \\ X_2 &= s_2 \cdot X_{02} \end{aligned} \right\} s \approx 1,5 \quad (2)$$

*) Eingegangen am 8. Dez. 1933.

Die Netzspannung U Volt sei konstant; dann ist: für die Wicklung I:

$$X_1 = I_1 \cdot w_1 = \frac{U}{R_1} \cdot w_1 = \frac{U \cdot \kappa_1 \cdot q_1}{l_1} \quad (3)$$

für die Wicklung I + II:

$$X_2 = I_2 \cdot (w_1 + w_2) = \frac{U}{R_1 + R_2} \cdot (w_1 + w_2)$$

$$X_2 \cdot \left(\frac{w_1 \cdot l_1}{\kappa_1 \cdot q_1} + \frac{w_2 \cdot l_2}{\kappa_2 \cdot q_2} \right) = U \cdot (w_1 + w_2) \quad (4)$$

Bei der Spulenordnung Fig. 2 sind die mittleren Windungslängen l_1 und l_2 gleich gross.

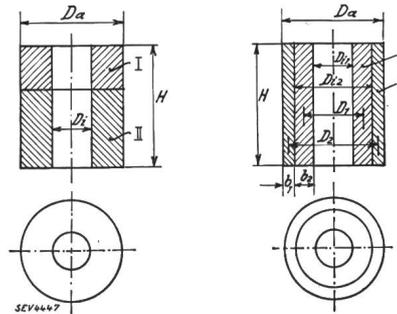


Fig. 2.

Fig. 3.

Bei der Spulenordnung Fig. 3, die für die Ausführung bequemer ist, wird $l_2 > l_1$.

Allgemein ist daher

$$l_2 = \lambda \cdot l_1 \quad (\lambda \geq 1) \quad (5)$$

Die Grösse des Drahtquerschnittes in den beiden Spulenteilen ist noch unbekannt; jedenfalls ist aber

$$q_2 = \beta \cdot q_1 \quad (\beta \geq 1) \quad (6)$$

Was nun das Drahtmaterial und damit die Leitfähigkeit κ_1 und κ_2 betrifft, so liegt es zunächst nahe, für beide Spulenteile Kupferdraht ($\kappa_1 = \kappa_2 = \kappa = 48 \cdot 10^4$ Siemens pro cm^2 pro cm, warm) anzu-

nehmen; es wird sich aber zeigen, dass sich für die Wicklung II ein Drahtmaterial mit geringerer Leitfähigkeit empfiehlt; wir setzen daher:

$$\kappa_2 = x \cdot \kappa_1 \quad (x \geq 1) \quad (7)$$

Zusatz. Für $l_1 = l_2$ $q_1 = q_2$ $\kappa_1 = \kappa_2$ wird aus den Gl. (4) und (3):

$$X_2 \cdot (w_1 + w_2) \cdot \frac{l_1}{\kappa_1 \cdot q_1} = U \cdot (w_1 + w_2)$$

$$X_2 = \frac{U \cdot \kappa_1 \cdot q_1}{l_1} = X_1 \quad (4a)$$

Bei der Anordnung der beiden Teilspulen gemäss Fig. 2 unter Verwendung desselben Drahtquerschnittes und desselben Drahtmaterials gelingt es daher nicht, $X_1 > X_2$ zu machen.

Es ist daher nötig, jene Bedingungen festzustellen, die zu $X_1 > X_2$ führen und die Berechnung der beiden Spulenteile in allen Einzelheiten ermöglichen.

II. Aufstellung der Berechnungsformeln.

Mit den Werten λ β x erhält man aus der Gl. 4):

$$X_2 \cdot \frac{l_1}{\kappa_1 \cdot q_1} \cdot \left(w_1 + \frac{\lambda}{x \cdot \beta} \cdot w_2 \right) = U \cdot (w_1 + w_2) \quad (8)$$

ferner ist:

$$X_1 \cdot \frac{l_1}{\kappa_1 \cdot q_1} = U \quad (3)$$

daher wird mit $X_1 = m \cdot X_2$:

$$w_2 \cdot \left(\frac{\lambda}{x \cdot \beta} - m \right) = w_1 \cdot (m - 1) \quad (9)$$

Gewöhnlich ist $m = 3$ bis 4 ($X_1 = 3 \cdot X_2$ bis $4 \cdot X_2$); da der Faktor von w_2 positiv sein muss, so entsteht die Bedingung

$$\lambda > 3 \cdot x \cdot \beta \text{ bis } > 4 \cdot x \cdot \beta \quad (10)$$

Man erkennt daraus, dass die Anordnung nach Fig. 3 günstiger ist als nach Fig. 2, weil dabei λ grösser ist; höhere Werte für λ als etwa 1,6 sind aber auch nach der Fig. 3 nicht zu erreichen. Aus Gl. 10 folgt für $\lambda = 1,5$ bis $1,6$, dass $(x \cdot \beta) < 0,5$ sein muss; Werte für $(x \cdot \beta)$ in der Grössenordnung 0,3 sind gewöhnlich zweckmässig.

Für $x = 1$ ($\kappa_2 = \kappa_1$ Kupfer in beiden Wicklungen) wird daher $q_2 = \sim 0,3 \cdot q_1$; schon bei $U = 220$ Volt wird dann q_2 sehr klein, d. h. die Wicklung II wird teuer und empfindlich. Daher ist dann $\beta \geq 1$, d. h. $q_2 \geq q_1$ anzustreben; dabei muss aber $x \geq 0,3$, d. h. $\kappa_2 \geq 0,3 \cdot \kappa_1$ werden.

Die Wicklung II soll daher aus einem Material mit geringerer Leitfähigkeit hergestellt werden («Widerstandswicklung»).

Hier drängt sich Messing auf ($\kappa_2 = 12 \cdot 10^4$ S/cm²/cm); auch Kupfer mit geringerer Leitfähigkeit ($\kappa_2 = 40 \cdot 10^4$), Bronze ($\kappa_2 = 24$ bis $30 \cdot 10^4$) und endlich Nickel ($\kappa_2 = 2 \cdot 10^4$) kommt in Frage.

Die vorstehenden Erwägungen führten also zu der Erkenntnis, dass die besonderen Bedingungen für die Wicklungen nach den Fig. 1 und 3 zu Spulen II aus Widerstandsdraht hinleiten, zu einer Anordnung also, die von den sonst üblichen Spulengrundrissen ganz erheblich abweicht.

Für Gleichstromschütze kommen fast ausschliesslich runde Eisenkerne und runde Spulen zur Verwendung; solche Spulen lassen sich am leichtesten wickeln und erfordern die geringste Drahtlänge. Für die konzentrische Anordnung der beiden Spulen I und 2 (Fig. 3) gelten folgende Verhältnisse.

$$D_{i1} = z_1 \cdot D_a \quad D_{i2} = z_2 \cdot D_a \quad (11)$$

$$H = y \cdot D_a \quad (12)$$

$$2 \cdot b_1 = (z_2 - z_1) \cdot D_a \quad 2 \cdot b_2 = (1 - z_2) \cdot D_a \quad (13)$$

$$2 \cdot D_1 = (z_1 + z_2) \cdot D_a \quad 2 \cdot D_2 = (1 + z_2) \cdot D_a \quad (14)$$

$$\lambda = \frac{l_2}{l_1} = \frac{1 + z_2}{z_1 + z_2} \quad (15)$$

Gewöhnlich kann man mit $z_1 = 0,4$ rechnen; dann bleibt für den Kerndurchmesser $D_k = \sim 0,3 \cdot D_a$; eine weitere Verringerung von z_1 ist nicht zu empfehlen, weil sonst der Durchmesser D_k des Eisenkernes zu klein wird, was zu einer Abnahme der Zugkraft führen würde.

Für $z_1 = 0,4$ erhält man aus Gl. (15):

$$\left. \begin{array}{l} z_2 = 0,5 \quad 0,6 \quad 0,7 \quad 0,8 \quad 0,9 \\ \lambda = 1,667 \quad 1,600 \quad 1,546 \quad 1,500 \quad 1,462 \end{array} \right\} (16)$$

ferner ist nach Fig. 3:

$$H \cdot b_1 \cdot f_{w1} = w_1 \cdot q_1 \quad (17)$$

$$H \cdot b_2 \cdot f_{w2} = w_2 \cdot q_2 \quad (18)$$

dabei ist:

$$f_w = \frac{p}{100} \cdot f_K \quad (19)$$

der Füllfaktor der Wickelfläche und

$$f_K = \frac{q}{d_i^2} \quad (20)$$

der Füllfaktor des Drahtes (q Metallquerschnitt; d_i Drahtdurchmesser samt Isolation).

Die Werte für f_K lassen sich aus den Normen für isolierte Drähte¹⁾ berechnen.

Der Genauigkeitsfaktor $p/100$ kennzeichnet die Werkstatteinrichtungen und die Geschicklichkeit der Wicklerin; normal ist $p/100 = 0,8$ bis $0,9$; nur mit sehr genau arbeitenden Wickelmaschinen kann man noch etwas höhere Werte erreichen.

Es ist zweckmässig, $\beta = 1$ (also $q_2 = q_1$) anzunehmen, weil dann die Einstellung der Wickelmaschine ungeändert beibehalten werden kann; dann wird auch $f_{w2} = f_{w1}$.

Für $\kappa_2 < \kappa_1$ kann es zweckmässig werden, $q_2 > q_1$ anzunehmen (also $\beta > 1$ zu machen); dann wird auch f_{w2} etwas grösser als f_{w1} .

¹⁾ DIN — VDE 6435 und 6436 (April 1926).

Man findet dann aus Gl. (17) und (18)

$$f_{w2} \cong f_{w1}$$

$$w_2 \cdot \beta \cdot b_1 \cong w_1 \cdot b_2$$

daher wegen Gl. (13)

$$w_2 \cdot \beta \cdot (z_2 - z_1) \cong w_1 \cdot (1 - z_2) \quad (21)$$

$$\frac{w_2}{w_1} \cong \frac{1 - z_2}{\beta \cdot (z_2 - z_1)} \quad (21a)$$

ferner wird aus Gl. (9)

$$\frac{w_2}{w_1} = \frac{(m - 1) \cdot x \cdot \beta}{\lambda - m \cdot x \cdot \beta} \quad (9a)$$

Mit dem Werte für λ [Gl. (15)] erhält man daher nach einfachen Zwischenrechnungen:

$$(m - 1) \cdot (z_2 - z_1) \cdot \beta + (1 - z_2) \cdot m \cong \frac{1}{x \cdot \beta} \cdot \frac{1 - z_2^2}{z_1 + z_2}$$

oder umgeformt

$$\beta \cdot (m - 1) \cong \frac{1 - z_2}{z_2 - z_1} \cdot \left[\frac{1}{x \cdot \beta} \cdot \frac{1 + z_2}{z_1 + z_2} - m \right] \quad (22)$$

Gl. (22) gilt *allgemein* für beliebige Werte von z_1 , z_2 , m , x ; für $\beta = 1$, also für $q_2 = q_1$, gilt das Zeichen « \cong »; für $\beta > 1$, also für $q_2 > q_1$, gilt das Zeichen « $>$ ».

Einen weiteren Anhaltspunkt für die Berechnung der Wicklungen I und II erhält man aus der Kühlfläche (Mantelfläche) der Spule, die ja im *Dauerbetriebe* mit der Stromstärke I_2 (vgl. Fig. 1) die erzeugte Wärmemenge nach aussen abgeben muss. Als spezifische Kühlfläche kann der stets bewährte Zahlenwert

$$a = 10 \text{ cm}^2 \text{ (Mantelfläche) pro Watt} \quad (23)$$

bei der unbedenklichen Erwärmung um 50° C angenommen werden; dann wird

$$M = D_a \cdot \pi \cdot H = a \cdot I_2^2 \cdot (R_1 + R_2)$$

$$\pi \cdot y \cdot D_a^2 \cdot (R_1 + R_2) = a \cdot U^2 \quad (24)$$

wobei nach Gl. (8)

$$R_1 + R_2 = \frac{l_1 \cdot w_1}{\kappa_1 \cdot q_1} \cdot \left(1 + \frac{\lambda}{x \cdot \beta} \cdot \frac{w_2}{w_1} \right) \quad (25)$$

Daraus erkennt man auch den Zusammenhang zwischen R_1 und R_2 .

III. Entwicklung des Berechnungsganges.

In den aufgestellten Berechnungsformeln stecken die Grössen m , a , z_1 und κ_1 , die als bekannt anzusehen sind, sowie die wählbaren Verhältniszahlen $\beta = q_2 : q_1$ und $x = \kappa_2 : \kappa_1$; das Ziel der Berechnung ist die Verhältniszahl $z_2 = D_{i1} : D_a$ [Gl. (11)], der Drahtquerschnitt q_1 und der Spulenaussendurchmesser D_a .

Es wurde schon begründet, dass $\beta = 1$ zweckmässig ist; dabei soll $x \cong 0,3$ sein.

Wir entscheiden uns daher bei der Entwicklung des Berechnungsganges *zunächst* für *Messing* mit $x \cong 0,25$, entsprechend $\kappa_2 \cong 12 \cdot 10^4 \text{ S/cm}^2/\text{cm}$; später sollen auch noch *andere Baustoffe* mit $\kappa_2 < \kappa_1$ für die Wicklung II untersucht werden.

Mit den Werten

$$z_1 = 0,4 \quad \beta = 1 \quad x = 0,25 \quad a = 10 \quad \kappa_1 = 48 \cdot 10^4 \quad (26)$$

wird zunächst aus der allgemeinen Gl. (22)

$$(m - 1) = \frac{1 - z_2}{z_2 - 0,4} \cdot \left[4 \cdot \frac{1 + z_2}{z_2 + 0,4} - m \right] \quad (27)$$

Das Doppelzeichen \cong [Gl. (22)] hat seine Bedeutung verloren, weil $\beta = 1$ gewählt wurde.

Man erhält zunächst aus der Gl. (27)

Tabelle I

$\beta = 1 \dots x = 0,25$		
m	z_1	z_2
1	0,4	1
2	0,4	0,878
3	0,4	0,763
4	0,4	0,659
5	0,4	0,564

Da $m = X_1 : X_2$ vorgeschrieben ist, so lässt sich z_2 aus Tabelle I (Fig. 4) ablesen oder interpolieren, bzw. aus der Gl. (27) berechnen; daher kann das

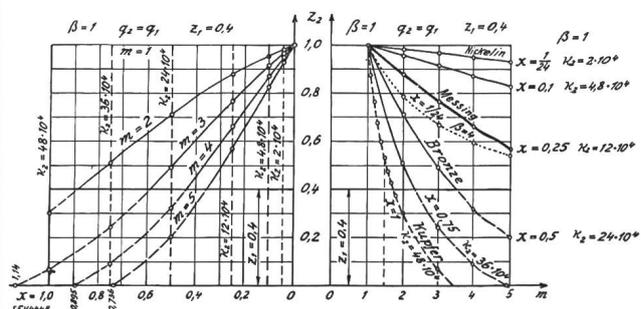


Fig. 4.

Verhältnis der Windungszahlen $w_2 : w_1$ aus Gl. (21a) und λ aus Gl. 15) berechnet werden; es ist dann leicht, den Gesamtwiderstand $(R_1 + R_2)$ und seine beiden Teile R_1 und R_2 aus der Gl. (25) zu bestimmen.

Mit den Werten aus Gl. (26) wird für $m = 4$

$$\left. \begin{aligned} z_2 = 0,659 \quad \frac{w_2}{w_1} = 1,317 \quad \lambda = 1,567 \\ \frac{\lambda}{x \cdot \beta} = 6,268 \quad \frac{\lambda}{x \cdot \beta} \cdot \frac{w_2}{w_1} = 8,254 \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

Aus der Gl. (25) wird daher

$$R_2 = 8,254 \cdot R_1 \quad (29)$$

dabei ist

$$R_1 = \frac{l_1 \cdot w_1}{\kappa_1 \cdot q_1} = \frac{U}{I_1} = \frac{U \cdot w_1}{X_1} \quad (30)$$

$$l_1 = D_1 \cdot \pi = \frac{\pi}{2} \cdot (z_1 + z_2) \cdot D_a = 1,6635 \cdot D_a \quad (31)$$

$$1,6635 \cdot D_a \cdot X_1 = U \cdot \kappa_1 \cdot q_1 \quad (\text{für } m=4) \quad (32)$$

Da $X_1 \dots U \dots \kappa_1$ gegebene Grössen sind, so ergibt sich ein Zusammenhang zwischen D_a (cm) und q_1 (cm²).

Aus Gl. (17) wird

$$w_1 = \frac{H \cdot b_1 \cdot f_{w_1}}{q_1} \quad (17)$$

wobei nach Gl. (12) und (13)

$$H \cdot b_1 = y \cdot D_a \cdot \frac{D_a}{2} \cdot (z_2 - z_1) = 0,1295 \cdot y \cdot D_a^2 \quad (33)$$

ferner ergibt sich aus der Gl. (24)

$$\pi \cdot y \cdot D_a^2 = a \cdot U \cdot I_2 = a \cdot U \cdot \frac{X_2}{w_1 + w_2}$$

$$\pi \cdot y \cdot D_a^2 \cdot w_1 \cdot \left(1 + \frac{w_2}{w_1}\right) = a \cdot U \cdot X_2 \quad (34)$$

Nach einfachen Zwischenrechnungen wird daher

$$0,9425 \cdot y^2 \cdot D_a^4 \cdot \frac{f_{w_1}}{q_1} = a \cdot U \cdot X_2 \quad (\text{für } m=4) \quad (35)$$

Da $a \dots U \dots X_2$ gegebene Grössen sind, so ergibt die Gl. (35) einen zweiten Zusammenhang zwischen D_a (cm) und q_1 (cm²); der Wicklungsfaktor f_{w_1} hängt von q_1 und von der Art der Isolation ab, er ist also durch q_1 mitbestimmt.

Es bleibt dann noch $y = H : D_a$ frei, was sehr erwünscht ist, denn man kann dadurch, wie sich noch zeigen wird, die Berechnung den handelsüblichen Querschnitten q_1 anpassen.

Berechnet man nun den Durchmesser D_a aus der Gl. (32), dann erhält man nach Einsetzung von D_a^4 in Gl. (35) nach einfachen Zwischenrechnungen

$$0,1237 \cdot y^2 \cdot (f_{w_1} \cdot q_1^3) = \frac{a \cdot X_1^4 \cdot X_2}{U^3 \cdot \kappa_1^4} \quad (\text{für } m=4) \quad (36)$$

Gl. (36) wurde für den Wert $m=4$ mit $x \cdot \beta = 0,25$ entwickelt. Es macht aber keine Schwierigkeiten, eine allgemeine Formel zur Berechnung der Drahtfunktion ($f_{w_1} \cdot q_1^3$) aufzustellen, die für beliebige Werte von $m \dots x \dots \beta$ gilt; sie kann aus den weiter oben entwickelten allgemeinen Beziehungen berechnet werden und lautet:

$$\left[\frac{8}{\pi^3} \cdot \frac{z_2 - z_1}{(z_1 + z_2)^4} \cdot \frac{\lambda - x \cdot \beta}{\lambda - m \cdot x \cdot \beta} \right] \cdot y^2 \cdot (f_{w_1} \cdot q_1^3) =$$

$$= \frac{a \cdot X_1^4 \cdot X_2}{U^3 \cdot \kappa_1^4} \quad (37)$$

Obwohl in dieser Gleichung ausser m auch z_2 und λ vorkommt, so ist doch der Zahlenwert [...] eindeutig bestimmt, weil z_2 bei gegebenem m aus Gl. (22) berechnet werden kann (Tabelle I, Fig. 4) und weil sich dann auch λ aus Gl. (15) bestimmen lässt.

Auch die besonderen (für $m=4$ gültigen) Zahlenwerte in den Gl. (32) und (35) lassen sich allgemein ausdrücken; es wird

$$\left[\frac{\pi}{2} \cdot (z_1 + z_2) \right] \cdot D_a \cdot X_1 = U \cdot \kappa_1 \cdot q_1 \quad (38)$$

$$\left[\frac{\pi}{2} \cdot (z_2 - z_1) \cdot \frac{\lambda - x \cdot \beta}{\lambda - m \cdot x \cdot \beta} \right] \cdot y^2 \cdot D_a^4 \cdot \frac{f_{w_1}}{q_1} = a \cdot U \cdot X_2 \quad (39)$$

Berechnet man D_a aus Gl. (38) und setzt man diesen Wert in Gl. 39) ein, dann ergibt sich Gl. (37).

Mit $m=4 \dots z_1=0,4 \dots \beta=1 \dots x=0,25$ wird $z_2=0,659 \dots \lambda=1,567$ und daraus erhält man den Zahlenwert

$$\left[\frac{8}{\pi^3} \cdot \frac{z_2 - z_1}{(z_1 + z_2)^4} \cdot \frac{\lambda - x \cdot \beta}{\lambda - m \cdot x \cdot \beta} \right] = 0,1236 \quad (\text{wie in Gl. 36}).$$

Wählt man in Gl. (36) oder (37) für den ersten Entwurf $y=1$, dann kann man die «Drahtfunktion» ($f_{w_1} \cdot q_1^3$) berechnen, da alle übrigen Grössen gegeben sind.

Berechnet man nun eine Tabelle der Drahtfunktion ($f_{w_1} \cdot q_1^3$) für mehrere Drahtdurchmesser und für verschiedene Isolationsarten, so kann man sofort den passenden handelsüblichen Drahtdurchmesser angeben und nachher den genauen Wert für y aus Gl. (36) berechnen.

Sobald $q_1 \dots f_{w_1} \dots y$ ermittelt ist, kann D_a aus Gl. (32) berechnet werden; die Bestimmung aller übrigen Grössen macht dann keine Schwierigkeiten mehr.

Bei Wahl anderer Werte für $m \dots \beta \dots x \dots z_1 \dots z_2$ ändern sich nur die Konstanten in den Gl. (32), (35) und (36), die Form der Gleichungen bleibt jedoch ungeändert; die Konstanten können aus den Gl. (38), (39), (37) berechnet werden, sobald m bekannt ist.

IV. Der Kupferfüllfaktor f_K und der Wicklungsfaktor f_W .

Nach den Normen für isolierte Drähte erhält man mit $p/100 = 0,8$ nach Gl. (19) und (20) die Tabelle II.

Es sei nur noch erwähnt, dass in Gl. (36) alle Längenmasse in cm und q in cm² auszudrücken sind; es ist also $q = q_0 \cdot 10^{-2}$ einzusetzen.

V. Die Drahtfunktion $f_W \cdot q^3$.

Mit Hilfe der Werte für f_w aus Tabelle II erhält man die folgende Uebersicht:

Tabelle II

d ₀ mm	q ₀ mm ²	BB		L		LS		LB	
		f _k	f _w						
0,2	0,0314	0,243	0,194	0,650	0,520	0,465	0,372	0,307	0,246
0,25	0,0491	0,292	0,234	0,650	0,520	0,495	0,396	0,350	0,280
0,3	0,0707	0,334	0,267	0,670	0,536	0,531	0,425	0,358	0,286
0,4	0,1257	0,349	0,279	0,680	0,544	0,569	0,455	0,415	0,332
0,5	0,1964	0,401	0,321	0,686	0,549	0,594	0,475	0,458	0,366
0,6	0,2827	0,421	0,337	0,690	0,552	0,611	0,489	0,490	0,392
0,8	0,5027	0,483	0,386	0,696	0,557	0,635	0,508	0,535	0,428
1,0	0,7854	0,529	0,423	0,713	0,570	0,662	0,530	0,574	0,459
1,2	1,131	0,562	0,450	0,713	0,570	0,669	0,535	0,594	0,475
1,5	1,767	0,597	0,478	0,726	0,581	0,690	0,552	0,604	0,483
1,8	2,545	0,600	0,480	0,736	0,589	0,705	0,564	0,630	0,504
2,0	3,142	0,615	0,492	0,741	0,593	0,713	0,570	0,643	0,514

BB = Isolation: 2 mal Baumwolle-Umspinnung
 L = Lack-Isolation ohne Umspinnung
 LS = Lack-Isolation und 1 mal Seide-Umspinnung
 LB = Lack-Isolation und 1 mal Baumwolle-Umspinnung

Tabelle III

d ₀ mm	q ³ cm ⁶	f _w q ³			
		BB	L	LS	LB
0,2	30,96 · 10 ⁻¹²	6,006 · 10 ⁻¹²	1,610 · 10 ⁻¹¹	1,152 · 10 ⁻¹¹	7,615 · 10 ⁻¹²
0,25	118,37 · 10 ⁻¹²	2,770 · 10 ⁻¹¹	6,155 · 10 ⁻¹¹	4,687 · 10 ⁻¹¹	3,314 · 10 ⁻¹¹
0,3	353,39 · 10 ⁻¹²	9,435 · 10 ⁻¹¹	1,894 · 10 ⁻¹⁰	1,502 · 10 ⁻¹⁰	1,011 · 10 ⁻¹⁰
0,4	19,85 · 10 ⁻¹⁰	5,538 · 10 ⁻¹⁰	1,080 · 10 ⁻⁹	9,032 · 10 ⁻¹⁰	6,591 · 10 ⁻¹⁰
0,5	75,76 · 10 ⁻¹⁰	2,432 · 10 ⁻⁹	4,159 · 10 ⁻⁹	3,599 · 10 ⁻⁹	2,773 · 10 ⁻⁹
0,6	225,93 · 10 ⁻¹⁰	7,614 · 10 ⁻⁹	1,247 · 10 ⁻⁸	1,105 · 10 ⁻⁸	8,857 · 10 ⁻⁹
0,8	12,703 · 10 ⁻⁸	4,903 · 10 ⁻⁸	7,076 · 10 ⁻⁸	6,453 · 10 ⁻⁸	5,437 · 10 ⁻⁸
1,0	48,447 · 10 ⁻⁸	2,049 · 10 ⁻⁷	2,761 · 10 ⁻⁷	2,568 · 10 ⁻⁷	2,224 · 10 ⁻⁷
1,2	1,446 · 10 ⁻⁶	6,507 · 10 ⁻⁷	8,242 · 10 ⁻⁷	7,736 · 10 ⁻⁷	6,868 · 10 ⁻⁷
1,5	5,516 · 10 ⁻⁶	2,637 · 10 ⁻⁶	3,205 · 10 ⁻⁶	3,045 · 10 ⁻⁶	2,664 · 10 ⁻⁶
1,8	16,486 · 10 ⁻⁶	7,913 · 10 ⁻⁶	9,710 · 10 ⁻⁶	9,298 · 10 ⁻⁶	8,309 · 10 ⁻⁶
2,0	31,018 · 10 ⁻⁶	1,526 · 10 ⁻⁵	1,839 · 10 ⁻⁵	1,768 · 10 ⁻⁵	1,594 · 10 ⁻⁵

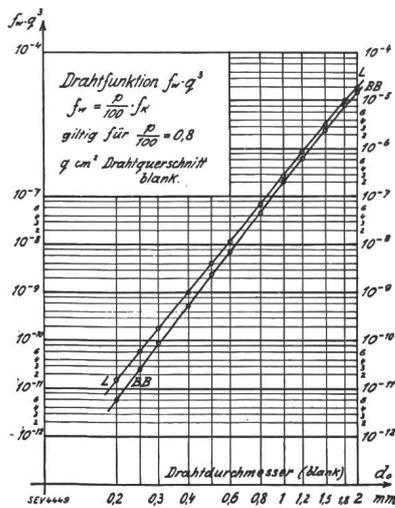


Fig. 5.

Trägt man diese Werte in einem doppelt-logarithmisch geteilten Achsensystem auf (Fig. 5), dann

erhält man nahezu gerade Linien, die auch die Interpolation erleichtern.

VI. Beispiel.

Gegebene Größen:

- X₁ = 4800 AW für Anziehen,
- X₂ = 1200 AW für Festhalten,
- m = 4,
- U = 220 Volt Gleichstrom.

Gewählte Größen:

- Wicklung I Kupfer $\kappa_1 = 48 \cdot 10^4$ S/cm, warm
- Wicklung II Messing $\kappa_2 = 12 \cdot 10^4$ S/cm, warm,
- $x = 0,25$ $\beta = 1$ $q_2 = q_1$
- $a = 10$ cm² pro Watt für den Dauerstrom I₂ A
- $z_1 = 0,4$ Isolation BB $f_w = 0,8 \cdot f_k$.

Berechnete Größen:

- $z_2 = 0,659$ $\lambda = 1,567$ $w_2 = 1,317 \cdot w_1$

$$\frac{\lambda}{x \cdot \beta} = 6,268 \quad \frac{\lambda}{x \cdot \beta} \cdot \frac{w_2}{w_1} = 8,254 \quad R_2 = 8,254 \cdot R_1$$

Drahtquerschnitt und Hauptmasse:

$$0,1231 \cdot y^2 (f_{w1} \cdot q_1^3) = \frac{a \cdot X_1^4 \cdot X_2}{U^3 \cdot \kappa_1^4} \quad (\text{für } m = 4) \quad (36)$$

1. Annahme: $y = 1$

$$f_{w1} \cdot q_1^3 = 9,155 \cdot 10^{-11}$$

dabei ist $c = 0,1 =$ spezifische Wärme des Kupfers (in Grammkalorien pro Gramm und Grad).

VII. Verwendung eines beliebigen Materiales mit $\kappa_2 < \kappa_1$ für die Wicklung II.

Den Zahlenwerten in den Abschnitten III und VI lag die Annahme zugrunde, dass die Wicklung II mit *Messingdraht* ($x = 0,25$) ausgeführt und dass $q_2 = q_1$ gewählt wurde ($\beta = 1$).

Tabelle IV

m	β	z_1	$x = \frac{1}{24}$	$x = 0,1$	$x = 0,25$	$x = 0,5$	$x = 0,75$	$x = 1$
			Nickelin	—	Messing	Bronze	—	Kupfer
			z_2					
1	1	0,4	1	1	1	1	1	1
2	1	0,4	0,982	0,953	0,878	0,711	0,507	(0,300)
3	1	0,4	0,964	0,912	0,763	0,489	(0,241)	(0,0667)
4	1	0,4	0,947	0,869	0,659	(0,317)	(0,088)	—
5	1	0,4	0,929	0,827	0,564	(0,200)	(-0,009)	—

Nach der Tabelle III ist der nächste passende Drahtdurchmesser:

$$d_{01} = 0,3 \text{ mm} \quad \text{Isolation BB}$$

$$f_{w1} \cdot q_1^3 = 9,435 \cdot 10^{-11}$$

$$f_{w1} = 0,267$$

$$q_1 = 7,07 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^2$$

Berechnung des Wertes y :

$$1 \cdot 9,155 = y^2 \cdot 9,435$$

$$y = 0,9851$$

Aus der G. (32) wird daher:

$$D_a = 9,35 \text{ cm und } H = y \cdot D_a = 9,21 \text{ cm.}$$

Die übrigen Spulenmasse können leicht berechnet werden; man findet:

$$D_{i1} = z_1 \cdot D_a = 3,740 \text{ cm} \quad D_{i2} = z_2 \cdot D_a = 6,162 \text{ cm}$$

$$b_1 = 1,211 \text{ cm} \quad b_2 = 1,594 \text{ cm}$$

$$D_1 = 4,951 \text{ cm} \quad D_2 = 7,756 \text{ cm}$$

$$l_1 = 15,554 \text{ cm} \quad l_2 = 24,366 \text{ cm}$$

$$w_1 = 4212 \quad w_2 = 5543 \text{ Windungen}$$

$$R_1 = 193,1 \Omega \quad R_2 = 1592 \Omega \text{ (warm)}$$

$$I_1 = 1,140 \text{ A} \quad I_2 = 0,1232 \text{ A}$$

$$D_a \cdot \pi \cdot H = 270,5 \text{ cm}^2 \quad U \cdot I_2 = 27,1 \text{ Watt}$$

$$a \approx 10 \text{ cm}^2/\text{W}$$

$$X_1 = I_1 \cdot w_1 = 4801 \quad X_2 = I_2 \cdot (w_1 + w_2) = 1202$$

$$G_1 = l_1 \cdot w_1 \cdot q_1 \cdot \gamma = 412,2 \text{ Gramm Kupfer (Wicklung I).}$$

Für $\tau_k = 50^\circ$ Erwärmung bei kurzzeitiger Belastung der Wicklung I wird daher die zulässige Einschalt-dauer

$$t_K = \frac{c \cdot G_1 \cdot \tau_K}{0,24 \cdot U \cdot I_1} = 34,3 \text{ s;}$$

Es wurde schon erwähnt, dass die letztere Annahme ($q_2 = q_1$ $\beta = 1$) sehr zu empfehlen ist, weil sie die Wickelarbeit vereinfacht.

Die Wahl eines beliebigen Drahtmaterials mit $x < 1$ für die Wicklung II ist nun ohne weiteres möglich; es handelt sich wieder nur darum, den Zusammenhang zwischen m und z_2 festzustellen, wozu Gl. (22) heranzuziehen ist; mit $\beta = 1$ und $z_1 = 0,4$ wird

$$(m-1) = \frac{1-z_2}{z_2-0,4} \cdot \left[\frac{1}{x} \cdot \frac{1+z_2}{z_2+0,4} - m \right] \quad (40)$$

Man erhält daraus folgende Uebersicht (vgl. auch Fig. 4):

Da $z_2 > z_1$ sein muss, so sind die eingeklammerten Werte für z_2 unmöglich, wenn $q_2 = q_1$ sein soll.

Wenn also die Wicklung II mit einem Draht von besserer Leitfähigkeit ($x \geq 0,5$) bewickelt werden soll, dann muss $\beta < 1$ gewählt werden ($q_2 < q_1$);

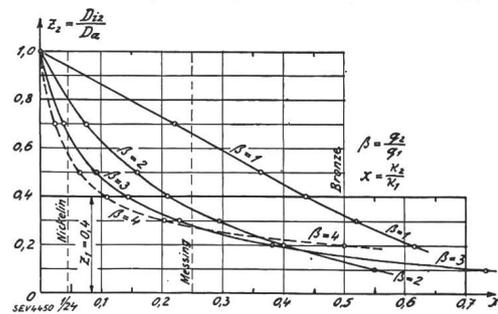


Fig. 6.

(für $m = \frac{X_1}{X_2} = 4$).

einen Anhaltspunkt bietet die Formel (10) und die zugehörigen Erläuterungen.

Bei Drahten aus Nickelin oder dgl. für die Wicklung II wird z_2 sehr gross, d. h. also b_2 sehr klein

(vgl. Fig. 3); in solchen Fällen kann ein Wert $\beta > 1$ in Frage kommen ($q_2 > q_1$); allerdings wird dann die Spule grösser als für $\beta = 1$, was aber wegen der Kühlfläche bisweilen erwünscht sein kann. In der Tabelle V (Fig. 6) sind einige Werte aus der allgemeinen Gl. (22) berechnet, und zwar für $\beta = 1$ bis 4, also für $q_2 = q_1$ bis $q_2 = 4 \cdot q_1$, entsprechend $d_{02} = d_{01}$ bis $d_{02} = 2 \cdot d_{01}$.

Tabelle V.

$m = X_1 : X_2 = 4$		$z_1 = D_{i1} : D_a = 0,4$		
$z_2 = \frac{D_{i2}}{D_a}$	$\beta = 1$	$\beta = 2$	$\beta = 3$	$\beta = 4$
	$x = \kappa_2 : \kappa_1 =$			
1	0	0	0	0
0,7	0,221	0,0774	0,0397	0,0242
0,5	0,363	0,1603	0,0958	0,0652
(0,4)	0,438	0,209	0,146	0,1094
(0,3)	0,520	0,296	0,229	0,204
(0,2)	0,615	0,400	0,381	0,500

Praktisch brauchbar sind natürlich nur die Werte $z_2 > 0,4$, da ja $z_2 > z_1$ sein muss; der Grenzwert $z_2 = 1$ führt zu $x = 0$ und zu $z_2 = 0$.

VIII. Verwendung von Kupfer für die Wicklung II ($\kappa_2 = \kappa_1$) bei ungeändertem Querschnitt ($q_2 = q_1$).

Da bei der Spulenanordnung nach der Fig. 3 die Länge l_2 der mittleren Windung in II grösser ist als die Länge l_1 der mittleren Windung in I, so kann man [im Gegensatz zu Fig. 2 und Gl. (4a)] $X_1 > X_2$, also $m > 1$ erreichen.

Aus der allgemein gültigen Gleichung (22) erhält man (vgl. Fig. 4):

Tabelle VI.

$x = 1$	$\kappa_2 = \kappa_1$	$\beta = 1$	$q_2 = q_1$	$z_1 = 0,4$
m	z_2	m	z_2	
1	1	1,5	0,534	
1,1	0,874	1,6	0,475	
1,2	0,767	1,7	0,424	
1,3	0,677	1,75	(0,400)	
1,4	0,600	1,8	(0,378)	

Die eingeklammerten Werte sind unbrauchbar, da ja $z_2 > z_1$ sein muss.

Man erkennt, dass man bei Verwendung von Kupferdraht mit gleichgrossem Querschnitt für beide Wicklungen I und II ($\kappa_2 = \kappa_1$ und $q_2 = q_1$) nur bis zu etwa $m = 1,5$ bis 1,6 kommen kann, da sonst nach Gl. (13) die Wicklungstiefe b_1 sehr klein wird; dann sinkt aber auch das Kupfergewicht und damit die Wärmeaufnahmefähigkeit der Wicklung I bei der kurzzeitigen Belastung mit dem Strom I_1 beim Anziehen des Ankers, so dass die Zahl der Arbeitsspiele gering wird, wenn die Erwärmung in zulässigen Grenzen bleiben soll.

Wenn man bei Verwendung von Kupfer für beide Wicklungen I und II grössere Werte von m erzielen will, dann muss man $q_2 < q_1$ wählen ($\beta < 1$); diese Erkenntnis steht mit den früheren Erwägungen im Einklang.

IX. Beispiel zu VII.

Wicklung I Kupfer
Wicklung II Nickel

$q_2 = q_1 \quad \beta = 1.$

Gegebene Grössen (wie bei VI.):

$X_1 = 4800 \quad X_2 = 1200,$
 $m = 4 \quad U = 220 \text{ Volt.}$

Gewählte Grössen:

$a = 10 \quad q_2 = q_1 \quad \beta = 1 \quad z_1 = 0,4,$
 $\kappa_1 = 48 \cdot 10^4 \quad \kappa_2 = 2 \cdot 10^4 \quad x = \frac{1}{24}$
 $f_w = 0,8 \cdot f_K.$

Berechnete Grössen:

$z_2 = 0,947 \text{ (Tabelle IV)} \quad \lambda = 1,447,$

$w_2 = 0,0969 \cdot w_1 \quad \frac{\lambda}{x \cdot \beta} = 34,7 \quad \frac{\lambda}{x \cdot \beta} \cdot \frac{w_2}{w_1} = 3,36$

$R_2 = 3,36 \cdot R_1,$
 $l_1 = 2,117 \cdot D_a \quad b_1 = 0,2735 \cdot D_a,$

$0,941 \cdot y^2 \cdot D_a^4 \cdot \frac{f_{w1}}{q_1} = a \cdot X_2 \cdot U \text{ (vgl. 35)}$

$D_a = \frac{U \cdot \kappa_1 \cdot q_1}{2,117 \cdot X_1} \text{ (vgl. 32)}$

$0,0471 \cdot y^2 \cdot (f_{w1} \cdot q_1^3) = \frac{a \cdot X_1^4 \cdot X_2}{U^3 \cdot \kappa_1^4} \text{ (vgl. 36)}$

1. Annahme: $y = 1,$

$f_{w1} \cdot q_1^3 = 2,395 \cdot 10^{-10}$

Gewählt aus Tabelle III und II:

$d_{01} = 0,3 \text{ mm, Isolation } L,$
 $q_1 = 7,07 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^2 \quad f_{w1} = 0,536,$
 $f_{w1} \cdot q_1^3 = 1,894 \cdot 10^{-10},$

daher $y = 1,126.$

$D_a = 7,35 \text{ cm} \quad H = 8,27 \text{ cm}$

$D_{i1} = 2,94 \text{ cm} \quad D_{i2} = 6,96 \text{ cm}$

$b_1 = 2,01 \text{ cm} \quad b_2 = 0,195 \text{ cm}$

$D_1 = 4,95 \text{ cm} \quad D_2 = 7,155 \text{ cm}$

$l_1 = 15,55 \text{ cm} \quad l_2 = 22,50 \text{ cm}$

$w_1 = 12600 \quad w_2 = 1222 \text{ Windungen}$

$R_1 = 578 \Omega \quad R_2 = 1944 \Omega \text{ warm}$

$I_1 = U : R_1 = 0,3805 \text{ A} \quad I_2 = U : (R_1 + R_2) = 0,0872 \text{ A}$

$D_a \cdot \pi \cdot H = 191 \text{ cm}^2 \quad U \cdot I_2 = 19,2 \text{ W.}$

$a = \sim 10 \text{ cm}^2/\text{W}$

$X_1 = 4790 \text{ (4800)} \quad X_2 = 1205 \text{ (1200)}$

$G_1 = 1233 \text{ Gramm (Kupfergewicht, Wicklung I)}$

$t_k = 308 \text{ s (Wicklung I, Strom } I_1 \text{ bei } \tau_k = 50^\circ \text{ Erwärmung).}$