Zeitschrift: Bulletin de l'Association suisse des électriciens
Herausgeber: Association suisse des électriciens
Band: 29 (1938)
Heft: 7

Artikel: Untersuchung und Berechnung von nutenlosen, geschichteten Rotoren in Asynchronmotoren [Fortsetzung und Schluss]
Autor: Moser, Hans
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-1058968

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Siehe Rechtliche Hinweise.

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. Voir Informations légales.

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. See Legal notice.

Download PDF: 17.05.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

ASSOCIATION SUISSE DES ÉLECTRICIENS

BULLETIN

RÉDACTION:
Secrétariat général de l'Association Suisse des Electriciens et de l'Union des Centrales Suisses d'électricité, Zurich 8

ADMINISTRATION:
Zurich, Stauffacherquai 36 ⋄ Téléphone 51.742
Chèques de postaux VIII 8481

Reproduction interdite sans l'assentiment de la rédaction et sans indication des sources

XXIXe Année | No 7 | Vendredi, 1er Avril 1938

22. Schweizer Mustermesse Basel

26. März bis 5. April 1938.

Produkte der schweizerischen Elektroindustrie finden sich nicht nur in der Gruppe XVI, Elektrizitätsindustrie, über die wir in der letzten Nummer einen Ueberblick gaben, sondern in fast allen andern Gruppen. Sinnfällig demonstriert die Messe, wie weitgehend die Elektrizität heute die gesamte Technik und deren mannigfache Auswirkungen durchdringt. Der an den unzähligen Anwendungen der elektrischen Energie Interessierte wird daher neben der Gruppe «Elektrizitätsindustrie» besonders auch folgenden Gruppen seine Aufmerksamkeit schenken:

Maschinen und Werkzeuge.
Feinmechanik, Instrumente und Apparate.
Bureaux- und Geschäftseinrichtungen.
Uhren.
Musikinstrumente.
Gasapparate, Heizung.
Transportmittel.
Erfindungen und Patente.

Es würde zu weit führen, wollten wir die an diesen Gruppen beteiligten Firmen und die ausgestellten Objekte nennen. Der übersichtliche Messekatalog gibt erschöpfend Auskunft. In unserem Messebericht werden wir uns jedoch nicht entgehen lassen, auch diese Gruppen zu erörtern, soweit die Elektrotechnik daran beteiligt ist.

Untersuchung und Berechnung von nutenlosen, geschichteten Rotoren in Asynchronmotoren.

Von *Hans Moser*, Zürich.

621.313.333.2

(Fortsetzung von S. 115 und Schluss.)

II. Die Vorausberechnung der elektrischen Vorgänge in geschichteten nutenlosen Rotoren.

Es sollen die inneren elektrischen Vorgänge in nutenlosen Rotoren soweit geklärt werden, dass eine Vorausberechnung der Motordaten möglich wird.

Der nutenlose geschichtete Rotor, bestehend aus einem lamellierten Eisenkern und einem dünnwandigen Hohlzylinder. (Fig. 6a, siehe auch Fig. 21a und b im Bull. SEV 1935, Nr. 20, S. 557.)

Aufgabe: Es seien in dem dünnwandigen Hohlzylinder Feld-, Strom- und Leistungsverhältnisse zu untersuchen und zwar in Funktion der geometrischen Abmessungen, der Materialkonstanten, der

Luftspaltinduktion und der Frequenz des Feldes in diesem Zylinder.

Annahmen: Das Erregerfeld sei ein reines Drehfeld, die Oberfelder seien vernachlässigt. Die Permeabilität von Stator- und Rotor-Eisen sei als unendlich angenommen, die Drehmomentbildung im Rotor-Eisenkörper werde vernachlässigt.

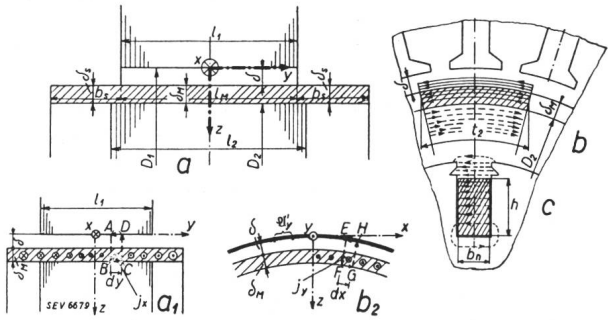


Fig. 6.

a) $l_M \equiv l_1$; $l_z \geq l_1$. *b)* $t_2 = \frac{\tau}{x}$. *c)* $h \to \delta_M$; $b_n \to t_z$.

a_1) Integrationsweg *A-B-C-D-A* zur Bestimmung von j_x.
b_2) Integrationsweg *E-F-G-H-E* zur Bestimmung von j_y.

a u. *b:* **Rotor aus lamelliertem Eisenkern mit unmagnetischem Hohlzylinder.**

b Erklärungsfigur zur Berechnung der «Mantel-» und «Luftspaltstreuung».

c: Analogiefigur zur Berechnung der «Mantelstreuung» aus der «Nutenstreuung» eines genuteten Rotors.

Lösung: Es werden zunächst die bekannten Maxwellschen Gleichungen aufgestellt [2]): Auf Grund der Bezeichnungen in Fig. 6a und b gelten, wenn $2(\delta + \delta_M) \lll D_2$: Aus rot $\mathfrak{H} = j$ folgt:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{a)}\ j_x = \dfrac{\partial \mathfrak{H}_z}{\partial y} - \dfrac{\partial \mathfrak{H}_y}{\partial z} & \left.\begin{array}{l} j \text{ Momentanwert der} \\ \text{Stromdichte} \\ \text{(A/cm}^2\text{)} \end{array}\right. \\ \text{b)}\ j_y = \dfrac{\partial \mathfrak{H}_x}{\partial z} - \dfrac{\partial \mathfrak{H}_z}{\partial x} & \left.\begin{array}{l} \mathfrak{H} \text{ Momentanwert der} \\ \text{magn. Feldstärke} \\ \text{(A/cm)} \end{array}\right. \\ \text{c)}\ j_z = \dfrac{\delta \mathfrak{H}_y}{\partial x} - \dfrac{\partial \mathfrak{H}_x}{\partial y} & \left.\begin{array}{l} x \text{ Umfangsrichtung} \\ y \text{ Axialrichtung} \\ z \text{ Radialrichtung} \end{array}\right. \end{array}\right\} \quad (23)$$

und aus rot $\mathfrak{E} = -\dfrac{\partial \mathfrak{B}}{\partial t}$ folgt:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{a)}\ \gamma_o \dfrac{\partial \mathfrak{H}_x}{\partial t} = -\varrho \left(\dfrac{\partial j_z}{\partial y} - \dfrac{\partial j_y}{\partial z}\right) \\ \text{b)}\ \gamma_o \dfrac{\partial \mathfrak{H}_y}{\partial t} = -\varrho \left(\dfrac{\partial j_x}{\partial z} - \dfrac{\partial j_z}{\partial x}\right) \\ \text{c)}\ \gamma_o \dfrac{\partial \mathfrak{H}_z}{\partial t} = -\varrho \left(\dfrac{\partial j_y}{\partial x} - \dfrac{\partial j_x}{\partial y}\right) \end{array}\right\} \quad (24)$$

γ_0 = Maßsystemskonstante, $\gamma_{0\ el\ techn} = 4\pi \cdot 10^{-9}$. $\mathfrak{H}$ in A/cm, j in A/cm², ϱ in Ohm · cm, t in s. (23a) mit dz multipliziert und über die Grenzen von $z = 0$ bis $z = \delta + \delta_M$ integriert, ergibt:

$$\int_{z=0}^{z=\delta+\delta_M} j_x \cdot dz = \int_0^{\delta+\delta_M} \frac{\partial \mathfrak{H}_z}{\partial y} \cdot dz - \int_0^{\delta+\delta_M} \frac{\partial \mathfrak{H}_y}{\partial z} \cdot dz$$

[2]) Siehe auch E. Juillard, Recueil de travaux, Université de Lausanne. 1937.

siehe Integrationsweg $A-B-C-D-A$ in Fig. 6a$_1$.

$$j_x \cdot \delta_M = \frac{\partial \mathfrak{H}_z}{\partial y}(\delta + \delta_M) - \underbrace{(\mathfrak{H}_{y_{z=0}} - \mathfrak{H}_{y_{z=\delta+\delta_M}})}_{0}$$

$$\underline{j_x = \left(\frac{\delta + \delta_M}{\delta_M}\right) \cdot \frac{\partial \mathfrak{H}_z}{\partial y}} \quad \begin{array}{l} \text{wo } j \text{ in A/cm}^2 \\ \mathfrak{H} \text{ in A/cm} \end{array} \quad (25)$$

Damit ist der Zusammenhang zwischen Feldänderung in axialer Richtung und der *Tangentialkomponente* der Rotorwirbelströme j_x gefunden.

Bei der Aufstellung der Gleichung für die *Axialkomponente* der Wirbelströme j_y durchläuft man einen Integrationsweg $E-F-G-H-E$ (Fig. 6b$_2$). Für die Berechnung des wirklichen Luftspaltfeldes $\mathfrak{H}_z$ muss natürlich auch der Statorstrombelag in den Integrationsweg einbezogen werden. Denn der Vektor $\mathfrak{A}'$ des Statorstrombelages innerhalb des Luftspaltraumes ist axial gerichtet ($\mathfrak{A}'_y = 0$, $\mathfrak{A}'_x = 0$).

Hier wird angenommen, dass der Statorstrombelag nicht in Nuten konzentriert sei, sondern als unendlich dünnes Stromband *rein sinusförmig* über den Umfang der Statorbohrung verteilt sei; die Oberfelder seien also vernachlässigt. Zeichnerisch dargestellt sei der Strombelag durch den dicken Strich in Fig. 6b$_2$.

Man multipliziert (23b) mit $dx \cdot dz$ und integriert zwischen den Grenzen von $z = 0$ bis $z = \delta + \delta_M$. Dann erhält man auf der linken Seite der Gleichung die vektorielle Summe der vom Integrationsweg eingeschlossenen Ströme, wobei A'_y der Momentanwert des Strombelages des Stators (Strom in A/cm tangentialer Länge) darstellt:

$$\underbrace{A'_y \cdot dx}_{di_1} + \underbrace{\left[\int_{z=0}^{\delta+\delta_M} j_y \cdot dz\right] dx}_{di_{2y}} = \left[\int_{z=0}^{\delta+\delta_M} \frac{\partial \mathfrak{H}_x}{\partial z} \cdot dz\right] dx - \left[\int_0^{\delta+\delta_M} \frac{\partial \mathfrak{H}_z}{\partial x} \cdot dz\right] dx$$

$$A'_y + j_y \cdot \delta_M = \underbrace{(\mathfrak{H}_{x_{z=\delta+\delta_M}} - \mathfrak{H}_{x_{z=0}})}_{0} - \frac{\partial \mathfrak{H}_z}{\partial x}(\delta + \delta_M)$$

$$\underline{j_y^* \equiv j_y + \frac{A'_y}{\delta_M} = -\frac{\partial \mathfrak{H}_z}{\partial x}\left(\frac{\delta + \delta_M}{\delta_M}\right)} \quad (26)$$

Damit ist der Zusammenhang zwischen den Strömen und dem *wirklichen* Luftspaltfeld $\mathfrak{H}_z$ gegeben. Würde man A'_y gleich Null setzen, so wäre $\mathfrak{H}_z$ die Feldstärke der Rotorwirbelströme.

$$j_y = -\left(\frac{\delta + \delta_M}{\delta_M}\right) \frac{\partial \mathfrak{H}_z}{\partial x}$$

Die Kontinuitätsgleichung für den Rotorwirbelstrom lässt sich schreiben:

$$\frac{\partial j_x}{\partial x} + \frac{\partial j_y}{\partial y} + \frac{\partial j_z}{\partial z} = 0$$

Bei kleiner Wandstärke δ_M des Hohlzylinders ist $\frac{\partial j_z}{\partial z} = 0$, da $j_z = 0$.

Aus (24) folgt für $j_z = 0$:

$$\left.\begin{aligned} \text{a)}\quad & \frac{\partial \mathfrak{H}_x}{\partial t} = + \frac{\varrho}{\gamma_o}\left(\frac{\partial j_y}{\partial z}\right) \\ \text{b)}\quad & \frac{\partial \mathfrak{H}_y}{\partial t} = - \frac{\varrho}{\gamma_o}\left(\frac{\partial j_x}{\partial z}\right) \\ \text{c)}\quad & \frac{\partial \mathfrak{H}_z}{\partial t} = - \frac{\varrho}{\gamma_o}\left(\frac{\partial j_y}{\partial x} - \frac{\partial j_x}{\partial y}\right) \end{aligned}\right\} \qquad (28)$$

für die Berechnung des wirklichen Luftspaltfeldes ist die Stromdichte j^* an Stelle von j_y zu setzen, gemäss (26).

Aus (28c), (25) und (26) folgt:

$$\frac{\partial \mathfrak{H}_z}{\partial t} = \frac{\varrho}{\gamma_o}\left(\frac{\delta + \delta_M}{\delta_M}\right)\left\{\frac{\partial^2 \mathfrak{H}_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathfrak{H}_z}{\partial y^2}\right\} \qquad (29)$$

Das ist die Differentialgleichung für den zeitlich-räumlichen Feldstärkeverlauf im Luftspalt des Motors.

Wenn Gl. (29) gelöst ist, so ist auch die zeitlich-räumliche Verteilung der Stromdichte in axialer Richtung (j_y) und in tangentialer Richtung (j_x) laut Gl. (25) und (26) gegeben. Daraus können Leistungen und Drehmoment bestimmt werden.

Wie die Ableitung gezeigt hat, hängt die Verteilung des Luftspaltfeldes von den Rotorwirbelströmen ab. Man kann das wirkliche resultierende Luftspaltfeld $\mathfrak{H}_z$ sich aufgeteilt denken in ein Stator-Erregerfeld und in ein Eigenfeld der Wirbelströme, welche zusammen eben das Feld $\mathfrak{H}_z$ ergeben. Die Rotorwirbelströme lassen sich nicht direkt — mit Hilfe des Induktionsgesetzes — aus dem Stator-Erregerfeld berechnen, sondern sind erst bekannt, wenn das wirkliche Luftspaltfeld ermittelt ist. Dieses seinerseits aber hängt wieder von den Rotorströmen ab! Doch es lässt sich diese scheinbar bösartige Verkettung lösen und zwar durch die Integration der Gl. (25) bis (29) oder auf graphische Weise mit Hilfe der später angegebenen Vektor-Spiraldiagramme.

Da das Stator-Erregerfeld noch die Magnetisierungskomponente für den Luftspalt und das Statoreisen enthält, so ist neben dem Rotoreigenfeld auch diese Komponente von Einfluss auf die resultierende Feldverteilung. Die Form dieser Feldkurve hängt nun ganz davon ab, welcher Einfluss das Uebergewicht hat. Man kann daher zwei Grenzfälle der Berechnung unterscheiden:

I. Grenzfall: Die Rotorströme sind aus dem erregenden Statorfeld nach dem Induktionsgesetz errechenbar. Das Eigenfeld der Rotorströme ist vernachlässigbar klein, d. h. der auf eine Statorphase reduzierte resultierende Rotorstrom $\mathfrak{J}'_2$ ist im Verhältnis zum Magnetisierungsstrom $\mathfrak{J}_{1\mu}$ gleich Null oder sehr klein. *Das Luftspaltfeld ist dann gleich dem Stator-Erregerfeld.* Dies ist annähernd der Fall bei genügend hoher Rotorimpedanz oder genügend kleiner Relativgeschwindigkeit zwischen Feld und Rotor.

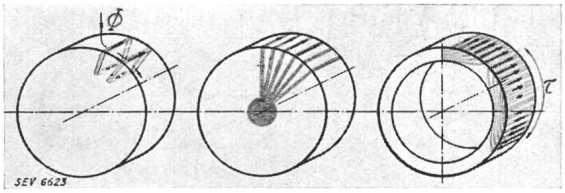
II. Grenzfall: Das Luftspaltfeld weicht von dem Erregerfeld ab, da das Eigenfeld der Rotorwirbelströme eine verzerrende Wirkung auf das Luftspaltfeld ausübt. Das Eigenfeld der Rotorströme ist nicht mehr vernachlässigbar klein, sowie das Verhältnis von $\mathfrak{J}'_2$ zu $\mathfrak{J}_{1\mu}$ beträchtlich von Null abweicht. Für eine Genauigkeit, wie sie in praktischen Rechnungen üblich ist, muss man eine Berechnung nach Grenzfall II allerdings erst anwenden, wenn $\mathfrak{J}'_2 \gg \mathfrak{J}_{1\mu}$.

Bei der Vorausberechnung eines Motors mit nutenlosem Rotor wird man daher den Leerlaufpunkt und einige Punkte mit schwacher Belastung ohne weiteres nach Grenzfall I berechnen dürfen; die Punkte grösserer Belastung (grösserer Rotorfrequenz) müssen aber evtl. nach Grenzfall II ermittelt werden. Da nun eine Berechnung nach Grenzfall I viel einfacher ist, soll an Hand eines praktischen Beispiels berechnet werden, wie gross der Fehler wird, wenn man den Kurzschlusspunkt nach Grenzfall I rechnet.

Grenzfall I,
Berechnung eines Hohlzylinders nach Fig. 6.

a) Resultierender Rotorwiderstand, auf eine Statorphase reduziert.

In dem Hohlzylinder werden durch das Stator-Erregerfeld Spannungen induziert, die eine Stromverteilung ähnlich wie in einem Käfiganker zur Folge haben. Nur ist der Strom nicht in den Käfigstäben konzentriert, sondern flächenhaft verteilt. Der Hohlzylinder soll also ersetzt werden durch eine Käfigwicklung mit der Stabzahl unendlich.



a) b) c)

Fig. 7.
Erklärungsfigur für die Stromausbildung in einem Käfiganker und in einem nutenlosen, massiven Rotor.

Man kann sich bekanntlich den Käfiganker als Rotor mit in sich kurz geschlossenen Ringwindungen (Fig. 7a) vorstellen, wobei die innern Rückleitungen dieses Vielphasensystems durch Sternschaltung erspart werden können (Fig. 7b und c). So entsteht die in Fig. 7c dargestellte Stromverteilung. Hier bildet die Stirnring-Verbindung quasi den Sternpunkt. Die Stromverteilung längs des Umfanges der Rotormantelfläche verläuft sinusförmig.

Man teilt nun in Gedanken die Mantelfläche des Hohlzylinders in eine genügend grosse Zahl $N_2 = 2p \cdot x$ Streifen ein, die man sich durch die Stirnverbindungsringe auf beiden Seiten des Rotors leitend verbunden denkt. Dann gilt wieder wie beim Käfiganker: (so z. B. Arnold V, 1)

$$\alpha = \frac{2\pi}{m_2} = \frac{p \cdot 2\pi}{N_2} \qquad I_s = \frac{I_M}{2 \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$$

$N_2 = 2\,p\,x$ totale Streifenzahl, x Zahl der Streifen/Pol.

$m_2 = \frac{N_2}{p} = 2x$ Phasenzahl, $x \geqslant 8$ bis 10.

α Elektrischer Winkel zwischen den Strömen zweier aufeinanderfolgender Streifen.

I_s Strom (Effektivwert) in der Stirn-Ringverbindung.

I_M Strom (Effektivwert) in einem Streifen des Mantels.

Aus der Leistungsgleichung $N_2 \cdot R_M \cdot I^2_M + 2N_2 \cdot R_s \cdot I^2_s = N_2 \cdot R_2 \cdot I^2_M$ folgt für Sternschaltung:

$$R_2 = \frac{1}{p}\left\{R_M + \frac{R_s}{2 \cdot \sin^2\left(\frac{\pi p}{N_2}\right)}\right\} \tag{30}$$

und bezogen auf eine Statorphase:

$$R'_2 = R_2 \cdot \frac{m_1 \cdot (w_1^2 \cdot k_{w1}^2)}{m_2 \cdot (w_2^2 \cdot k_{w2}^2)} \tag{31}$$

Man darf sich einen Stab bzw. einen Streifen als «halbe Windung» vorstellen, $w_2 = 1/2$. Der Wicklungsfaktor für das Grundfeld ist dann $k_{w2} = 1$. $m_2 \cdot w_2 \cdot k_{w2} = x$. Mit den Bezeichnungen:

τ Polteilung.

$b_M = \frac{\tau}{x}$ Breite eines Mantelstreifens.

l_M Länge eines Mantelstreifens.

δ_M Dicke eines Mantelstreifens.

b_s Breite der Stirn-Ringverbindung.

δ_s Dicke der Stirn-Ringverbindung.

ϱ spezifischer elektrischer Widerstand in Ohm/cm

} alle Masse in cm. } s. Fig. 6

erhält man bei genügend grosser Streifenzahl, bei der $\sin^2\left(\frac{\pi p}{N_2}\right)$ durch $\left(\frac{\pi \cdot p}{N_2}\right)^2$ ersetzt werden darf:

$$R'_2 = \frac{\varrho}{p}\left\{\frac{l_M}{\delta_M\left(\frac{\tau}{x}\right)} + \frac{\left(\frac{\tau}{x}\right)}{\delta_s \cdot b_s \cdot 2\left(\frac{\pi \cdot p}{2\,p\,x}\right)^2}\right\} \cdot \frac{m_1\,(w_1 \cdot k_{w1})^2}{2\,x\,(w_2 \cdot k_{w2})^2}$$

$$R'_2 = \frac{2\,\varrho}{p}\left\{\frac{l_M}{\delta_M \cdot \tau} + \frac{2 \cdot \tau}{\delta_s \cdot b_s \cdot \pi^2}\right\}(m_1 \cdot w_1^2 \cdot k_{w1}^2) \tag{32}$$

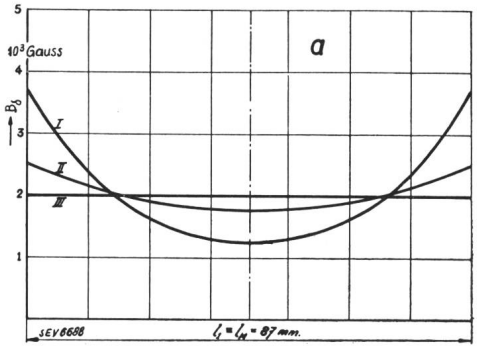
R'_2 ist also unabhängig von der Streifenzahl x!

Bestehen Mantel und Stirnringe aus Materialien verschiedener elektrischer Leitfähigkeit und ersetzt man τ durch $\frac{D \cdot \pi}{2\,p}$, wo D Rotordurchmesser und p Polpaarzahl, so lautet die Gleichung

$$R'_2 = \frac{2}{\pi}\left\{\frac{2 \cdot l_M \cdot \varrho_M}{D \cdot \delta_M} + \frac{D \cdot \varrho_s}{p^2 \cdot b_s \cdot \delta_s}\right\}(m_1 \cdot w_1^2 \cdot k_{w1}^2) \tag{32a}$$

(alle Längenmasse in cm).

Damit ist für den unmagnetischen [3]) Hohlzylinder eine Formel aus den geometrischen Abmessungen und der Materialkonstanten ϱ abgeleitet, welche die Grundlage zur Berechnung der Leistungsverhältnisse bildet. Die Formel ist streng richtig, wenn die Annahmen zutreffen, dass der Strom im Mantel nur axial gerichtet ist ($j_x = 0$, $j_z = 0$), und der Strom im Stirnverbindungsring nur tangential gerichtet ist ($j_y = 0$, $j_z = 0$). Für diese Annahmen wird $\frac{\partial \mathfrak{H}_z}{\partial y}$ in Gl. (25) gleich Null und damit auch der zweite Summand $\frac{\partial^2 \mathfrak{H}_z}{\partial y^2}$ in Gl. (29). Damit wird der Verlauf der Radialkomponente des Luftspaltfeldes in axialer Richtung zu einer horizontalen Geraden (s. Fig. 8, Kurve III). Ein solcher Verlauf wird jedoch bei nutenlosen Rotoren nie genau erreicht; annähernd wird er erreicht bei kleinen Frequenzen, geringen Leitfähigkeiten und wenn die Polteilung τ im Verhältnis zur Rotormantellänge l_M genügend gross ist. Ferner muss der Querschnitt der Stirnverbindungsringe genügend gross sein. Es wird allerdings später an einem Beispiel gezeigt werden (s. auch Fig. 8, Kurven I und II), dass selbst bei einem verzerrten Feldverlauf die Formel (32) noch ziemlich genaue Resultate liefert, selbst bei Verwendung von Kupfer (in Wandstärken unter 1 mm) und bei einer Rotorfrequenz $f_2 = 50$ s. Dagegen sollten die Bedingungen:



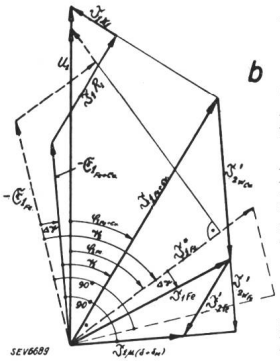


Fig. 8.

a
Verlauf der Radialkomponente der Luftspaltinduktion
(Scheitelwert der Grundwelle) in axialer Richtung bei einem nutenlosen Rotor aus massivem Eisenkern mit Kupferzylinder (mit Stirnverbindung). Drehstromasynchronmotor mit stillstehendem Rotor. Luftspaltsättigung $B_{\delta K} = 2000$ Gauss
Kurve I: Rotorfrequenz $f_2 = 50$/s
Kurve II: » $= 10$/s
Kurve III: » $= 0$/s

b
Strom-Vektordiagramm desselben Motors
mit stillstehendem Rotor und einer Frequenz $f_1 = f_2 = 10$ P/s. Luftspaltsättigung: $B_{\delta K} = 4600$ Gauss.
($U_{1k} = 109$ V. (Vektoren mit Index Fe+Cu bedeuten: massiver Eisenkern mit Kupferzylinder. Gestrichelte Vektoren mit Index Fe bedeuten denselben Eisenkern mit entferntem Kupferzylinder.)
Spannungsmaßstab: 1 cm = 25 V.
Strommaßstab: 1 cm = 1,25 A.

$\mathfrak{J}_{1\mu} - \mathfrak{J}'_{2\,Fe} - \mathfrak{J}'_{2\,w\,Cu} = \mathfrak{J}_{1\,Fe\,+\,Cu}$

$\mathfrak{J}_{1\mu}$ Blindstrom zur Magnetisierung des Spaltes $\delta + \delta_M$ (δ_M = Wandstärke des Kupfermantels.)

$\mathfrak{J}'_{2\,Fe}$ Strom im massiven Eisenkern, reduziert auf eine Statorphase.

$\mathfrak{J}'_{2\,w\,Cu}$ Wirkstrom im Kupfermantel, reduziert auf eine Statorphase.

[3]) Die Formel gilt annähernd auch für den magnetischen Hohlzylinder.

$$\frac{\tau}{l_M} \geq 1, \quad \frac{b_s}{l_M} \leq (0{,}3 \ldots 0{,}5)$$

und möglichst auch

$$\frac{b_s \cdot \delta_s}{\varrho_s} \geq (0{,}5 \ldots 1)\frac{\tau \cdot \delta_M}{\varrho_M}$$

erfüllt sein, wenn auf genaue Resultate von Formel (32) Wert gelegt wird.

Bei der Vorausberechnung eines nutenlosen, geschichteten Rotors ergibt sich oft die Forderung, einen Hohlzylinder gegebener Wandstärke δ_M von kleinstem Widerstand R'_2 zu entwerfen. Formel (32) beantwortet alle Fragen der Dimensionierung: Bei gegebener Leistung, Frequenz, Polzahl und gegebener Statorwicklung hat man noch freie Wahl in folgenden Punkten:

Möglichst kleinen spezifischen Widerstand ϱ (Verwendung von Kupfer). Ferner sollen die beiden Summanden des Klammerausdruckes, wovon der erste ein Mass für den Mantelwiderstand, der zweite ein Mass für den Stirnringwiderstand darstellt, möglichst klein sein. Demgemäss muss das Verhältnis $\frac{l_M}{\tau}$ möglichst klein gemacht werden. Einer allzu weitgehenden Verkleinerung von l_M wird eine Grenze gesetzt durch die wirtschaftliche Wahl des Rotordurchmessers D, welcher mit l_M verknüpft ist in dem Ausdruck $D^2 \cdot l_M$. (Es ist bekannt, dass bei gegebener Motorleistung, Frequenz, Polzahl und gegebener Materialausnützung das Produkt $D^2 \cdot l$ festgelegt ist.) Der zweite Summand kann durch einen grossen Stirnringquerschnitt $b_s \cdot \delta_s$ beliebig klein gemacht werden, wobei b_s im Verhältnis zu δ_s aber nicht allzu gross sein darf ($b_s < 0{,}5\ l_M$).

Zahlenbeispiel: Es soll der resultierende Widerstand R'_2 des Kupferzylinders eines nutenlosen Rotors berechnet werden. Dieser Rotor werde in einem 4poligen Drehstrommotor betrieben. Dasselbe Beispiel s. Abschnitt I 1d, und Fig. 2.

Die *Daten des Stators* sind: Bohrung: $D_1 = 120{,}6$ mm ⌀, Eisenlänge $l_1 = 87$, Nutenzahl $Z_1 = 36$, Wicklung: $m_1 = 3$, $p = 2$, $w_1 = 636$ pro Phase, $k_{w_1} = 0{,}96$, Schaltung: Δ.

Die *Daten des Rotors* sind: Rotordurchmesser $D_2 = 118{,}5$ mm ⌀, Rotorlänge $l_2 = 127$ mm, Eisenkern aus *massivem* Flusseisen (Bezeichnungen s. Fg. 6), *Kupfermantel:*

$l_M = l_1 = 87$ mm, $b_s = 40$ mm, $\delta_M = 0{,}65$ mm, $\delta = 0{,}4$ mm, $\delta_s = 0{,}65$ mm, $\varrho_M = \varrho_s = 0{,}018 \cdot 10^{-4}$ Ohm. cm (bei ca. 50^0 C.)

Diese Daten in Gl. (32a) eingesetzt:

$$\underline{R'_2} = \frac{2}{\pi}\left\{\frac{2 \cdot 8{,}7 \cdot 0{,}018 \cdot 10^{-4}}{12 \cdot 0{,}065} + \frac{12 \cdot 0{,}018 \cdot 10^{-4}}{2^2 \cdot 4 \cdot 0{,}065}\right\}$$

$$3 \cdot (636 \cdot 0{,}96)^2 = \underline{43\ \Omega}$$

Dieser Wert ist, solange man nicht mit Stromverdrängung (Grenzfall II) rechnet, unabhängig von der Frequenz. Auch in Wirklichkeit, mit Stromverdrängung gerechnet, ist der Frequenzeinfluss im Bereiche technischer Frequenzen gering.

b) Berechnung der resultierenden Rotorreaktanz X'_2 des Hohlzylinders nach Fig. 6.

Bei Käfigankern berechnet man bekanntlich Nutenstreuung, Zahnkopfstreuung und Stirnstreuung und bestimmt aus der Summe die Reaktanz X_2 und mit Hilfe des Reduktionsfaktors: X'_2. Beim Hohlzylinder des nutenlosen Rotors tritt an Stelle der «Nutenstreuung» die «Mantelstreuung» und an Stelle der «Zahnkopfstreuung» die «Luftspaltstreuung» plus Streuung durch die evtl. vorhandene «Schutzschicht» (s. Fig. 6, Fig. b und c, sowie Bull. SEV 1935, Nr. 20, S. 557, Fig. 21a und b). Die «Stirnstreuung» kann nach den gleichen Formeln wie beim Käfiganker berechnet werden.

Die «Mantelstreuung». Man denkt sich den Mantel des Hohlzylinders wieder in x Streifen pro Polteilung, von der Breite t_2, total in $2p \cdot x$ Streifen, unterteilt. $\tau = x \cdot t_2$. Aus Fig. 6b und c geht ohne weiteres hervor, dass, wie in der Nute des Käfigankers, auch hier die Flussdichte des Streuflusses nach (radial) aussen linear ansteigt. Bei technischen Frequenzen und kleiner Wandstärke des Hohlzylinders ($\delta_M < 1$ mm) darf der Einfluss der Stromverdrängung in radialer Richtung vernachlässigt werden. Die bekannten Formeln für die Nutenwandstreuung sinngemäss übertragen, ergibt mit den Bezeichnungen in Fig. 6b die Streuleitfähigkeit λ_M:

$$\underline{\Lambda_M} = \lambda_M \cdot l_M = \frac{\delta_M}{3 \cdot t_2} \cdot l_M = \underline{\frac{x}{3\,\tau} \cdot \delta_M \cdot l_M}, \text{ wo } t_2 = \frac{\tau}{x} \quad (33)$$

Die «Luftspaltstreuung». Ohne «Schutzschicht»[4]) ergibt sich, wieder in Analogie zu den Formeln der Nutenstreuung des Käfigankers:

$$\underline{\Lambda_\delta} = \lambda_\delta \cdot l_M = \frac{\left(\frac{\delta}{2}\right)}{t_2} \cdot l_M = \underline{\frac{x}{\tau} \cdot \frac{\delta}{2} \cdot l_M} \quad (34)$$

Es wird nur der halbe Luftspalt in Rechnung gesetzt, die andere Hälfte des Spaltes wird dem Statorstreufluss zugeordnet.

Die Stirnstreuung. Eine genaue Berechnung ist nicht möglich, man behilft sich in der Praxis bekanntlich mit Formeln, die Erfahrungskoeffizienten enthalten. Für den Stirnring von Käfigankern kann man z. B. rechnen nach der Faustformel, dass ein Stromvolumen von 1 A/1 cm Leiterlänge einen Streufluss von 0,8 Linien erzeugt oder nach der Formel von R. Baffrey[5]). Hier wird:

$$\Lambda_s = \frac{N_2}{2\,m_1 \cdot p} \cdot \tau \cdot g = \frac{x}{m_1} \cdot \tau \cdot g \quad (35)$$

(Bedeutung von g s. Lit.[5])

Der gesamte Streublindwiderstand X'_2:

$$X'_2 = X_2 \cdot \frac{m_1 (w_1 k_{w1})^2}{m_2 (w_2 k_{w2})^2} = X_2 \cdot \left(\frac{2}{x}\right) \cdot m_1 (w_1 k_{w1})^2;$$

[4]) Siehe Bull. SEV 1935, Nr. 20, S. 557, Fig. 21a und b.

[5]) Arch. Elektrotechn. 1926, S. 208 (s. auch Liwschitz, Die elektrischen Maschinen, Bd. III, S. 60 u. 61; Teubner, Berlin).

$$w_2 = \frac{1}{2},\ k_{w2} = 1$$

$$X_2' = 15{,}8 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{f}{2p}\left\{\Lambda_M + \Lambda_\delta + \Lambda_s\right\} \cdot \frac{2}{x} \cdot m_1 (w_1 \cdot k_{w1})^2 = \quad (36)$$

$$X_2' = 15{,}8 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{f}{p}\left\{\frac{\delta_M \cdot l_M}{3\tau} + \frac{l_M}{\tau} \cdot \frac{\delta}{2} + \frac{\tau}{m_1} \cdot g \cdot k_{fe}\right\} \cdot m_1 \cdot (w_1 \cdot k_{w1})^2$$

Dies ist die Formel für die totale, auf eine Statorphase reduzierte Rotorreaktanz in Ohm. Alle Längenmasse in cm. $k_{fe} \cong 1 \ldots 1{,}5 \ldots 2$ berücksichtigt die Nachbarschaft von Eisen am Stirnring. $k_{fe} \cong 1{,}5 \ldots 2$, wenn Stirnring sehr nahe am Eisen liegt.

Zahlenbeispiel: Im angeführten Beispiel wird:

$$X_2' = 15{,}8 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{50}{2} \cdot$$

$$\left\{\frac{0{,}065 \cdot 8{,}7}{3 \cdot 9{,}4} + \frac{8{,}7 \cdot 0{,}04}{9{,}4 \cdot 2} + \frac{9{,}4 \cdot 0{,}18 \cdot 1{,}5}{3}\right\} \cdot 1{,}115 \cdot 10^6$$

$\underline{X_2' = 4\ \text{Ohm}}$ für $f = 50/\text{s}$, $g = 0{,}18$, $k_{fe} \cong 1{,}5$

Eine andere Berechnungsmethode für die Stirnstreuung liefert:

$$X_2' = X_2 \cdot \frac{m_1 (w_1 \cdot k_{w1})^2}{m_2 (w_2 \cdot k_{w2})^2} = \frac{1}{p}\left(X_M + \frac{X_s}{2\sin^2(\frac{\pi_p}{N_2})}\right) \cdot$$

$$\frac{2}{x} \cdot m_1 (w_1 \cdot k_{w1})^2 \cong 15{,}8 \cdot 10^{-8} \frac{f}{2p}\left\{l_M \cdot \frac{x}{3\tau} \cdot \right.$$

$$\left.\left(\delta_M + 3 \cdot \frac{\delta}{2}\right) + \frac{\tau}{x} \cdot \frac{x^2}{5} \cdot 0{,}4 \cdot k_{fe}\right\} \frac{2}{x} \cdot m_1 (w_1 \cdot k_{w1})^2$$

$$\left(\text{wenn: } \frac{l_s \cdot \lambda_s}{2 \cdot \left(\frac{\pi p}{2 p x}\right)^2} = \frac{\frac{\tau}{x} \cdot 0{,}4 \cdot k_{fe}}{2 \cdot \frac{\pi^2}{4 x^2}} = \frac{\tau \cdot x^2}{x \cdot 5} \cdot 0{,}4 \cdot k_{fe}\right)$$

$$X_2' = 15{,}8 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{f}{p}\left\{\frac{\delta_M \cdot l_M}{3\tau} + \right.$$

$$\left.\frac{l_M}{\tau} \cdot \frac{\delta}{2} + 0{,}08 \cdot \tau \cdot k_{fe}\right\} m_1 \cdot (w_1 \cdot k_{w1})^2 \quad (36a)$$

Das *Zahlenbeispiel* liefert hier für f = 50/s und $k_{fe} = 1{,}5$:

$$X_2' = 15{,}8 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{50}{2}\left\{\frac{0{,}065 \cdot 8{,}7}{3 \cdot 9{,}4} + \frac{8{,}7 \cdot 0{,}04}{9{,}4 \cdot 2} + \right.$$

$$\left.0{,}08 \cdot 9{,}4 \cdot 1{,}5\right\} \cdot 1{,}115 \cdot 10^6$$

$$\underline{X_2'} = 4{,}4\ \{0{,}0386 + 1{,}12\} = \underline{5\ \Omega}$$

c) Die gesamte, auf eine Statorphase reduzierte Impedanz des Hohlzylinders

ist bei einer Frequenz $f_2 = f_1 = 50/\text{s}$ dem Betrage nach:

$$Z_2' = \sqrt{R_2'^2 + (s \cdot X_2')^2} = \sqrt{43^2 + 5^2} = 43{,}3\ \text{Ohm},$$

also: $\underline{Z_2' \approx R_2'}$ $\qquad s = f_2/f_1 =$ Schlupf.

Der resultierende *Phasenwinkel* zwischen Rotorspannung $\mathfrak{E}_2'$ und dem resultierenden Rotorstrom $\mathfrak{J}_2'$ ist:

$$\operatorname{tg} \psi_2 = \frac{s \cdot X_2'}{R_2'} = \frac{5}{43} = 0{,}116 \text{ bei } f_2 = f_1 = 50/\text{s}. \quad (38)$$

Der resultierende Rotorstrom I'_2 pro Phase:

$$I_2' = \frac{s \cdot E_2'}{Z_2'} \cong \frac{s \cdot E_2'}{R_2'}\ \text{A}.$$

$$E_2' \equiv E_1 \quad (39)$$

Phasenspannung in Volt (Effektivwert).

Bei der Berechnung der Strom- und Leistungsverhältnisse in einem dünnwandigen Hohlzylinder aus unmagnetischem Material darf der induktive Widerstand X_2' neben dem ohmschen Widerstand R'_2 bei technischen Frequenzen im allgemeinen vernachlässigt werden.

d) Die totale, auf den Rotor übertragene Leistung P_{rot}.

setzt sich zusammen aus der mechanisch abgegebenen Leistung P_{mech} und der Verlustleistung im Rotor P_{v2}.

Es ist also:

$$P_{rot.} = \overbrace{\qquad\qquad}^{P_{mech.}} + \overbrace{\qquad}^{P_{v2}}$$

$$P_{rot.} = m_1 \frac{E_1^2}{R_2'} \cdot s\ \text{Watt} = m_1 \cdot \frac{E_1^2}{R_2'} \cdot s\,(1 - s) + m_1 \cdot \frac{E_1^2}{R_2'} \cdot s^2 \quad (40)$$

E_1 = induzierte Phasenspannung in Volt ($\mathfrak{E}_1 = \mathfrak{U}_1 - \mathfrak{J}_1 R_1 - \mathfrak{J}_1 j\omega\lambda_1$).

Die Rotorverlustleistung P_{v2} beim Schlupf s in Funktion der Stromdichte j_M in der Mantelpartie des Hohlzylinders ist:

$$P_{v2} = m_1 \cdot \frac{E_1^2}{R_2'} \cdot s^2 = \int_v \varrho \cdot j^2 \cdot \mathrm{d}v = \varrho_M \cdot j^2{}_M \cdot D \cdot \pi \cdot l_M \cdot \delta_M$$

$$+ 2\,\varrho_s \cdot j_s^2 \cdot D \cdot \pi \cdot b_s \cdot \delta_s$$

$$P_{v2} = \pi D \cdot \delta_M \cdot \varrho_M \cdot l_M \left\{1 + \frac{\varrho_s \cdot \delta_M \cdot D^2}{\varrho_M \cdot \delta_s \cdot b_s \cdot l_M \cdot 2 p^2}\right\} j_M{}^2 \quad (41)$$

P_{v2} in Watt, j_M in A/cm², alle Längenmasse in cm.

Der Zusammenhang zwischen der *Stromdichte* in der Stirnverbindung j_s und der Stromdichte im Mantel j_M ergibt sich aus der Stromgleichung im Käfiganker:

$$I_s = \frac{I_M}{2 \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \cong \frac{I_M}{\left(\frac{\pi}{x}\right)} \quad \text{für } \frac{\alpha}{2} = \frac{\pi p}{N_2} = \frac{\pi\, p}{2\, p x}$$

$$I_s = j_s \cdot b_s \cdot \delta_s = I_M \frac{x}{\pi} = j_M \frac{\frac{\tau}{x} \cdot \delta_M \cdot x}{\pi} = j_M \cdot \frac{\tau \cdot \delta_M}{\pi}$$

$$j_s = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\tau}{b_s} \cdot \frac{\delta_M}{\delta_s} \cdot j_M = \frac{D}{b_s \cdot 2 p} \cdot \frac{\delta_M}{\delta_s} \cdot j_M \quad (42)$$

Mit Hilfe dieser Gleichung erhält man Gl. (41).

Ist im Motor die Luftspaltsättigung $B_{\delta max}$ oder die induzierte Spannung E_1 im Stator bekannt, so kann die Stromdichte im Mantel j_M direkt errechnet werden:

$$j_M = \frac{s \cdot E_1}{2\, w_1 \cdot k_{w1} \cdot l_M \cdot \varrho_M \left(1 + \frac{\varrho_s \cdot \delta_M \cdot D^2}{\varrho_M \cdot \delta_s \cdot b_s \cdot l_M \cdot 2\, p^2}\right)} \tag{43a}$$

$$i_M = \frac{2{,}22 \cdot 10^{-8} \cdot D \cdot f_1}{\varrho_M \cdot p \left(1 + \frac{\varrho_s \cdot \delta_M \cdot D^2}{\varrho_M \cdot \delta_s \cdot b_s \cdot l_M \cdot 2\, p^2}\right)} \cdot s \cdot B_{\delta_{max}} \tag{43b}$$

j_M in A/cm² Effektivwert.

E_1 ist der Effektivwert in Volt und pro Phase.

$B\delta_{max}$ ist der zeitliche Maximalwert der Radialkomponente der Luftspaltsättigung in Gauss. Wenn dieser Wert in axialer Richtung nicht konstant ist, so ist das räumliche Mittel in dieser Richtung zu nehmen. Damit wird Gl. (41):

$$\underline{P_{v2}} = \left[\frac{15{,}5 \cdot 10^{-16} \cdot D^3 \cdot l_M \cdot \delta_M \cdot \left(\frac{s \cdot f_1}{p}\right)^2}{\varrho_M \left\{1 + \frac{\varrho_s \cdot \delta_M \cdot D^2}{\varrho_M \cdot \delta_s \cdot b_s \cdot l_M \cdot 2\, p^2}\right\}}\right] \cdot B^2_{\delta_{max}}$$

e) Das Drehmoment M ist der Leistungsgleichung zu entnehmen:

$$M = m_1 \cdot \frac{E_1^2}{R_2'} \cdot s \frac{p}{2\, \pi \cdot 9{,}81 \cdot f_1} \text{ kgm} \tag{44a}$$

$$M = \frac{p \cdot \varrho_M \cdot D \cdot l_M \cdot \delta_M}{2 \cdot 9{,}81 \cdot f_1 \cdot s} \left\{1 + \frac{\varrho_s \cdot \delta_M \cdot D^2}{\varrho_M \cdot \delta_s \cdot b_s \cdot l_M \cdot 2\, p^2}\right\} \; j_M{}^2$$

j_M in A/cm², Längen in cm, M in kgm.

$$M = \frac{D^3 \cdot l_M \cdot \delta_M \cdot (s \cdot f_1) \cdot 10^{-16} \cdot B^2_{\delta_{max}}}{4\, p \cdot \varrho_M \left(1 + \frac{\varrho_s \cdot \delta_M \cdot D^2}{\varrho_M \cdot \delta_s \cdot b_s \cdot l_M \cdot 2\, p^2}\right)}$$

$B_{\delta max}$ in Gauss

M in kgm

f) Der resultierende Rotorstrom I'_2 auf eine Statorphase reduziert

lässt sich aus Gl. (39) oder aus der Stromdichte j_M im Rotormantel bestimmen:

Ausgehend von der Gleichung

$$I'_2/\text{Phase} = \frac{m_2 \cdot w_2 \cdot k_{w2}}{m_1 \cdot w_1 \cdot k_{w1}} \cdot I_2$$

$$= \frac{2\, x \cdot 0{,}5 \cdot 1}{m_1 \cdot w_1 \cdot k_{w1}} \cdot \delta_M \cdot \frac{\tau}{x} \cdot p \cdot j_M$$

$$I'_2 = \frac{\delta_M \cdot \tau \cdot p}{m_1 \cdot w_1 \cdot k_{w_1}} \cdot j_M = \frac{\pi \cdot D \cdot \delta_M}{2 \cdot m_1 \cdot w_1 \cdot k_{w_1}} \cdot j_M \text{ A/cm}^2 \tag{45a}$$

j_M aus Gl. (43) eingesetzt:

$$I'^2 \text{ (eff)} = \left[\frac{\pi \cdot 1{,}11 \cdot 10^{-8} \cdot D^2 \cdot \delta_M \cdot (s \cdot f_1)}{m_1 \cdot w_1 \cdot k_{w_1} \cdot p \cdot \varrho_M \cdot \left(1 + \frac{\varrho_s \cdot \delta_M \cdot D^2}{\varrho_M \cdot \delta_s \cdot b_s \cdot l_M \cdot 2 p^2}\right)}\right] B^{\text{Gauss}}_{\delta_{max}} \tag{45b}$$

Voraussetzung für die Gültigkeit aller Formeln (32) bis (45) sind die im Anschluss zu Formel (32) erwähnten Bedingungen.

g) Die Berechnung des Blindstromes für die Magnetisierung:

Der Strom in einer Statorphase (Effektivwert) beträgt nach der bekannten Formel:

$$I_{1\mu} = \frac{2{,}22 \cdot AW/\text{Pol} \cdot p}{m_1 \cdot w_1 \cdot k_{w_1}} \tag{46}$$

Die Amp.-Windungen pro Pol:

$$AW/\text{Pol} = AW_{fe1} + AW_{fe2} + AW_\delta + AW_{\delta M}$$

Die AW für den Eisenweg (AW_{fe}) im Stator und Rotor werden in bekannter Weise ermittelt, die AW für den Luftspalt und den Hohlzylinder sind, wenn dieser unmagnetisch ist:

$$\underline{AW_\delta + AW_{\delta M}} = 0{,}8 \cdot B_{\delta max} \cdot \underline{(\delta + \delta_M)} \cdot k_\delta \tag{47}$$

k_δ = Nutungskoeff.: 1,05 ... 1,3, $B_{\delta max}$ in Gauss, δ und δ_M in cm.

Die Richtigkeit dieser Rechnungsmethode für den dünnwandigen Hohlzylinder wurde experimentell geprüft und zwar bei verschiedenen Rotorfrequenzen ($f_2 = 0$ bis 50/s) und verschiedenen Sättigungen. Es wurden gemessen die Sättigungsverteilung im Luftspalt, die Stromdichte im Hohlzylinder, die vom Motor aufgenommenen Ströme und Leistungen, das Drehmoment, die Spannungsabfälle im Stator und die Temperaturen. Mit Hilfe der aufgestellten Stromvektor-Diagramme konnten Blind- und Wirkstrom kontrolliert werden.

Es wurde eine genaue Uebereinstimmung von Rechnung und Messung festgestellt, besonders genau bei niederen Frequenzen. Bei Frequenzen in der Gegend von 50/s wurden dagegen Abweichungen bis zu 10 % im Drehmoment festgestellt. Diese Abweichungen sind jedoch leicht verständlich, wenn man beachtet, wie sehr der theoretisch angenommene, horizontale Sättigungsverlauf in Fig. 8, Kurve III von dem wirklich gemessenen Verlauf (Kurve I) abweicht. Weitere Unsicherheitsquellen liegen darin, dass sich die Leitfähigkeit und die Wandstärke bei den dünnwandigen Hohlzylindern, wie auch der Streublindwiderstand des Stators in praktischen Fällen sehr oft nicht genauer als auf 5 ... 10 % genau bestimmen lassen. Die Messung muss zudem sehr rasch durchgeführt werden, da die Leitfähigkeit der Stromleiter zufolge der raschen Erwärmung nicht konstant ist. Ferner sind auch die Oberwellen-Momente in der Rechnung nicht berücksichtigt.

In dem im Abschnitt a (Grenzfall I) begonnenen Beispiel wird für $f_1 = f_2 = 10$/s und eine Klemmenspannung $U_k = 109$ V entsprechend einem Kraftfluss $\Phi_k = 240\,000$ Mx und einer induzierten Spannung $E_1 = 65$ V/Phase, die Verlustleistung in einem Hohlzylinder aus Kupfer nach Gl. (40) berechnet, wenn $\varrho = 0{,}018 \cdot 10^{-4}$ und $Z'_2 \cong R'_2 = 43$ Ohm/Phase ist:

$$P_2 = \sim \frac{m_1 \cdot E_1^2 \cdot s}{R_2'} = \frac{3 \cdot 65 \cdot 1}{43} = \underline{295 \text{ W.}} \quad (40)$$

Hieraus direkt das Drehmoment in synchronen Watt oder mit

$$M_{Cu} = \frac{12 \cdot 8{,}7 \cdot 0{,}065 \cdot 10 \cdot 1 \cdot 4600 \cdot 10^{-16}}{4 \cdot 2 \cdot 0{,}018 \cdot 10^{-4} \cdot 1{,}515} = \underline{0{,}94 \text{ mkg}}$$

$$= 0{,}94 \cdot 1{,}028 \cdot 300 = \underline{292 \text{ W.}}$$

Die Messung für den Rotor aus Kupfermantel und massivem Eisenkern ergab einen Statorstrom pro Phase $I_{1k} = \frac{4{,}65}{\sqrt{3}}$ und ein Drehmoment im Kurzschluss $M_{Cu+Fe} = 1{,}35$ mkg entsprechend 418 synchronen Watt. Der Leistungsfaktor wurde gemessen zu $\cos \varphi_k = 0{,}86$ und die Spannungsabfälle zu $\frac{I_{1K}}{\sqrt{3}} \cdot X_1 = 17{,}3$ V resp. $\frac{I_{1K} R_1}{\sqrt{3}} = 41{,}6$ V (s. Vektordiagramm Fig 8b).

Die Berechnung des Drehmomentes des Eisenkernes M_{Fe} gelingt ebenfalls auf der Basis der Formeln (32) und (40) usw. An Stelle der induzierten Spannung E muss deren Wirkkomponente $E_w = E \cdot \cos \psi$ eingesetzt werden, da hier der Winkel $\psi \gg 0$ ist. $\cos \psi$ kann einem Wirbelstrom-Spiraldiagramm für Eisen entnommen werden. In den Formeln ist ferner zu setzen: $\delta_M = \frac{a}{3}$, wo a die Eindringtiefe des magnetischen Flusses und des Wirbelstromes unter die Eisenoberfläche bedeutet. Die Eindringtiefe a kann berechnet werden mit Hilfe der Formeln von Rosenberg [6]) oder — genauer — aus dem erwähnten Spiraldiagramm für Eisen.

Die Messung des Drehmomentes des Eisenkernes M_{Fe} allein, (also ohne Kupfermantel) bei $f_2 = 10$/s, $U_k = 103$ V, $E_1 = 74$ V, ergab $M_{Fe} = 0{,}575$ mkg entsprechend 180 synchronen Watt. Auf gleiche Sättigung wie beim Kupfermantel reduziert, ergibt sich ein Drehmoment

$$M_{Fe} = 0{,}575 \cdot \left(\frac{4600}{5520}\right)^{2{,}5} = 0{,}575 \cdot 0{,}63 = \underline{0{,}365 \text{ mkg}}$$

entsprechend 113 synchronen Watt.

Hier ist zu beachten, dass bei massiven Rotoren aus Eisen das Drehmoment nicht proportional dem Quadrat der Spannung, resp. der Sättigung verläuft, sondern etwa proportional der 2,4- bis 2,7-fachen Potenz der Sättigung. Denn die Eindringtiefe a des Rotorstromes hängt selbst von der Sättigung ab, so dass der Rotorstrom stärker als linear mit der Sättigung ansteigt.

Die experimentell bestimmte Leistung im Kupfermantel ist bei $E_1 = 65$ V ($B_{\delta k} = 4600$ Gauss) nach Abzug der Leistung im Eisenkern:

$$P_{Cu} = P_{Cu+Fe} - P_{Fe} = 418 - 113 = \underline{305 \text{ Watt}}$$

entsprechend $M_{Cu} = \underline{0{,}985 \text{ mkg.}}$

also etwa 3 % mehr als gerechnet.

[6]) ETZ 1923, S. 515.

Die Stromdichte im Kupfermantel wurde nach Gl. (43a) errechnet zu

$$j_M = \frac{1 \cdot 65}{2 \cdot 636 \cdot 0{,}96 \cdot 8{,}7 \cdot 0{,}018 \cdot 10^{-4} \cdot 1{,}515}$$

$$= 2250 \text{ A/cm}^2 = \underline{22{,}5 \text{ A/mm}^2} \text{ (Eff. Wert).}$$

und die Stromdichte in der Stirnverbindung nach Gl. (42):

$$j_S = \left(\frac{12 \cdot 0{,}065}{4 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 0{,}065}\right) 22{,}5 = \underline{16{,}9 \text{ A/mm}^2.}$$

Mit Hilfe der anfangs beschriebenen Methode wurde an der Manteloberfläche (in axialer Mitte zwischen den Stirnseiten) gemessen:

$$j_M = \underline{22 \text{ A/mm}^2.}$$

Der auf eine Statorphase reduzierte Wirkstrom des Kupferzylinders beträgt nach Gl. (45a):

$$I'_{2w_{\text{eff.}}} = \left(\frac{\pi \cdot 12 \cdot 0{,}065}{2 \cdot 3 \cdot 636 \cdot 0{,}96}\right) \cdot 2250 = \underline{1{,}51 \text{ A.}}$$

Gemessen wurde (s. Vektordiagramm Fig. 8e):

$$I'_{2w} = \frac{2{,}55}{\sqrt{3}} = \underline{1{,}47 \text{ A.}}$$

Der Totalstrom $I_{1k} = \frac{4{,}65}{\sqrt{3}}$ setzt sich in bekannter Weise aus den Wirkströmen für Kupferzylinder und Eisenkern und den Blindströmen zusammen.

Für eine Kurzschlußsättigung $B_{\delta k} = 4600$ Gauss sind die Magnetisierungsamperewindungen für Luft und Kupfer:

$$AW/\text{Pol} = 0{,}8 \cdot 4600 \cdot (0{,}04 + 0{,}065) \cdot 1{,}05 = 405$$

mit 10 % Zuschlag für die Magnetisierung des Statoreisens:

$AW/\text{Pol}_{res} = 450$ und der entsprechende Blindstrom

$$I_{1\mu_{eff}} = \frac{2{,}22 \cdot 450 \cdot 2}{3 \cdot 636 \cdot 0{,}96} = \underline{1{,}1 \text{ A}}/\text{Phase} \quad (47)$$

Dasselbe Beispiel für $f_2 = f_1 = 50$/s und $U_{1k} = 235$ V, $E_1 = 138$ V/Phase, $\Phi_k = 102\,000$ Mx, $B_{\delta k} = 1960$ Gauss ergab:

$P_{Cu} = \frac{3 \cdot (138)^2 \cdot 1}{43} = \underline{1330 \text{ Watt}}$ entsprechend $\underline{0{,}86 \text{ mkg}}$ (gerechnet).

Gemessen wurde bei $U_{1k} = 235$ V ein Strom pro Phase im Kurzschluss $I_{1k} = \frac{6{,}5}{\sqrt{3}} = 3{,}75$, ein Moment $M_{Cu+Fe} = 0{,}97$ mkg und ein Leistungsfaktor $\cos \varphi_{1k} = 0{,}805$. Ferner wurde gemessen für den Eisenkern allein (ohne Kupferzylinder) $M_{Fe} = 0{,}26$. $\left(\frac{138}{187{,}5}\right)^{2{,}5} = \underline{0{,}118 \text{ mkg}}$, wen $E_1 = 187{,}5$ V. Damit wird

$$M_{Cu} = 0{,}97 - 0{,}118 = \underline{0{,}85 \text{ mkg}} \text{ (gemessen).}$$

Die gute Uebereinstimmung von Rechnung und Messung ist zufällig, man muss im Bereiche der technischen Frequenzen im allgemeinen, wie erwähnt, mit Abweichungen bis zu 10 % rechnen.

Die Stromdichte im Kupfermantel j_M bei einem angenommenen spezifischen Widerstand $\varrho_{Cu} = 0{,}018 \cdot 10^{-4}$ berechnet sich zu:

$$j_M = \frac{138}{2 \cdot 636 \cdot 0{,}96 \cdot 8{,}7 \cdot 0{,}018 \cdot 10^{-4} \cdot 1{,}515}$$
$$= 4700 \text{ A/cm}^2 = \underline{47 \text{ A/mm}^2}$$

Gemessen wurde (dem Temperatur-Zeit Oszillogramm entnommen):

$j_M = 43$ A/mm² (s. Osz. Fig. 2).

Dieser Messpunkt ist insofern etwas unsicher, als durch die rasche Erwärmung des Kupfermantels der spez. Widerstand rasch auf einen höhern Wert als den oben angegebenen gewachsen ist. Bei Berücksichtigung dieser Tatsache muss der Unterschied zwischen Messung und Rechnung kleiner sein.

Der Wirkstrom im Kupfermantel:

$$I'_{2w_{Cu}} = \frac{\pi \cdot 12 \cdot 0{,}065}{2 \cdot 3 \cdot 636 \cdot 0{,}96} 4700 = \underline{3{,}15 \text{ A/Phase}} \quad \text{(berechnet)}$$

(2,86 A für $j_M = 4300$ A/cm²).

Aus dem *gemessenen* Statorstrom und dem Vektordiagramm wurde gefunden: $I'_{2w\,Cu} = \frac{5{,}3}{\sqrt{3}} = \underline{3{,}05}$ A/Phase.

Es kann also festgestellt werden, dass der Kurzschlusspunkt noch nach Grenzfall I berechnet werden darf.

Grenzfall II.

Berechnung der elektrischen Daten des nutenlosen Rotors mit unmagnetischem Hohlzylinder unter Berücksichtigung der Wirbelströmung.

Wenn auch im Bereiche der technischen Frequenzen die bisherigen Formeln für die Berechnung dünnwandiger Hohlzylinder genügend genaue Resultate für die Praxis ergeben, so sind doch folgende Fragen noch nicht beantwortet:

1. Welches ist der wahre Verlauf der Radialkomponente der Luftspaltfeldstärke $\mathfrak{H}_z$ in axialer (y-) Richtung $\left(\frac{\partial \mathfrak{H}_z}{\partial y}\right)$? Welchen Einfluss auf diesen Verlauf üben die Grössen f, ϱ, δ und δ_M aus? Welchen Einfluss hat die Grösse der Induktion auf die Form des Kurvenverlaufes $\left(\frac{\partial \mathfrak{H}_z}{\partial y}\right)$?

2. Wie verlaufen $\mathfrak{H}_z$ und die beiden Komponenten der Stromdichte j_x (Tangentialkomponente) und j_y (Axialkomponente), wenn beim Hohlzylinder die Stirnverbindungsringe entfernt werden, wenn also $b_s = 0$ und $l_M = l_1$ wird (s. Fig. 6a). Denn für diesen Fall haben die bisherigen Formeln keine Gültigkeit mehr.

Zur Lösung dieser Fragen müssen die Wirbelstromerscheinungen geklärt werden. Dies geschieht am anschaulichsten durch Vektordiagramme, die in ihrer prinzipiellen Form von Krämer [7]) angegeben wurden. Bei der Anwendung dieser Diagramme auf den vorliegenden Fall muss aber zusätzlich der Einfluss des Luftspaltes und die Ungleichheit der Wirbelstrom-Weglängen berücksichtigt werden. Auch sollen nicht nur Rundquerschnitte, sondern in erster Linie Quadrat- und Rechteck-Querschnitte untersucht werden. Endlich soll nicht nur der Verlauf des Wirbelstromes und der magnetischen Spannung, sondern auch der Verlauf des Flusses im Vektordiagramm dargestellt werden.

Zunächst diene zur prinzipiellen Klärung folgende Anordnung:

a) Unmagnetische Platte von endlicher oder unendlicher Ausdehnung, senkrecht von einem Wechselfluss durchsetzt.

Die Anordnung geht aus der Erklärungsfigur von Fig. 9 hervor. Auf den lamellierten Eisenkern von rechteckigem Querschnitt sei eine (nicht gezeichnete) Erregerwicklung der Windungszahl $w_l = 1$ aufgebracht, welche die magnetische Spannung für den Weg $\delta + \delta_M$ aufzubringen hat. Die magnetische Spannung der Erregerwicklung über die ganze Polfläche im Luftspalt sei konstant. Die Platte habe entweder die Abmessungen $a \cdot b$ (gleich wie der Eisenkern) oder die Abmes-

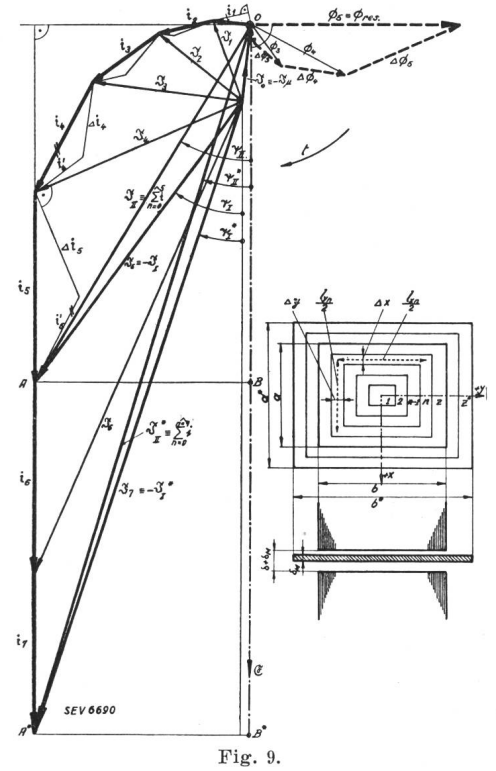


Fig. 9.

Spiraldiagramm für Zonenstrom und Zonenfluss,
dargestellt am Beispiel einer rechteckigen Kupferplatte im Luftspalt eines Eisenkerns, die von einem 50periodigen Wechselfluss durchsetzt wird. Luftspalt $\delta = 0$, Plattenstärke $\delta_M = 0{,}1$ cm, $B_0 = 1000$ Gauss.

[7]) Arch. Elektrotechn. 1933, S. 405, und ETZ 1931, S. 76.

sungen $a^* \cdot b^*$, wobei $\frac{b}{a} = \frac{b^*}{a^*} = k$, oder die Abmessungen $a^* = b^* = \infty$. In allen Fällen sei der Plattenbezirk innerhalb der Polfläche in z Zonen gleicher Breite Δ_x resp. Δ_y eingeteilt. Der Plattenbezirk ausserhalb der Polfläche sei in m Zonen gleicher Breite eingeteilt, wobei $z + m =$ windungen $\Im_n$ und treiben durch diese Zone den Zonenfluss $\Delta\Phi_n$. Die Zone n umfasst den Fluss Φ_{n-1} gänzlich. Dieser erzeugt in der Zone n-1 wie auch in der Zone n den Zonenstrom i_{n-1}. Doch fliesst in letzterer noch zusätzlich der Strom Δi_n, der durch die zusätzliche Flussverkettung $\frac{\Delta\Phi_{n-1}}{2} \hat{+} \frac{\Delta\Phi_n}{2}$

Tabelle zu Fig. 9 und 11a. Tabelle I.

n	I_n eff. A	B_n max. 10^3 Gauss	Δi_{n+1} eff. A	i_n eff. A	j_n eff. A/mm²	$\frac{2n-1}{2n+1}$ k_n	i'_{n+1} eff. A	i_{n+1} eff. A	$\frac{2_{n-1}}{2z}$	ΔF_n cm²	$\Delta\Phi_n$ Mxw.	R_n $10^{-4}\,\Omega$	ΔP_{wn} Watt
0	60	1	30	0	0	0	0	30		0	0		0
1	67	1,11	33,5	30	6	0,33	10	42,5	0,1	1	1 060	0,72	0,065
2	83,5	1,39	41,8	42,5	8,5	0,6	25,5	64	0,3	3	3 750	2,16	0,39
3	117	1,95	58,5	64	13	0,715	45,8	96,5	0,5	5	8 350	3,6	1,48
4	177	2,95	88,7	96,5	19,3	0,78	75	148	0,7	7	17 200	5,05	4,7
5	272	4,53	0	148*)	29,6*)	(0,91)	147	147	0,9	9	33 500	6,5	14,2
6	400	0	0	147	29,4	0,845		125			0	7,9	17
7	515	0		125	25						0	9,4	14,7

*) $i_{max.} = 163$ A und $j_{max.} = 32{,}6$ A/mm²

z^* ist. In der n-ten Zone fliesse der Wirbelstrom i_n. Messungen haben gezeigt, dass eine solche Festlegung der Wirbelstrombahnen in ziemlich weiten Grenzen von k genügend genau der Wirklichkeit entspricht. Die Länge der Wirbelstrombahn n sei demnach

$$2\left(\frac{l_{x_n}}{2} + \frac{l_{y_n}}{2}\right), \text{ wobei } \frac{l_{x_n}}{l_{y_n}} = \frac{b}{a} = k$$

In der vorliegenden Aufgabe sei gegeben: Dimensionen von Kern, Luftspalt und Platte in cm, der spez. Widerstand der Platte in Ohm-cm sowie Amplitude und Frequenz des Wechselflusses. *Gesucht sei:* die Verteilung von Wirbelstrom, Induktion und magnetischer Spannung nach Grösse und Phasenlage. Als Parameter seien Luftspalt, Plattendimensionen, spez. Widerstand, Amplitude von Φ_{res} und Frequenz f eingeführt. Gesucht sei ferner der ohmsche und der induktive Widerstand der Platte und die Leistung der Wirbelströme.

Da der resultierende Fluss Φ_{res} sich aus vielen, zueinander phasenverschobenen Einzel-(Zonen-) flüssen zusammensetzt, die selbst in ihrer Grösse und gegenseitigen Phasenlage noch nicht bekannt sind, beginnt man das Diagramm nicht mit dem resultierenden Fluss, sondern mit einer willkürlich gewählten Grösse und Phasenlage der Induktion in der (innersten) Zone 0. Man wählt z. B. $B_0 =$ 1000 Gauss und berechnet fortschreitend B_0 bis B_z und daraus Φ_{res}. Weicht dieser Fluss von dem angenommenen in seiner Grösse ab, so genügt eine einfache Maßstabsänderung für Fluss, Induktion, Feldstärke und Wirbelstrom, um die Reduktion auf den angenommenen Fluss zu vollziehen. Die Anwendung derselben Methode auf *magnetisches* Plattenmaterial ist ohne weiteres möglich, eine Maßstabsänderung zwecks Reduktion aber nur bei konstanter Permeabilität.

Die elektrischen Vorgänge, z. B. in der Zone n, sind folgende: Auf diese Zone wirken die Amperein Zone n gegenüber n—1 erzeugt wird. Im Grenzfall: Zonenbreite $\Delta \to 0$ wird: $\frac{\Delta\Phi_{n-1}}{2} \hat{+} \frac{\Delta\Phi_n}{2} =$ $\Delta\Phi_n$. Der totale Zonenstrom in Zone n ist damit $i_n = i_{n-1} + \Delta i_n$, sofern die Leitfähigkeit der Platte in beiden Zonen gleich und die Wirbelstromwege gleich lang sind. Ist die letzte Bedingung nicht erfüllt (Zahl der Zonen z nicht sehr gross), so wird:

$$i_n = i_{n-1}\left(\frac{\varrho_{n-1} \cdot l_{n-1}}{\varrho_n \cdot l_n}\right) + \Delta i_n = i_{n-1} \cdot k_{n-1} + \Delta i_n = i'_n + \Delta i_n$$

wo l_n die Wirbelstrom-Weglänge in Zone n ist: Die auf Zone n wirkenden Amperewindungen sind demnach:

$$\Im_n = \Im_{n-1} + i_n = \Im_{n-1} + i'_n + \Delta i_n = \Im_{n-1} + \underbrace{(\Im_{n-1} - \Im_{n-2})}_{i_{n-1}} \cdot k_{n-1} + \Delta i_n \qquad (48)$$

Für endliche Zonenbreiten und hohe Ansprüche an Genauigkeit empfiehlt es sich, auch den zusätzlichen Zonenstrom zu zerlegen in seine 2 Komponenten

$$\Delta i_n = \left(\frac{\Delta i_{n-1}}{2} + \frac{\Delta i_n}{2}\right)$$

(s. Fig. 9a)

Der Faktor k_n ist für $\varrho =$ konstant über die ganze Platte:

$$k_n = \frac{l_n}{l_{n+1}} = \frac{2n-1}{2n+1}$$

Der Vektor der Induktion der Zone n ist

$$\mathfrak{B}_{n_{max}} = \frac{0{,}4\,\pi \cdot \sqrt{2}}{(\delta + \delta_M)} \cdot \Im_n \qquad (49)$$

wenn $\Im_n$ in A eingesetzt ist und $\delta + \delta_M$ in cm. Der zusätzliche Zonenstrom Δi_n ist gegenüber den erregenden Amperewindungen $\Im_n$ zeitlich 90° nach-

eilend phasenverschoben und errechnet sich dem Betrage nach aus:

$$|\Delta i_{n_{eff}}| = \frac{\Delta e_n}{R_x + R_y} = \frac{4{,}44 \cdot 10^{-8}(l_{x_n} \cdot \Delta_x + l_{y_n} \cdot \Delta_y) \cdot f}{\left(\frac{\varrho_n}{\delta_M}\right)\left(\frac{l_{x_n}}{\Delta_x} + \frac{l_{y_n}}{\Delta_y}\right)} \cdot |\mathfrak{B}_n| =$$

$$\left\{4{,}44 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{f \cdot \delta_M}{\varrho_n} \cdot \Delta_x^2 \cdot \left(\frac{2\,k^2}{1+k^2}\right)\right\} \cdot B_n^{\text{gauss}} \qquad (50)$$

$$\text{wo } \frac{l_{x_n}}{l_{y_n}} = \frac{\Delta_y}{\Delta_x} = k$$

$k = 1$ für Quadrat und Kreis und damit

$$\left(\frac{2\,k^2}{1+k^2}\right) = 1.$$

Man beginnt in der Zone $n = 0$ (hier Schnittpunkt der Diagonalen der Platte). $\Delta\Phi_0 = B_0 \cdot \Delta f_0$, $B_0 = 1000$ Gauss nach Annahme, $\Delta f_0 = 0$. Aus Gl. (49) wird $\mathfrak{F}_0$ berechnet und in beliebiger Richtung aufgezeichnet (denn mit $\mathfrak{F}_0$ beginnt die Konstruktion des Diagrammes). Dann wird der Zonenstrom i_1 bestimmt: $i_1 = \Delta i_1 + i'_1 = \Delta i_1$, weil $i'_1 = 0$ ist. Δi_1 wird nach Gl. (50) aus $\mathfrak{B}_1$ resp. $\mathfrak{F}_1$ bestimmt. Leider ist $\mathfrak{F}_1$ erst bekannt, wenn i_1 berechnet ist. Um hier eine umständliche Rechnung zu vermeiden, soll Δi_1 (resp. Δi_n) nach Gl. (49) und (50) aus $\mathfrak{F}_0$ (resp. $\mathfrak{F}_{n-1}$) berechnet werden und in bezug auf diese senkrecht stehen, was bei kleiner Zonenbreite Δx und Δy zulässig ist. Genauer ist die Konstruktion nach Fig. 9a, die sich von selbst erklärt. Es wird also auf Grund von $\mathfrak{F}_0$ und i_1 der Vektor $\mathfrak{F}_1$ konstruiert, mit dessen Hilfe wird Δi_2 berechnet und der Strom i'_2 wird vektoriell addiert. i'_2 verläuft parallel zu i_1. In der genauen Konstruktion Fig. 9a ist noch zu beachten, dass Δi_n senkrecht zu einem Vektor steht, der durch M geht.

Von innen nach aussen fortschreitend erhält man so eine Spirale des Wirbelstromes und gleichzeitig eine Spirale der Zonenflüsse. Diese werden berechnet nach Gleichung

$$\Phi_{res.} = \sum_{n=0}^{z} \Delta\Phi_n = \dot{\sum} \mathfrak{B}_n \cdot \Delta F_n = \dot{\sum} (\Delta_x \cdot l_{xn} + \Delta_y \cdot l_{yn}) \mathfrak{B}_n$$

$$= 4\,b \cdot \Delta_x \sum_{n=0}^{z} \left(\frac{2n-1}{2z}\right) \cdot \mathfrak{B}_n \qquad (51)$$

$$\text{wo } l_{xn} = 2b \cdot \left(\frac{2n-1}{2z}\right) \text{ und } l_{yn} = 2a \cdot \left(\frac{2n-1}{2z}\right).$$

Sobald man in der äussersten Zone z bzw. z^* angelangt ist, kann man die resultierenden Amperewindungen $\mathfrak{F}_z$ bzw. $\mathfrak{F}^*_z$ angeben. Damit ist auch der primäre Erregerstrom $\mathfrak{F}_I = -\mathfrak{F}_z$ bekannt.

(Im folgenden soll mit Index I das Erregersystem und mit Index II das Plattensystem bezeichnet werden.) Die Vektorsumme $\sum_{n=0}^{n=z} i_n = \mathfrak{F}_{II}$ stellt den resultierenden Wirbelstrom der Platte dar. Der resultierende Erregerstrom $\mathfrak{F}_I$ setzt sich demnach zusammen aus:

$\mathfrak{F}_I = \mathfrak{F}_{I\mu} + (-\mathfrak{F}_{II})$, wobei $\mathfrak{F}_{I\mu} = -\mathfrak{F}_0$ und $w_I = 1$.

Die maximale induzierte Spannung $\mathfrak{E}_{II}$ kann einerseits aus dem Induktionsgesetz errechnet werden, da der resultierende Fluss bekannt ist, und andererseits ist aus dem elektrischen Umlaufsgesetz: $i_z \cdot R_z = \mathfrak{E}_{II}$. Der Vektor der resultierenden induzierten Spannung hat demnach gleiche Richtung wie der Vektor des Wirbelstromes i_z.

Damit sind auch (s. Fig. 9 und 10) die Phasenwinkel zwischen der induzierten Spannung $\mathfrak{E}$ und dem Erregerstrom $\mathfrak{F}_I$, also der Winkel ψ_I, sowie der

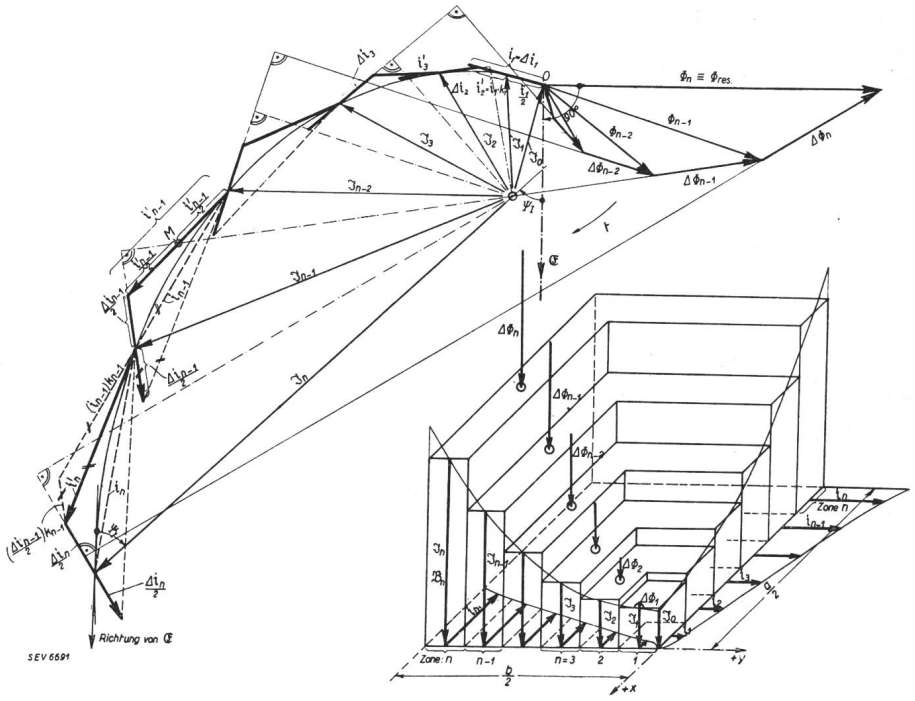


Fig. 9a.
Genaues Spiraldiagramm.

Winkel ψ_{II} bestimmt. Die Ströme im Plattensystem verhalten sich dann:

Wirkstrom $\mathfrak{F}_w$: Blindstrom $\mathfrak{F}_r$: Totalstrom $\mathfrak{F}$ = $OB : AB : OA$.

Desgleichen verhalten sich die Leistungen Wirkleistung P_w: Blindleistung P_r: Scheinleistung P im gleichen Verhältnis.

Der resultierende ohmsche Widerstand der Platte ist daher:

$$R_{II} = \frac{OB}{OA} \cdot Z_{II} = \frac{OB}{OA} \cdot \frac{E_{II}}{I_{II}} = \cos\psi_{II} \cdot \left(\frac{E_{II}}{I_{II}}\right) \qquad (52)$$

und der resultierende induktive Widerstand der Platte ist:

$$X_{II} = \frac{AB}{OA} \cdot Z_{II} = \sin \psi_{II} \cdot \left(\frac{E_{II}}{I_{II}}\right) \qquad (53)$$

Z_{II} ist die Impedanz der Platte.

Für das «Stirnringgebiet» der Platte, die Zonen $m = z^* - z$, gilt auch wieder Gl. (48); hier ist $\Delta i_{z+m} = 0$ zu setzen, wenn man annimmt: $\Delta\Phi_{z+M} = 0$. Dann liegen alle Zonenströme i_{m+z} in der Tangente an die Wirbelstromspirale im Punkte A. Aus den Fig. 9 und 10 ist ersichtlich, dass die

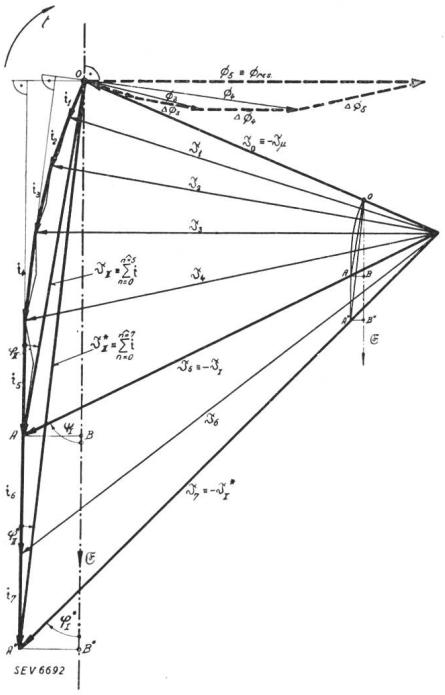


Fig. 10.
Diagramme für die gleiche Platte, für gleiche Frequenz, gleiche Luftspaltsättigung in der Zone 0 ($B_0 = 1000$ Gauss), **aber für einen Luftspalt $\delta = 0{,}4$ cm.**

Phasenwinkel ψ^*_{II} und ψ^*_{I} kleiner werden als ψ_{II} bzw. ψ_I. Der Leistungsfaktor der Wirbelstromtransformation wird also grösser bei einer Platte mit «Stirnring».

Die Verlustleistung P_w in der Platte beträgt:

$$P_w = \sum_{n=0}^{n=z^*} R_n \cdot i_n^2 = \frac{\varrho \cdot 4\,b^*}{\delta_M \cdot \Delta_x} \left(\frac{1+k^2}{2\,k^2}\right) \sum_{n=0}^{z^*} \left(\frac{2\,n-1}{2\,z^*}\right) \cdot i_n^2 \qquad (54)$$

wenn die Zonenbreiten $\Delta^*_x = \Delta_x$ sind.

In Fig. 9 wird als Beispiel eine Platte der Dimensionen $a^* = b^* = 7$ cm und der Dicke $\delta_M = 0{,}1$ cm durchgerechnet. Der Eisenkern hat den Querschnitt $a = b = 5$ cm, $\delta = 0$. Der spez. Widerstand der Platte $\varrho_{Cu} = 0{,}018 \cdot 10^{-4}$ Ohm·cm, der Maximalwert der Luftspaltinduktion in der Zone $n = 0$ sei $B_0 = 1000$ Gauss und die Frequenz des Wechselfeldes $f = 50$/s.

Wegen besserer Uebersichtlichkeit werden nur $z = 5$ und $m = 2$ Zonen gewählt ($\Delta_x = \Delta_y = 0{,}5$ cm). Für eine genaue Konstruktion sollten aber mindestens $z = 10$ Zonen gewählt werden. Dann darf auch für die erwähnte Vereinfachung in Gl. (50) Δi_{n+1} an Stelle von Δi_n gesetzt werden.

Der Verlauf der Stromdichte j des Wirbelstromes und der Luftspaltinduktion B ist in Fig. 11a dargestellt. Die räumlich mittlere Luftspaltinduktion beträgt:

$$\overline{B}_{max} = \frac{\Phi \text{ res.}}{b \cdot b} = \frac{\sum_{n=0}^{n=z} \Delta \Phi_n}{b^2} = \frac{55\,000}{25} = 2200 \text{ Gauss.}$$

Die Spannung in der äussersten Faser z des Flussgebietes: $E_{eff} = 4{,}44 \cdot 50 \cdot 55\,000 \cdot 10^{-8} = 0{,}122$ V, woraus eine Stromdichte in dieser Faser resultiert:

$$\underline{j} = \frac{0{,}122}{0{,}018 \cdot 10^{-4} \cdot 20} = 3380 \text{ A/cm}^2 = \underline{33{,}8 \text{ A/mm}^2}$$

Der Kontrollpunkt im Diagramm ergibt: $j = 32{,}6$ A/mm² (Fig. 11) (Ungenauigkeit infolge zu geringer Zonenzahl z).

In Fig. 10 wird als weiteres Beispiel die gleiche Platte durchgerechnet, wenn sie der Einwirkung desselben Wechselfeldes ($B_0 = 1000$ Gauss) unterworfen ist. Gegenüber dem ersten Beispiel habe nur die Grösse des Luftspaltes $\delta = 0{,}4$ cm (anstatt 0 cm) geändert. Aus den Diagrammen Fig. 10 geht hervor, dass die Spiralen von Wirbelstrom und Zonenfluss viel flacher verlaufen als im ersten Bei-

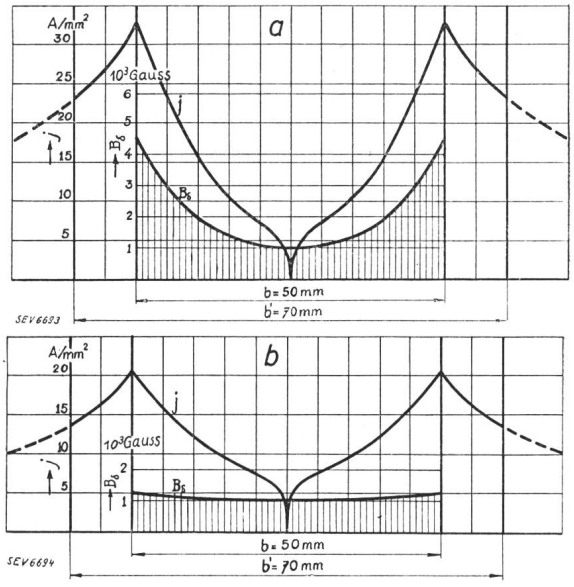


Fig. 11.
Räumlicher Verlauf des Amplitudenwertes der Sättigung im Luftspalt und des Effektivwertes der Stromdichte im Kupfermantel.
a korrespondiert mit Fig. 9, *b* korrespondiert mit Fig. 10.

spiel. Der resultierende Fluss beträgt $\Phi_{res} = 26\,500$ Mx. Man würde auch dasselbe Diagramm in 5 mal kleinerem Maßstab erhalten, wenn man wieder, wie im ersten Beispiel, $\delta = 0$ cm, die Frequenz aber nur 10/s statt 50/s wählen würde (s. auch Fig. 10). Der Induktionsverlauf würde dann nach Grösse und Phasenlage derselbe sein, der Verlauf der Stromdichte der Phasenlage nach ebenfalls gleich,

der Grösse nach aber 5 mal kleiner. Die Diagramme sind also für einen konstanten Wert von $\frac{f}{\delta+\delta_M}$ ähnlich, konstante Plattendicke δ_M und unmagnetisches Plattenmaterial vorausgesetzt.

Für ferromagnetisches Plattenmaterial muss man bei der Aufstellung des Diagrammes berücksichtigen, dass Δi_n wegen der Abhängigkeit der Permeabilität von der Feldstärke nicht mehr proportional I_n ist. Ist die Abhängigkeit jedoch bekannt, so ist es ein leichtes, auch ferromagnetische Platten mit oder ohne Luftspalt zu berechnen.

b) Anwendung der Spiraldiagramme auf den nutenlosen Rotor mit unmagnetischem Hohlzylinder nach Fig. 6a. ($b_s = 0$).

Es werde gesetzt: $l_M = l_1 = 87$ mm $= b = b^*$ und: $\tau = 94{,}5$ mm $= a = a^*$, da $b_s = 0$.

Während in den bisherigen Beispielen die magnetische Spannung des Erregerfeldes über den ganzen Flächenbezirk $x = \pm \frac{a}{2}$ und $y = \pm \frac{b}{2}$ als konstant vorausgesetzt war, soll nun die erregende magnetische Spannung des Stators nur noch in y-Richtung als konstant, in x-Richtung, aber als räumlich sinusförmig verteilt, vorausgesetzt sein. Es soll also sein: für $y =$ konstant: $\Im = \Im_{max} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{a} \cdot x\right)$

Das Wechselfeld pulsiere mit der Frequenz $f = 50$ s; der Maximalwert der Sättigung an der Stelle $x = 0$ und $y = 0$ betrage wiederum $B_{0max} = 1000$ Gauss. An der Stelle $x = \pm \frac{a}{2}$ ist dann $\mathfrak{B} = 0$ Gauss. Für andere Werte von B_0 genügt wie früher eine einfache Maßstabsänderung für Wirbelstrom, magnetische Spannung und Fluss, solange das Plattenmaterial eine konstante Permeabilität hat.

Für nicht allzu hohe Werte von $\left(\frac{f}{\varrho} \cdot \frac{\delta_M}{\delta_M+\delta}\right)$ darf man schreiben:

$B = B_{n\,max.} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{a} \cdot x\right)$ hier ist im allgemeinen

$$\frac{\partial B}{\partial y} \neq 0 \text{ für } x = \text{konst.}$$

Bei hohen Frequenzen $f \gg 50/s$, bei $\frac{\delta_M}{\delta_M+\delta} = 1$ und $\varrho = \varrho_{Cu}$ begeht man mit der Annahme sinusförmiger B-Verteilung in x-Richtung einen beträchtlichen Fehler (s. z. B. Bull. SEV 1935, Nr. 20, S. 558, Fig. 24).

Nun soll hier aber nicht der Fall des pulsierenden Wechselfeldes, sondern der eines Drehfeldes gleicher Amplitude untersucht werden. $B_{n\,max}$ bedeutet hier also das zeitlich konstante Maximum des Drehfeldes. Während bisher die Achse des Wechselfeldes in bezug auf die Platte still stand und der Koordinatennullpunkt in die Plattenmitte (Schnittpunkt der Diagonalen) verlegt war, so soll hier der Bezugspunkt mit dem Drehfeldmaximum zusammenfallen, also über die (kreisförmig gebogene) Platte mit konstanter Geschwindigkeit in x-Richtung fortlaufen. Die Verteilung des Drehfeldes für jeden Zeitmoment in x-Richtung folge der Sinusform. Bezogen auf den umlaufenden Koordinaten-Nullpunkt stehe auch die Stromverteilung in der Platte still. Von dem Bezugspunkt aus gesehen handelt es sich also um eine zu einem Gleichfeld und zu einem Gleichstrom erstarrte Verteilung. Daher fallen Effektiv- und Maximalwert für $\Im_n$, Δi_n und i_n zusammen, die Ströme in den Gl. (48—50) sind demnach mit $\sqrt{2}$ und die Leistung in Gl. (54) mit dem Faktor 2 zu multiplizieren. Diese Tatsache geht auch aus folgender Ueberlegung hervor: Beim *Drehfeld* ist *jeder* Punkt der Platte der Einwirkung eines Feldes unterworfen, das zeitlich in diesem Punkt sinusförmig verläuft. Der Maximalwert dieses Feldes ist gleich der Drehfeldamplitude. Beim *Wechselfeld* gleicher Amplitude dagegen weisen nur die Plattenpunkte an der Stelle $x = 0$ die gleichen Feldschwankungen auf, bei allen übrigen Punkten der Platte, im ganzen Plattenbezirk: $-\frac{a}{2} < x < +\frac{a}{2}$ sind die Feldamplituden kleiner, entsprechend der räumlich sinusförmigen Verteilung der Feldamplituden.

Der Quotient der Verlustleistungen von Drehfeld zu Wechselfeld berechnet sich folgendermassen, wenn Drehfeldmaximum B_Δ gleich Wechselfeldmaximum $B_\sim$, $B_\Delta = B_\sim = B_{max}$ gesetzt wird.

$$\frac{P_\Delta}{P_\sim} = \frac{B^2_{max}}{\frac{1}{\pi}\int_{\alpha=0}^{\pi} B^2 \cdot d\alpha} = \frac{B^2_{max}}{\frac{1}{\pi}\int_{\alpha=0}^{\pi} B^2_{max} \cdot \sin^2\alpha \cdot d\alpha}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{\pi}\int_{\alpha=0}^{\pi} \sin^2\alpha \cdot d\alpha} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = \underline{\frac{2}{1}}$$

Gl. (49) geht also über in

$$B^{Gauss}_{n\,max} = \left(\frac{0{,}4\,\pi}{\delta+\delta_M}\right)\Im_n \qquad (49a)$$

und Gl. (50) in

$$\Delta i_n = \left\{4{,}44 \cdot \sqrt{2} \cdot 10^{-8} \cdot \frac{f \cdot \delta_M}{\varrho_n} \cdot \Delta_x^2 \left(\frac{2\,k^2}{1+k^2}\right)\right\}\overline{B_n}$$

$$= \left\{2\,\pi \cdot 10^{-8} \cdot \frac{f \cdot \delta_M}{\varrho} \cdot \Delta_x^2 \left(\frac{2\,k^2}{1+k^2}\right)\right\}\overline{B_n} \qquad (50a)$$

wo $\overline{B_n} = \frac{\overline{B_{nx}} + \overline{B_{ny}}}{2}$

$$= \frac{k'_n[B_0 + 0{,}3\,(B_{n\,max} - B_0)] + k''_n \cdot B_{n\,max}}{2}$$

$\overline{B_{n\,x}}$ bzw. $\overline{B_{n\,y}}$ sei der räumliche Mittelwert der Sättigung über der Zonenfläche $(\Delta_x \cdot l_{x\,n})$ resp. $(\Delta_y \cdot l_{y\,n})$.

Der Faktor 0,3 in der Formel für $B_{n\,x}$ erfasst die Verteilung der Radialkomponente der Induktion in axialer (y) Richtung zum Zwecke der räumlichen Mittelwertbildung. Dieser Faktor wurde bestimmt auf Grund von Messungen dieser Induktionsverteilung an verschiedenen Rotoren.

Der Faktor k'_n berücksichtigt, dass die Induktion in dem Flächenstück $\Delta_x l_{x\,n}$ mit zunehmender Zonenzahl n nach dem Cosinus-Gesetz abnimmt. Der Faktor k''_n berücksichtigt, dass der räumliche Mittelwert der Induktion in dem Flächenstück $\Delta_y \cdot l_{y\,n}$ mit zunehmender Zonenzahl n ebenfalls abnimmt. Unter der Annahme einer rein sinusförmigen Verteilung der Luftspaltinduktion in der Umfangs- (x) Richtung des Hohlzylinders findet man:

$$k'_n = \cos\frac{\pi}{2}\left(\frac{2n-1}{2z}\right)$$

$$k''_n = \frac{\sum_{n=0}^{n}\frac{\pi}{2z}\left\{\cos\frac{\pi}{2}\left(\frac{2n-1}{2z}\right)\right\}}{\frac{n}{z}\cdot\frac{\pi}{2}\cdot 1}$$

$$= \frac{\sum_{n=0}^{n}\cos\frac{\pi}{2}\left(\frac{2n-1}{2z}\right)}{n} = \frac{\sum_{n=0}^{n}\cdot k'_n}{n}$$

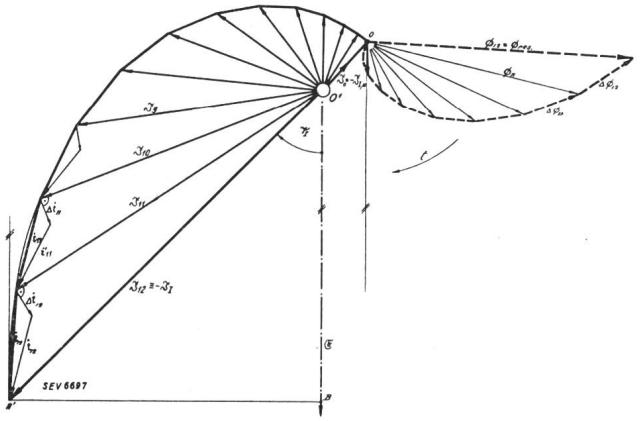


Fig. 12.
Spiraldiagramm für den Kupferzylinder eines nutenlosen Rotors.

Magnetische Spannung für den Kraftlinienweg in Luft und Kupfer. Verteilung von Fluss- und Wirbelstrom im Kupfer, unter einer Polfläche bei einer Frequenz von 50/s und einer Induktion von $B_0 = 1000$ Gauss (Grundwellen-Scheitelwert). Annahme eines in tangentialer (x-) Richtung räumlich sinusförmig verteilten Drehfeldes.

Die Konstruktion des Spiraldiagrammes für Wirbelstrom und Zonenfluss für einen bestimmten Fall geht aus Fig. 12 und Tabelle II hervor. Zur Erzielung einer grösseren Genauigkeit wird eine Unterteilung in $z = 12$ Zonen vorgenommen. Es wird wieder berechnet das früher erwähnte Beispiel: 4poliger Drehstrom-Asynchronmotor mit geschichtetem nutenlosem Rotor, wobei speziell der Kupfermantel für $b_s = 0$ (Fig. 6a) untersucht werden soll. Statorbohrung $D_1 = 120{,}6$ mm, $l_M = l_1 = 87$ mm $= b$, Polteilung $\tau = 94{,}5$ mm $= a$. Statorwicklung 3phasig, in Dreieck geschaltet, $w_l = 636$. Rotorkerndurchmesser $D_2 = 118{,}5$ mm, $l_2 = 87$ mm. $\delta_M = 0{,}65$ mm, $\delta = 0{,}4$ mm, $\varrho = 0{,}018 \cdot 10^{-4}$ Ohm·cm, $f_I = f_{II} = 50/s$.

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{b}{a} = \frac{l_1}{\tau} = \frac{87}{94{,}5} = 0{,}925,$$

$$\Delta_x = \frac{b}{2z} = \frac{9{,}45}{2\cdot 12} = 0{,}392 \text{ cm}.$$

Man berechnet so aus (49a): $B_{n\,max} = 11{,}8\ I_n$ und aus (50a): $\Delta i_n = 16 \cdot 10^{-3} \cdot B_n$.

Den resultierenden Fluss entnimmt man dem Spiraldiagramm der Zonenflüsse: $\Phi_{res} = 120\,500$ Mx. Die totale Verlustleistung pro Polfläche $\tau \cdot l_M$ ergibt sich aus der Summe der Zonenleistungen in der Tabelle I zu $P_w/\text{Pol} = 146{,}2$ W; für $2p = 4$ Pole ergibt sich der gesamte Kupferverlust im Rotor:

$$P_2 = 4 \cdot 146{,}2 = 585 \text{ Watt (gerechnet)}.$$

Die in einer Statorphase induzierte Spannung beträgt:

$$E_{1\,eff} = 4{,}44 \cdot 50 \cdot 636 \cdot 0{,}96 \cdot 120\,500 \cdot 10^{-8} = 164 \text{ Volt}.$$

Die Wirkspannung $E_{1w} = E_1 \cdot \cos\psi_I = 164 \cdot 0{,}7 = 115$ Volt.

Der Leistungsfaktor $\cos\psi_I$ wird dem Spiraldiagramm entnommen. Damit kann der auf eine Statorphase reduzierte Widerstand des Kupferzylinders R'_2 berechnet werden:

$$R'_2 = \frac{(E_1 \cdot \cos\psi_I)^2 \cdot m_1 \cdot s}{P_2} = \frac{(164 \cdot 0{,}7)^2 \cdot 3}{586}$$

$$= 67{,}5 \text{ Ohm} \qquad (40)$$

Tabelle zu Fig. 12. Tabelle II.

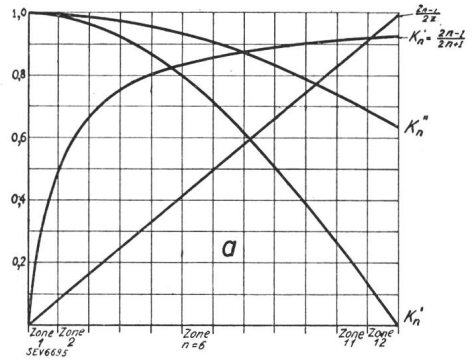
n	I_n A	$B_{n\,max}$ 10^3 Gauss	K'_n	K''_n	$\overline{B_n}$ 10^3 Gauss	Δi_{n+1} A	i_n A	$j_{x\,n}$ A/mm²	$j_{y\,n}$ A/mm²	$\frac{2n-1}{2n+1}$ K_n	i'_{n+1} A	i_{n+1} A	$\frac{2n-1}{2z}$	ΔF_n cm²	$\Delta \Phi_n$ Mx	R_n $10^{-4}\,\Omega$	ΔP_{w_n} Watt
0	85	1	1	1	1	16,2	0	0	0		0	16,2		0	0		0
1	86,5	1,02	0,995	0,995	1,02	16,3	16,1	6,8	6,3	0,33	5,4	21,2	0,041	0,56	570	1,1	0,0286
2	90	1,055	0,98	0,99	1,05	17,1	21,2	9	8,3	0,6	12,75	29,7	0,125	1,7	1790	3,35	0,15
3	98	1,15	0,95	0,98	1,08	17,7	29,7	12,5	11,6	0,715	21,2	39	0,208	2,83	3050	5,55	0,5
4	113	1,33	0,9	0,962	1,13	18,4	39	16,5	15,3	0,78	30,5	46,8	0,291	3,97	4500	7,8	1,18
5	137	1,62	0,84	0,94	1,26	20,3	46,8	19,8	18,3	0,82	38,2	56	0,375	5,1	6400	10	2,18
6	170	2,0	0,755	0,917	1,41	22,6	56	23,8	22	0,845	47,2	66	0,457	6,25	8800	12,3	3,84
7	210	2,5	0,66	0,885	1,59	25,5	66	28	26	0,865	56,6	77	0,54	7,35	11700	14,5	6,26
8	263	3,05	0,56	0,85	1,77	28,4	77	32,5	30	0,882	68	90,5	0,62	8,4	14900	16,6	9,9
9	319	3,75	0,445	0,81	1,94	31,1	90,5	38,5	35,5	0,895	81,3	106	0,71	9,7	18800	19	15,6
10	386	4,57	0,325	0,765	2,09	33,5	106	45	41,6	0,905	95,5	120	0,79	10,8	22500	21,2	23,8
11	470	5,55	0,2	0,715	2,23	36	120	51	47	0,912	110	138,5	0,87	11,8	26400	23,3	33,8
12	565	6,65	0,07	0,66	2,3		138,5	59	54,5	0,92			0,955	13	30000	25,6	49

Durch das Weglassen der «Stirnverbindung» des Kupfermantels ist dessen reduzierter Widerstand von 43 auf 67,5 Ohm gestiegen!

Der Wirkstrom, auf eine Statorphase reduziert, beträgt:

$$I'_{2w} = \frac{s \cdot E_{1w}}{R'_2} = \frac{1 \cdot 115}{67{,}5} = 1.71 \text{ A/Phase.} \quad (39)$$

Die vorstehende Rechnung wurde experimentell kontrolliert, erstens durch Messung des wirklichen Induktionsverlaufes in axialer Richtung mit Hilfe von Prüfschleifen, zweitens durch Messung der



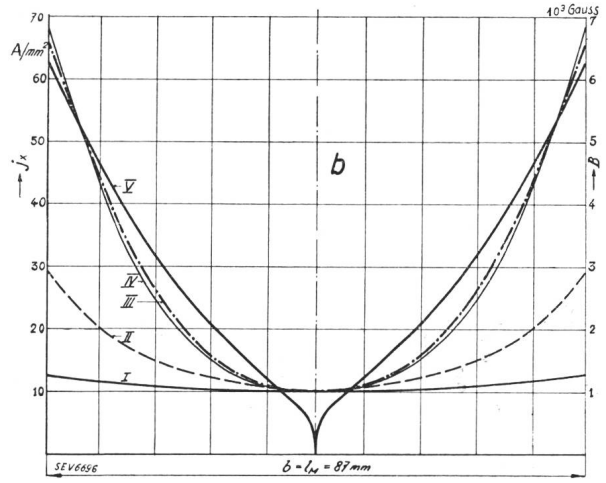


Fig. 13.

a

Faktoren zur Berechnung der Spiraldiagramme in Fig. 12.

b

Kurve I: Verteilung des Scheitelwertes der Luftspaltinduktion in axialer (*y*-) Richtung bei $f_2 = 50$/s, beim Rotor mit massivem Eisenkern und *entferntem* Kupferzylinder (gemessen).

Kurve II: Dieselbe Verteilung beim Rotor *mit* Kupferzylinder und Stirnverbindung (gemessen).

Kurve III: Wie Kurve II, aber mit entfernter Stirnverbindung (gerechnet).

Kurve IV: Wie Kurve III, gemessene Werte.

Kurve V: Räumliche Verteilung der Stromdichte j_x (Komponente in tangentialer Richtung), in axialer (*y*-) Richtung über die Luftspaltlänge (gerechnet).

Der *B*-Verlauf in Kurve III, sowie der *j* -Verlauf in Kurve V sind dem Spiraldiagramm, Fig. 12, entnommen.

Die Kurven I bis IV sind auf gleiche Induktion B_0 reduziert.

Drehmoment- und Leistungsaufnahme des Stators. Aus diesen Daten kann der Rotorkupferverlust ohne weiteres bestimmt werden.

Aus Fig 13a, Kurve III (gerechnet) und Kurve IV (gemessen) zeigt sich die wirklich gute Uebereinstimmung im Induktionsverlauf zwischen Rechnung und Messung. Für die Messung wurde der Mittelwert der Ergebnisse von 4 verschiedenen Rotorstellungen eingesetzt.

Die zweite experimentelle Kontrolle durch Messung der Leistung und des Drehmomentes ergab folgendes: Bei $U_{1k} = 230$ Volt und $f = 50$/s nahm der Motor im Stillstand einen Strom pro Phase $I_{1k} = 2{,}48$ A und eine Leistung von $P_{1k} = 1180$ W bei einem Leistungsfaktor $\cos\varphi_{1k} = 0{,}675$ auf. Das Drehmoment betrug $M_k = 0{,}555$ mkg. Nach Abzug der totalen Statorverluste von 290 W entfällt auf den Rotor (Kupferzylinder *und* Eisenkern) eine Leistung von $1180 - 290 = 890$ W entsprechend 0,58 mkg.

Durch eine getrennte Messung des Eisenkernes allein und Reduktion auf gleiche Sättigung erhält man:

$$P'_{2fe} = 0{,}26 \cdot \left(\frac{166}{187{,}5}\right)^{2{,}5} \cdot 1{,}028 \cdot 1500 = 296 \text{ W bei}$$

einer induzierten Spannung $E_1 = 166$ *V* entsprechend einem Kraftfluss $\Phi_{res} = 122\,000$ Mx.

Damit wird für $E_1 = 166$ V eine Leistung im Kupferzylinder

$$P_{2Cu} = 890 - 296 = 594 \text{ W bestimmt.}$$

Reduziert man diese Leistung noch auf die der Rechnung zu Grunde gelegte induzierte Spannung $E_1 = 164$ V, so wird die Leistung im Kupferzylinder:

$$P_{2Cu} = 594 \cdot \left(\frac{164}{166}\right)^2 = 580 \text{ W (gemessen),}$$

also praktisch gleich viel wie gerechnet.

Auf Grund der früher erwähnten Unsicherheiten beim Bestimmen der Materialkonstanten und der Daten der Maschine sind normalerweise trotzdem Abweichungen von 5 % bis zu 10 % zu erwarten. Doch wird man im allgemeinen zufrieden sein, wenn der Fehler bei dieser Rechnungsmethode 10 % nicht wesentlich überschreitet.

Die früher gestellte Frage nach dem Verlauf der Stromdichten j_x und j_y wird ebenfalls durch das Spiraldiagramm beantwortet. Der Verlauf der Stromdichte j_x (Strom in tangentialer Richtung) über der Strecke $b = l_M$ wird aus dem Zonenstrom (s. Tabelle II) errechnet.

Der Verlauf der Stromdichte j_y über $a = \tau$ sollte nach der Rechnung ähnlich sein wie der Verlauf von j_x und sich berechnen lassen aus: $j_y = \frac{l_M}{\tau} j_x = k \cdot j_x = 0{,}925 \cdot j_x$. In Wirklichkeit tritt aber eine gewisse Verzerrung ein, hauptsächlich in dem Sinne, dass für $y = 0$ die ganze j_y-Verteilungskurve über der Polteilung zeitlich mehr oder weniger nacheilend phasenverschoben ist in bezug auf die j_y-Verteilungs-Kurve für $y = \pm\frac{b}{2}$. Auch die *Form* der

Kurve für $y = 0$ wird verzerrt, indem die Ordinatensymmetrie mehr oder weniger verloren geht. Eine direkte Messung der wahren Verteilung mit den vorhandenen Einrichtungen war nicht möglich. Denn die Temperatur-Zeit-Oszillographie erlaubte nur die Messung der Effektivwerte, nicht aber der Momentanwerte. Der zeitliche Effektivwert der Stromdichte für eine gewisse Stelle des Kupfermantels könnte berechnet werden durch Bildung des räumlichen quadratischen Mittelwertes der j-Verteilung über eine Polteilung. Die Richtigkeit eines so berechneten Effektivwertes könnte experimentell bestätigt werden durch die Messung der Leistungsaufnahme oder mit Hilfe der erwähnten Temperatur-Zeit-Oszillographie.

Die vorstehend entwickelte Methode gibt nur befriedigende Resultate bei technischen Frequenzen. Bei höheren Frequenzen wird die Abweichung der Induktionsverteilung von der Sinusform so gross, dass die Voraussetzung für diese Rechnung nicht mehr zutrifft. Doch scheint es für diesen Fall möglich, das Problem noch exakter zu fassen, evtl. unter Anwendung der Formeln von Steidinger [8]).

[8]) Arch. Elektrotechn. 1929, S. 153, Flächenhafte Wirbelströme in der Kupferplatte einer Wirbelstrombremse.

Die Entwicklung der Herstellung von Presspan.

Von *Hans Tschudi*, Rapperswil.

621.315.614.65

Nach einer kurzen, entwicklungsgeschichtlichen Einleitung wird auf die verschiedenen Arten Presspan eingegangen, wobei das «Transformerboard» anhand von Versuchen und dessen Anwendung eingehend beschrieben wird.

Après un court aperçu historique, l'auteur étudie les différentes sortes de presspahn et décrit d'une façon plus détaillée, en s'appuyant sur des essais pratiques, les qualités et application du «transformerboard».

Der Presspan ist älter als die Elektrotechnik. Seit über hundert Jahren wird harte, glänzend polierte Pappe zum Pressen von Tüchern verwendet; daher kommt auch der Name «*Presspan*». Das Material wurde für Isolationszwecke von den ersten Erbauern elektrischer Maschinen übernommen, weil es gute mechanische Eigenschaften, und, nach Behandlung mit Lacken, genügende Durchschlagsfestigkeit aufwies.

Presspan wurde lange Zeit stiefmütterlich behandelt; erst nach dem Weltkrieg befassten sich Wissenschafter näher mit ihm und stellten Fachkommissionen Normen für Herstellung und Anwendung auf. Im Dezember 1925 wurde die British Standard Specification No. 231 herausgegeben, die im Jahre 1936 eine Revision und Erweiterung erfuhr. Fast zur gleichen Zeit gaben die beiden grössten deutschen Verbraucher ein gemeinsames Vorschriftenblatt heraus, AEG = LV 550 und SSN 464—1, das als Grundlage zu den späteren deutschen VDE-Vorschriften 0315 diente. In der Schweiz und in andern Ländern hatten die grossen Konstruktionsfirmen inzwischen entweder ihre eigenen Lieferungs- und Abnahmebedingungen festgelegt oder eine der beiden genannten Vorschriften übernommen.

Die ersten zusammenfassenden Darstellungen über Presspan gaben Monkhouse [1]) und dann besonders Stäger [2]). Stäger gab sich nicht mehr mit der früher üblichen Aufzählung aller guten Eigenschaften eines Materials zufrieden, sondern schilderte eingehend die für alle aus Zellstoffasern erzeugten Isolierstoffe, Gewebe, Papiere und Presspan charakteristischen Nachteile. Er zeigte aber auch, dass die Empfindlichkeit gegen Feuchtigkeit und höhere Temperaturen durch geeignete Massnahmen weitgehend begrenzt werden können. Anderson [3]) gab die erste systematische Aufzählung der verschiedenen Verwendungsmöglichkeiten und schilderte die dabei auftretenden vielseitigen Beanspruchungen. Er beschrieb auch einige besondere Prüfgeräte, welche dem Verbraucher von Presspan für Nutenisolation erlauben, interessante Vergleichsprüfungen auszuführen, welche in keinen andern Normen oder Vorschriften enthalten sind.

Die Herstellung von Presspan machte in den letzten 10 Jahren eine bedeutende Entwicklung durch. Neben den geglänzten, meist hellbraun gefärbten Tafeln kam das zuerst in Amerika und England verwendete saugfähige, graue *Pressboard* auf, das ausschliesslich nach den neuen Anforderungen der Elektrotechnik erzeugt wird.

In der Schweiz befasste sich die Firma H. Weidmann A.-G. in Rapperswil (St. G.) seit dem Erscheinen der British Standard Specification, die das Pressboard spezifiziert, mit der Schaffung eines diese Normen erfüllenden Isoliermaterials, das unter dem Namen «*Transformerboard*» bekannt wurde.

Den Presspanfabriken brachten die einheitlichen Lieferungsbedingungen grosse Vorteile, weil sie ihre Maschinen, ihre Betriebskontrolle und Lagerhaltung vereinfachen konnten. Ihre technische Entwicklung ist dabei nicht stehen geblieben. Presspan und verwandte Produkte werden allgemein aus etwa 0,05 mm dicken Schichten aufgebaut, die sich, solange sie noch in nassem und plastischem Zustand sind, ohne Hilfe von Klebestoffen miteinander verbinden lassen. Früher wurden Platten von über 4 mm Dicke aus dünneren Tafeln mit alkaliarmem Kaltleim hergestellt. Sie wiesen jedoch längs dieser Grenzflächen schlechte elektrische Eigenschaften auf. Heute können bis zu 10 mm dicke Platten ohne jedes Klebemittel erzeugt werden. Die Formate für Presspan waren ursprünglich 60 × 80 cm bis höchstens 100 × 100 cm. Vor 15 Jahren wurde als grösstes Format etwa 100 × 200 cm verlangt, wogegen heute in der Schweiz Abmessungen bis 140 × 300 cm, die das ursprüngliche Format beinahe um das

[1]) Allan Monkhouse: Electrical Insulating Materials. London 1926.

[2]) Hans Stäger: Elektrotechnische Isoliermaterialien. Stuttgart 1931.

[3]) Bror Anderson: Presspan dess Användning, Egenskaper och Provning. ASEA Zeitschrift 1932.