

**Zeitschrift:** Bulletin de l'Association suisse des électriciens  
**Herausgeber:** Association suisse des électriciens  
**Band:** 29 (1938)  
**Heft:** 12

**Artikel:** Calcul des conducteurs fixés à des supports élastiques  
**Autor:** Camenzind, E.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-1058981>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 25.12.2024

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Calcul des conducteurs fixés à des supports élastiques.

Par E. Camenzind, Zoug.

621.915.056.1

L'auteur développe une équation qui permet de calculer la sollicitation d'un fil tendu lorsque la portée est allongée ou raccourcie sous l'influence de la température, tandis que la longueur du fil reste constante. Ces variations de la portée sont dues à l'élasticité des supports d'angle et d'arrêt, lorsque ceux-ci ne sont ni ancrés ni contrefichés. Pour terminer, il indique comment on peut déterminer à l'avance par le calcul les propriétés élastiques de différents types de pylônes en béton armé.

Es wird eine Gleichung abgeleitet, aus welcher die Beanspruchung eines gespannten Drahtes berechnet werden kann, wenn bei gleichbleibender Drahtlänge und unter Einwirkung von Temperaturänderung die Spannweite verkürzt oder verlängert wird. Die Aenderung der Spannweite entsteht als Folge der Elastizität von Leitungsmasten in Winkel- und Abspannpunkten, wenn weder Anker noch Streben vorhanden sind. Schliesslich wird darauf hingewiesen, wie die elastischen Eigenschaften verschiedener Typen armerter Betonmaste rechnerisch vorausbestimmt werden können.

(Traduction.)

Lorsqu'une poutre de fer, dont les extrémités sont encastrées rigidement, dans une maçonnerie par exemple, est soumise à un fort échauffement, les sollicitations de la matière (flambage ou compression) dépassent rapidement la limite admissible. En revanche, lorsque les dispositifs de fixation sont construits de façon à pouvoir se déplacer au fur et à mesure de la déformation due à l'allongement sous l'action de la chaleur, le danger d'états critiques est évité.

De même, la traction que subit un conducteur d'une ligne ordinaire, tendu rigidement, peut atteindre 4 ou 8 fois la valeur à la température normale, en cas de baisse de la température et sous une charge de neige et de verglas. Les calculs suivants ont pour but d'étudier les efforts auxquels est soumise la matière du conducteur, lors des modifications des conditions dues aux changements atmosphériques, lorsque les endroits d'angle et d'arrêt sont équipés de supports élastiques sans ancrage, ni contrefiche<sup>1</sup>).

1° Variation de la longueur d'un conducteur par suite d'une variation de la température:

$$l - l_0 = (t - t_0) \alpha l_0.$$

2° Variation de la longueur par suite de l'élasticité du conducteur (loi de Hook), due à une variation de l'effort de traction:

$$l - l_0 = (p - p_0) \frac{l_0}{E}$$

$l_0$  Longueur à l'état initial,  
 $l$  Longueur à un état quelconque.

Ces deux effets agissent simultanément.

$$l - l_0 = (t - t_0) \alpha l_0 + (p - p_0) \frac{l_0}{E}.$$

Pour la portée initiale  $a_0$ , on a, selon la série de Mac-Laurin:

$$\frac{l_0}{2} = \frac{a_0}{2} + \frac{a_0^3 \gamma_0^2}{48 p_0^2} + \frac{a_0^5 \gamma_0^4}{3840 p_0^4} + \dots$$

Les expressions qui suivent le second membre peuvent être négligées, car elles sont très petites

$$\frac{l_0}{2} = \frac{a_0}{2} \left( 1 + \frac{a_0^2 \gamma_0^2}{24 p_0^2} \right)$$

Pour un état quelconque, les désignations sont les suivantes:

$a$  la portée,  
 $\gamma$  le poids spécifique virtuel du conducteur,  
 $p$  la composante horizontale de l'effort de traction.

En admettant que le support soit élastique, la position du point d'arrêt et ainsi la portée  $a_0$  varie avec  $p$ . Appelons  $d$  la flexion spécifique du poteau par suite de sa déformation élastique provoquée par la variation de l'effort de traction  $p$ . On a ainsi, pour la portée à l'état quelconque, lorsque le conducteur de la portée à examiner est fixé à l'une de ses extrémités par un support élastique:

$$a = a_0 - d$$

$$\frac{l}{2} = \frac{a}{2} \left( 1 + \frac{a^2 \gamma^2}{24 p^2} \right) = \frac{a_0 - d}{2} \left( 1 + \frac{(a_0 - d)^2 \gamma^2}{24 p^2} \right)$$

$$(a_0 - d)^2 = a_0^2 - 2a_0 d + d^2.$$

L'influence de  $d^2$  est sans importance et peut être négligée.

$$\frac{l}{2} = \frac{a_0 - d}{2} \left( 1 + \frac{a_0^2 \gamma^2}{24 p^2} - \frac{a_0 d \gamma^2}{12 p^2} \right)$$

$$\frac{l - l_0}{2} = \frac{a_0 - d}{2} \left( 1 + \frac{a_0^2 \gamma^2}{24 p^2} - \frac{a_0 d \gamma^2}{12 p^2} \right) - \frac{a_0}{2} \left( 1 + \frac{a_0^2 \gamma_0^2}{24 p_0^2} \right)$$

$$l - l_0 = a_0 + \frac{a_0^3 \gamma^2}{24 p^2} - \frac{a_0^2 d \gamma^2}{12 p^2} - d - \frac{d a_0^2 \gamma^2}{24 p^2} + \frac{a_0 d^2 \gamma^2}{12 p^2} - a_0 - \frac{a_0^3 \gamma_0^2}{24 p_0^2}$$

L'expression  $\frac{a_0 d^2 \gamma^2}{12 p^2}$  peut être négligée, car elle est très faible par rapport au membre suivant, dans le cas d'une ligne ordinaire.

$$l_0 - l = -d + \frac{a_0^3}{24} \left( \frac{\gamma^2}{p^2} - \frac{3 d \gamma^2}{p^2 a_0} - \frac{\gamma_0^2}{p_0^2} \right)$$

Le membre médian de l'expression entre parenthèses peut être également négligé. On a donc:

<sup>1</sup> Cf. E. Maurer, Le calcul mécanique des lignes aériennes, Bull. ASE 1936, Nos. 2 et 3.

$$l - l_0 = -d + \frac{a_0^3}{24} \left( \frac{\gamma^2}{p^2} - \frac{\gamma_0^2}{p_0^2} \right) =$$

$$(t - t_0) \alpha l_0 + (p - p_0) \frac{l_0}{E}$$

$$l - l_0 = \frac{a_0^2}{24} \left( \frac{\gamma^2}{p^2} - \frac{\gamma_0^2}{p_0^2} \right) =$$

$$(t - t_0) \alpha \frac{l_0}{a_0} + (p - p_0) \frac{l_0}{a_0} \frac{1}{E} + \frac{d}{a_0}.$$

Pour des chaînettes plates, on peut poser:

$$\frac{l_0}{a_0} = 1$$

$$\frac{\gamma^2 a_0^2 E}{24 p^2} - \frac{\gamma_0^2 a_0^2 E}{24 p_0^2} = (t - t_0) \alpha E + \frac{E d}{a_0} + p - p_0$$

$$p^3 + p^2 \left\{ \frac{\gamma_0^2 a_0^2 E}{24 p_0^2} + (t - t_0) \alpha E - p_0 + \frac{E d}{a_0} \right\} = \frac{\gamma^2 a_0^2 E}{24}$$

$d$  est, dans cette équation, le déplacement spécifique du point d'arrêt (sommet du poteau). Dans le domaine de la charge où le module d'élasticité du matériau du support reste constant,  $d$  est une fonction linéaire de  $p$ , soit  $d = k \cdot p$ . On peut donc écrire:

$$p^3 \left( 1 + K \frac{E}{a_0} \right) + p^2 \left\{ \frac{\gamma_0^2 a_0^2 E}{24 p_0^2} + E \alpha (t - t_0) - p_0 \right\}$$

$$= \frac{\gamma^2 a_0^2 E}{24}$$

C'est l'équation, exprimée sous deux formes différentes, qui régit l'état d'un conducteur tendu entre deux points d'appui à même hauteur, dont l'un peut se déplacer élastiquement, le déplacement horizontal du point d'appui se modifiant linéairement, par rapport à la position initiale, avec la composante horizontale de l'effort de traction du conducteur. Ceci, bien entendu, pour autant que la loi de Hook soit applicable.

Lorsque les deux supports du conducteur, entre lesquels une seule portée est prévue, sont élastiques au point de vue de la flexion, on peut poser:

$$d = (K_1 + K_2) p$$

La valeur de  $d$  en cm se rapporte à un effort en kg par cm<sup>2</sup> de section du conducteur.

*Exemple:* Supposons que 4 conducteurs en cuivre de 8 mm soient tendus à un poteau d'arrêt sans ancrage, ni contrefiche. Le facteur  $K$  du support dépend du matériau et de sa disposition. Admettons que ce facteur ait une valeur de 0,015. Supposons en outre que la portée  $a_0$  soit de 50 m. Les 4 conducteurs sont réglés à 10° C pour un effort de traction  $p_0 = 400$  kg/cm<sup>2</sup>. La flexion du sommet du poteau  $D_0$  à 10° C est

$$D_0 = p_0 \cdot K \cdot \Sigma f = 400 \cdot 0,015 \cdot 4 \cdot 0,5 = 12$$

Si l'on donne au poteau une flexion préalable de

12 cm lors du montage, le sommet se trouvera alors au-dessus du centre de la section d'encastrement. Supposons maintenant que la température baisse de 10 à 0° C et que le conducteur soit soumis à une charge supplémentaire de 2 kg de neige par mètre courant. Introduisons les valeurs correspondantes dans l'équation

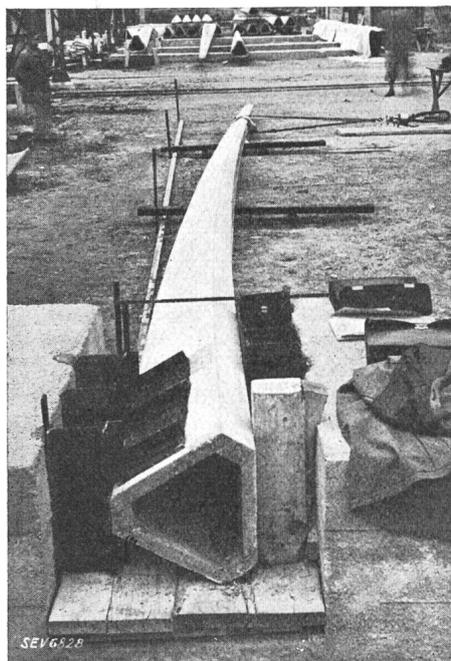


Fig. 1.

Un dynamomètre est monté dans le dispositif qui reproduit la traction au sommet. On a relevé les efforts de traction qui correspondent aux différentes charges et on a mesuré les flexions à divers points le long du poteau.

$$p^3 \left( 1 + \frac{K E}{a_0} \right) + p^2 \left\{ \frac{\gamma_0^2 a_0^2 E}{24 p_0^2} + E \alpha (t - t_0) - p_0 \right\}$$

$$= \frac{\gamma^2 a_0^2 E}{24}$$

Etat initial:  $t_0 = 10^\circ$  C

$\gamma_0 = 8,9 \cdot 10^{-3}$	$\gamma_0^2 = 79 \cdot 10^{-6}$
$a_0 = 5 \cdot 10^3$	$a_0^2 = 25 \cdot 10^6$
$p_0 = 400$	$p_0^2 = 16 \cdot 10^4$
$E = 1,15 \cdot 10^6$	$\alpha = 17 \cdot 10^{-6}$

Etat final:  $t = 0^\circ$  C.

$$\gamma = \gamma_{Schnee} = \gamma_0 + \frac{0,02}{q} = 0,0089 + \frac{0,02}{0,5} = 0,0489$$

$$\gamma^2 = 23,9 \cdot 10^{-4}$$

$$p^3 \left( 1 + 0,015 \frac{1,15 \cdot 10^6}{5 \cdot 10^3} \right) + p^2 \left\{ \frac{79 \cdot 10^{-6} \cdot 25 \cdot 10^6 \cdot 1,15 \cdot 10^6}{24 \cdot 16 \cdot 10^4} \right.$$

$$\left. - 10 \cdot 17 \cdot 10^{-6} \cdot 1,15 \cdot 10^6 - 400 \right\} =$$

$$\frac{23,9 \cdot 10^{-4} \cdot 25 \cdot 10^6 \cdot 1,15 \cdot 10^6}{24};$$

4,45  $p^3 - 3,5 p^2 = 28,6 \cdot 10^8$ ; d'où  $p = 863$  kg/cm<sup>2</sup>.

La flexion totale du sommet du poteau à l'état de 0° C et sous une charge de neige est

$$D = KP = K_p \Sigma f = 0,015 \cdot 863 \cdot 4 \cdot 0,5 \cong 26 \text{ cm.}$$

La flexion supplémentaire par rapport à la position initiale atteint  $26 - 12 = 14$  cm. La sollicitation augmente par conséquent de 4 à 8,63 kg/mm<sup>2</sup>, au lieu de 14,3 dans le cas de supports rigides, pour la modification d'état indiquée pour la ligne en question.

Nous allons appliquer ce calcul à des supports spéciaux en béton armé, et nous examinerons dans ce but la manière dont se comportent, au point de

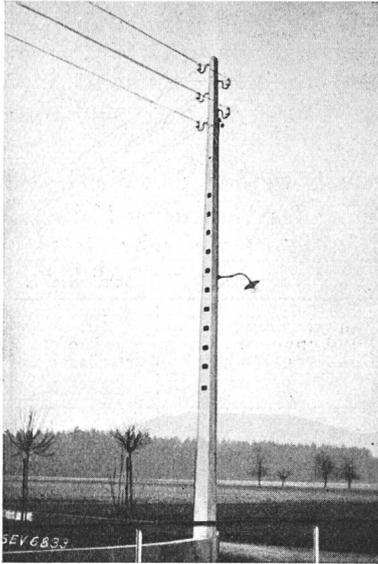


Fig. 2.

Angle d'une ligne équipé d'un support élastique.

vue de l'élasticité, les poteaux en béton armés fabriqués selon la méthode du système GRZ<sup>2)</sup>. On a effectué sur un type donné un essai de flexion, dont on a pu tirer la relation entre l'effort de traction au sommet et la déformation  $D = KP$ , ainsi que la ligne élastique. L'équation différentielle de la ligne élastique pour une poutre encastrée est la suivante:

$$y'' = \frac{1}{\varrho} = \frac{M_x}{J_x \cdot E} = \frac{M_x \cdot \frac{J_0}{J_x}}{J_0 \cdot E}.$$

La seule inconnue est  $E$ . A l'aide de la méthode graphique de Mohr on détermine graphiquement

<sup>2)</sup> E. Camenzind, Poteaux et pylônes en béton armé, Bull. ASE 1936, No. 5, p. 135.

une chaînette déduite de l'équation différentielle, qui doit coïncider avec la ligne élastique déterminée d'après l'essai de flexion. On a obtenu cette coïncidence entre la courbe expérimentale et la courbe déterminée graphiquement, en introduisant à titre d'essai différentes valeurs de  $E$  (variation de la distance polaire  $J_0 \cdot E$ ). Le module d'élasticité  $E$ , que l'on obtient par ce procédé, indique la valeur efficace pour la combinaison fer-béton du poteau considéré. Lorsqu'on connaît la valeur pour le fer, on peut en tirer celle du béton.

Ces essais entrepris une seule fois sur un certain type de poteau fournissent les données qui per-

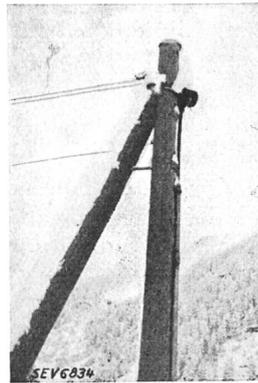


Fig. 3.

Une forte couche de neige sur la ligne a provoqué un fléchissement des supports d'isolateurs. La portée a été ainsi réduite de quelques centimètres, la longueur de fil restant la même, et la traction des conducteurs en a été réduite.

mettent de déterminer d'avance l'élasticité  $d = K \cdot p$  pour d'autres types, lorsque l'on connaît les divers moments d'inertie, qui ne varient pas nécessairement d'une façon régulière le long du poteau.

### Conclusions.

Ce mode de calcul n'offre pas un grand intérêt pour les lignes à longues portées, où les supports sont constitués par des pylônes en fer. Il a par contre une importance pratique dans le cas des réseaux à fort ou faible courant, où les poteaux d'arrêt, de bifurcation, de départ des câbles et les poteaux d'angle des lignes ordinaires ne sont ni ancrés, ni contrefichés. En utilisant des supports élastiques appropriés, on réduit l'effort de traction maximum des conducteurs aux états critiques, par rapport aux supports rigides. Par suite de cette réduction de l'effort de traction, il est nécessaire de prévoir un écartement suffisant entre les conducteurs, afin d'éviter que ceux-ci n'entrent en contact sous l'action du vent, et la flèche ne peut être augmentée que dans la mesure où la distance au sol est respectée.

## Die Mindestzahl der bei Untersuchung der elektrostatischen, magnetostatischen und elektromagnetischen Erscheinungen erforderlichen willkürlichen Einheiten.<sup>1)</sup>

Von P. Andronescu, Bukarest.

621.317.081

Es wird gezeigt, dass die neuzeitliche Behauptung «man hätte ein Maßsystem nur mit vier willkürlichen Einheiten» ein Irrtum ist, welcher darauf beruht, dass bedauerlicherweise die Universalkonstante «c» nicht Gemeingut der Ingenieure geworden ist.

On prétend aujourd'hui que «notre système d'unités repose sur quatre unités arbitraires». Or cela est faux et l'erreur provient de ce que les ingénieurs ne se sont malheureusement pas encore tous familiarisés avec la constante universelle «c».

<sup>1)</sup> Eingereicht am 23. 12. 36.