

**Zeitschrift:** Bulletin de l'Association suisse des électriciens  
**Herausgeber:** Association suisse des électriciens  
**Band:** 40 (1949)  
**Heft:** 23

**Artikel:** Über das Temperaturfeld des Schweiss-Lichtbogens  
**Autor:** Ollendorff, Franz  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-1056430>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 25.12.2024

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

gebaut, damit die beim Ein- und Ausschalten von 20-kV-Ölstrahlschaltern mit einer Steuerleistung von ca. 800 VA entstehenden Spannungsabfälle etwas ausgeglichen werden. Bei Spannungsausfall in der Station Platte oder Walzi wird der am Niederspannungsnetz liegende Spannungsschalter entregt und dessen Kontakte umgelegt, so dass die Spannungshaltung des Speiserahtes von einem Spannungswandler des Reserveanschlusses aus erfolgt. Ein Hilfskontakt am Wählerrelais in der Station Walzi sorgt dafür, dass nach der Rückkehr der Spannung im Hauptanschluss die Rückschaltung nicht während des Umlaufs der Wähler erfolgt. Die ganze Anlage ist so disponiert, dass die gleichzeitige Meldung von Schalterstellungsänderungen oder Kommandos entweder im gleichen Wählerumlauf

von 30 s oder bestimmt in einem folgenden Umlauf automatisch ausgeführt werden.

Bei den gesteuerten Ölschaltern wird der Einschaltbefehl nur durch einen Impuls von 0,15 s über ein Verzögerungsrelais gegeben, damit bestimmt keine Wiedereinschaltungen (Pumpen) auf einen Kurzschluss entstehen.

Die Anlage enthält noch verschiedene kleine Einrichtungen, die hier nicht beschrieben sind. Nur durch eine enge Zusammenarbeit mit der Lieferfirma konnte eine allen Bedürfnissen entsprechende Anlage erstellt werden. Sie wurde im April 1949 in Betrieb gesetzt und erfüllt seither ihren Zweck anstandslos.

Adresse des Autors:

E. Kern-Zindel, Betriebsleiter des Elektrizitätswerkes Menziken.

## Über das Temperaturfeld des Schweiss-Lichtbogens<sup>1)</sup>

Von Franz Ollendorff, Haifa (Israel)

536.12 : 621.791.75

Es wird das Temperaturfeld untersucht, welches ein gleichförmig bewegter Schweiss-Lichtbogen in einer planparallelen Metallplatte erzeugt. Die an den Oberflächen der Platte herrschenden Abkühlungsbedingungen werden mittels des Newtonschen Gesetzes der äusseren Wärmeleitung formuliert und, unter Vernachlässigung der Temperaturänderungen in Richtung der Plattendicke, in die Wärmeleitungsgleichung hineingezogen. Die Lösung wird aus dem Quellenintegral dieser Gleichung durch eine weitere Integration hergestellt; sie lässt sich mittels Exponentialfunktionen und Hankelscher Zylinderfunktionen geschlossen ausdrücken. Es wird ein mit dem Lichtbogen verhaftetes Bezugssystem eingeführt, in welchem die Lösung nach trigonometrischen Funktionen des auf der Platte gegen die Richtung des wandernden Lichtbogens gemessenen Azimutes entwickelt wird. Das mathematische Ergebnis wird durch Berücksichtigung der Betriebsbedingungen dem realen Schweissvorgang angepasst, und es werden Formeln für Leistung und Wirkungsgrad des Prozesses mitgeteilt; ihre praktische Anwendung wird an einem Zahlenbeispiel erläutert.

L'auteur étudie le champ de température créé dans une plaque métallique plane, d'épaisseur constante, par un arc de soudage qui se déplace à une allure uniforme. Les conditions de refroidissement à la surface de la plaque sont exprimées en appliquant la loi de Newton de la conduction thermique extérieure, puis introduites dans l'équation de la conduction thermique, en négligeant les variations de température dans le sens de l'épaisseur de la plaque. La solution est obtenue en procédant à une nouvelle intégration de l'intégrale des sources de cette équation; elle peut être exprimée à l'aide des fonctions exponentielles et des fonctions de Hankel. L'auteur introduit un système de référence lié à l'arc de soudage, qui permet un développement en fonctions trigonométriques de l'azimut mesuré sur la plaque, en direction vers l'arc qui se déplace. Il adapte ensuite ces considérations d'ordre mathématique au processus réel de soudage, en tenant compte des conditions de fonctionnement, et indique des formules pour le calcul de la puissance et du rendement du soudage. Leur application pratique est illustrée par un exemple numérique.

### 1. Das untersuchte Modell

Als Modell des Werkstückes behandeln wir eine nach allen Seiten unbegrenzte homogene und isotrope, planparallele Metallplatte.  $d$  bezeichnet die Plattenstärke,  $\lambda$  ihre Wärmeleitfähigkeit und  $c$  ihre spezifische Wärme pro Raumeinheit.

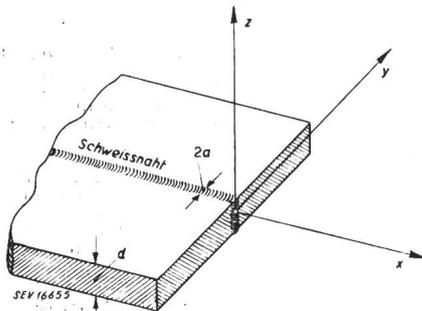


Fig. 1  
Modell des Werkstückes

Wir orientieren uns anhand eines kartesischen Koordinatensystems  $x, y, z$ ; gemäss Fig. 1 wird die den Flanken der Platte parallele Symmetrieebene

als Basis  $z = 0$  gewählt. Für den Wärmeaustausch der Platte mit der Umgebung nehmen wir das sogenannte Newtonsche Gesetz an: jede Einheit der Plattenoberfläche gibt pro Einheit der Temperaturdifferenz und pro Zeiteinheit die Wärmemenge  $h$  ab. Unterscheiden sich beide Plattenseiten voneinander hinsichtlich des Wärmeaustausches mit der Umgebung, so wird weiterhin unter  $h$  das arithmetische Mittel der je auf eine Seite bezüglichen Newtonschen Übergangsziffer verstanden.

Wir identifizieren die Schweissnaht mit der Ebene  $y = 0$ . Der Schweisslichtbogen soll mit der gleichförmigen Geschwindigkeit  $v$  der  $x$ -Achse entlang geführt werden und zum Zeitpunkt  $t = 0$  gerade mit dem Ursprung des Bezugssystems zusammenfallen. Gesucht wird das Feld der Temperaturdifferenz  $\theta$ , welche die Gesamtheit der Orte  $(x, y, z)$  der Platte  $\left[|z| < \frac{d}{2}\right]$  im Laufe der Zeit  $t$  gegen die Umgebung aufzeigen.

### 2. Die Differentialgleichung der Wärmebewegung

Wir setzen weiterhin  $d$  als so klein voraus, dass wir die in  $(x, y)$  parallel zur  $z$ -Achse auftretenden

<sup>1)</sup> Eingang des Manuskriptes: August 1947.

Temperaturdifferenzen ausser Acht lassen dürfen. Nun folgen wir den Wärmeströmen, welche pro Zeiteinheit das von den Ebenen  $x, x + \Delta x$  und  $y, y + \Delta y$  aus der Platte geschnittene infinitesimale Kontrollelement treffen:

1. In  $x$ -Richtung dringt der Strom ein

$$-d\Delta y\lambda \left(\frac{\partial\theta}{\partial x}\right)_x$$

2. In  $y$ -Richtung dringt der Strom ein

$$-d\Delta x\lambda \left(\frac{\partial\theta}{\partial y}\right)_y$$

3. In  $x$ -Richtung tritt der Strom aus

$$-d\Delta y\lambda \left(\frac{\partial\theta}{\partial x}\right)_{x+\Delta x}$$

4. In  $y$ -Richtung tritt der Strom aus

$$-d\Delta x\lambda \left(\frac{\partial\theta}{\partial y}\right)_{y+\Delta y}$$

5. In  $(\pm z)$ -Richtung tritt der Strom aus

$$2h\theta\Delta x\Delta y$$

Die Wärmebilanz des Kontrollelementes verlangt also

$$-\lambda d \left[ \Delta y \left( \frac{\partial\theta}{\partial x} \right)_x + \Delta x \left( \frac{\partial\theta}{\partial y} \right)_y \right] + \lambda d \left[ \Delta y \left( \frac{\partial\theta}{\partial x} \right)_{x+\Delta x} + \Delta x \left( \frac{\partial\theta}{\partial y} \right)_{y+\Delta y} \right] - 2h\theta\Delta x\Delta y = cd\Delta x\Delta y \frac{\partial\theta}{\partial t} \quad (1)$$

Wir teilen durch  $\lambda d\Delta x\Delta y$ , gehen zur Grenze  $\Delta x \rightarrow 0, \Delta y \rightarrow 0$  über und erhalten als Grundgleichung der Aufgabe

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\theta}{\partial y^2} = \frac{2h}{\lambda d} \theta + \frac{c}{\lambda} \frac{\partial\theta}{\partial t} \quad (2)$$

### 3. Konstruktion der Lösung

Wir führen in die Ebene  $z = 0$  Polarkoordinaten ein.  $r$  bezeichnet den Abstand des Aufpunktes vom Ursprung,  $\varphi$  sein Azimut gegen die positive  $x$ -Achse. Dann nimmt (2) die Form an

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial\theta}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2\theta}{\partial\varphi^2} = \frac{2h}{\lambda d} \theta + \frac{c}{\lambda} \frac{\partial\theta}{\partial t} \quad (2a)$$

Nun fragen wir nach dem Wärmefeld einer im Ursprung befindlichen Quelle, welche im Zeitpunkt  $t = 0$  die Wärmemenge  $Q$  auf die Platte überträgt; wer ein technisches Bild hiefür sucht, mag sich eine eben dem Feuer entnommene Niete vorstellen, welche zu diesem Zeitpunkt in das ihr angemessene Loch in der Umgebung des Ursprungs eingesetzt wird. Aus Symmetriegründen hängt dieses Feld nur von  $r$  ab, so dass sich (2a) zu

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial\theta}{\partial r} = \frac{2h}{\lambda d} \theta + \frac{c}{\lambda} \frac{\partial\theta}{\partial t} \quad (2b)$$

vereinfacht. Wir setzen hierin

$$\theta = e^{\alpha t} f(r, t) \quad (3)$$

mit zunächst noch frei wählbarem Exponenten  $\alpha$ . Aus (2b) folgt somit, nach Kürzen mit  $e^{\alpha t}$ :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial r} = \left[ \frac{2h}{\lambda d} + \frac{c}{\lambda} \alpha \right] f + \frac{c}{\lambda} \frac{\partial f}{\partial t} \quad (4)$$

Bestimmen wir jetzt  $\alpha$  gemäss

$$\frac{2h}{\lambda d} + \frac{c}{\lambda} \alpha = 0; \quad \alpha = -\frac{2h}{dc} \quad (5)$$

so resultiert für  $f$  die klassische Wärmeleitungs-Gleichung

$$\frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial r} = \frac{c}{\lambda} \frac{\partial f}{\partial t} \quad (6)$$

Ihr Quellenintegral lautet

$$f(r, t) = Q \frac{e^{-\frac{r^2}{4\frac{\lambda}{c}t}}}{4\pi\lambda dt} \quad (7)$$

Daher liefert (3) mit (5) für das gesuchte Wärmefeld («Niet-Problem»)

$$\theta = Q e^{-\frac{2h}{dc}t} \cdot \frac{e^{-\frac{r^2}{4\frac{\lambda}{c}t}}}{4\pi\lambda dt} \quad (8)$$

Wir kehren hierauf zum wandernden Lichtbogen zurück. Er befindet sich voraussetzungsgemäss im Zeitpunkt  $\tau$  am Orte  $x = v\tau$  der Schweissnaht. Nennen wir  $P$  den Leistungsanteil, welcher von einem gedachten Lichtbogen verschwindenden Säulenquerschnittes an die Platte übertragen wird, so repräsentiert dieser Lichtbogen während der infinitesimalen Epoche  $d\tau$  eine Wärmequelle der Ergiebigkeit  $Pd\tau$ . Aus (8) nehmen wir daher das zugehörige, infinitesimale Temperaturfeld  $d\theta$ , indem wir gleichzeitig  $t$  durch  $(t - \tau)$  und  $r^2$  durch  $[(x - v\tau)^2 + y^2]$  ersetzen:

$$d\theta = \frac{P d\tau}{4\pi\lambda d(t - \tau)} e^{-\frac{2h}{dc}(t - \tau)} \frac{e^{-\frac{(x - v\tau)^2 + y^2}{4\frac{\lambda}{c}(t - \tau)}}}{e^{-\frac{\lambda}{c}(t - \tau)}} \quad (9)$$

Das resultierende Temperaturfeld folgt hieraus durch Integration längs desjenigen Teiles der Schweissnaht, welcher vom Lichtbogen bis zum Kontroll-Zeitpunkt  $t$  überstrichen worden ist:

$$\theta = \frac{P}{4\pi\lambda d} \frac{\lambda}{c} \int_{\tau=-\infty}^t \frac{e^{-\frac{2h}{dc}(t - \tau)} e^{-\frac{(x - v\tau)^2 + y^2}{4\frac{\lambda}{c}(t - \tau)}}}{4\frac{\lambda}{c}(t - \tau)} \cdot d\tau \quad (10)$$

Wir substituieren statt  $\tau$  die Integrationsvariable  $u$

$$\tau = t - \frac{y^2}{4\frac{\lambda}{c}u}; \quad \frac{y^2}{4\frac{\lambda}{c}(t - \tau)} = u; \quad du = \frac{y^2 d\tau}{4\frac{\lambda}{c}(t - \tau)^2} \quad (11)$$

und gehen mittels der Galileitransformation

$$x' = x - vt; \quad y' = y; \quad t' = t \quad (12)$$

zu einem dem Lichtbogen verhafteten, «gestrichenen» Bezugssystem über. Mit den Abkürzungen

$$A = 1 + \frac{x'^2}{y'^2}; \quad B = y'^2 \left( \frac{v^2}{\left(4 \frac{\lambda}{c}\right)^2} + \frac{h}{2 \lambda d} \right) \quad (13)$$

nimmt dann das in (10) auftretende Integral die Form an

$$\int_{\tau=-\infty}^{\infty} \dots d\tau = I = e^{-2 \frac{x'v}{4 \frac{\lambda}{c}} \int_{u=0}^{\infty} \frac{e^{-\left(Au + \frac{B}{u}\right)}}{4 \frac{\lambda}{c} u} du \quad (14)$$

Die weitere Substitution  $u = 0$

$$u = \sqrt{\frac{B}{A}} u' \quad (15)$$

liefert

$$I = \frac{e^{-2 \frac{x'v}{4 \frac{\lambda}{c}}}}{4 \frac{\lambda}{c}} \int_{u'=0}^{\infty} \frac{e^{-\sqrt{AB} \left(u' + \frac{1}{u'}\right)}}{u'} du' \quad (16)$$

Nun ist

$$\int_{u'=0}^{\infty} \frac{e^{-\sqrt{AB} \left(u' + \frac{1}{u'}\right)}}{u'} du' = \pi j H_0^{(1)}(j 2 \sqrt{AB}); \quad j = | -1 \quad (17)$$

wobei  $H_0^{(1)}$  die Hankelsche Zylinderfunktion erster Art von der Ordnung 0 bezeichnet. Mit (13) lautet also (10) explizit

$$\Theta = \frac{P}{2 \pi \lambda d} \cdot e^{-\frac{cvx'}{2\lambda}} \cdot \frac{\pi j}{2} H_0^{(1)} \left( j \sqrt{x'^2 + \gamma'^2} \sqrt{\left(\frac{cv}{2\lambda}\right)^2 + \frac{2h}{\lambda d}} \right) \quad (18)$$

Um die Lösung zu verifizieren, schreiben wir (6) mittels (12) auf das gestrichene Bezugssystem um:

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y'^2} = \frac{2h}{\lambda d} \Theta - \frac{cv}{\lambda} \frac{\partial \Theta}{\partial x'} + \frac{\partial \Theta}{\partial t'} \quad (19)$$

Da das untersuchte Feld relativ zum wandernden Lichtbogen stationär ist  $\left[ \frac{\partial \Theta}{\partial t'} = 0 \right]$ , vereinfacht sich (19) zu

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y'^2} = \frac{2h}{\lambda d} \Theta - \frac{cv}{\lambda} \frac{\partial \Theta}{\partial x'} \quad (19a)$$

Aus (18) folgt nun

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Theta}{\partial x'} &= -\frac{cv}{2\lambda} \Theta + \frac{P}{2 \pi \lambda d} e^{-\frac{cvx'}{2\lambda}} \cdot \frac{\pi j}{2} \frac{\partial H_0^{(1)}}{\partial x'} \\ \frac{\partial^2 \Theta}{\partial x'^2} &= \left(\frac{cv}{2\lambda}\right)^2 \Theta - \frac{P}{2 \pi \lambda d} 2 \frac{cv}{2\lambda} e^{-\frac{cvx'}{2\lambda}} \cdot \\ &\quad \frac{\pi j}{2} \frac{\partial H_0^{(1)}}{\partial x'} + \frac{P}{2 \pi \lambda d} e^{-\frac{cvx'}{2\lambda}} \cdot \frac{\pi j}{2} \cdot \frac{\partial^2 H_0^{(1)}}{\partial x'^2} \\ \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y'^2} &= \frac{P}{2 \pi \lambda d} e^{-\frac{cvx'}{2\lambda}} \cdot \frac{\pi j}{2} \frac{\partial^2 H_0^{(1)}}{\partial y'^2} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

so dass man durch Substitution in (19) findet

$$\frac{\partial^2 H_0^{(1)}}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 H_0^{(1)}}{\partial y'^2} = \left[ \frac{2h}{\lambda d} + \left(\frac{cv}{2\lambda}\right)^2 \right] H_0^{(1)} \quad (21)$$

Mit  $r' = \sqrt{x'^2 + y'^2}$  geht diese partielle Differentialgleichung für den Sonderfall des rotations-symmetrischen Feldes in die gewöhnliche Differentialgleichung über

$$\frac{d^2 H_0^{(1)}}{dr'^2} + \frac{1}{r'} \frac{dH_0^{(1)}}{dr'} - \left[ \left(\frac{cv}{2\lambda}\right)^2 + \frac{2h}{\lambda d} \right] H_0^{(1)} = 0 \quad (22)$$

welche die Zylinderfunktionen nullter Ordnung vom rein imaginären Argumente  $\left[ j \sqrt{\left(\frac{cv}{2\lambda}\right)^2 + \frac{2h}{\lambda d}} r' \right]$  definiert, in Übereinstimmung mit (18).

Wir führen die Grösse  $\sqrt{\frac{\lambda d}{2h}}$  von der Dimension einer Länge als sozusagen «natürliche» Längeneinheit ein und benützen weiterhin die numerischen Koordinaten

$$\varrho' = \sqrt{\frac{2h}{\lambda d}} r'; \quad \xi' = \varrho' \cos \varphi' = \sqrt{\frac{2h}{\lambda d}} x' \quad (23)$$

Ferner definieren wir die numerische Geschwindigkeit  $\gamma$  des wandernden Lichtbogens mittels

$$\gamma^2 = \frac{c^2 v^2}{16 \lambda^2} \frac{2 \lambda d}{h}; \quad \gamma = cv \sqrt{\frac{d}{8 \lambda h}} \quad (24)$$

so dass also die Grösse  $\frac{1}{c} \sqrt{\frac{8 \lambda h}{d}}$  die Rolle der «natürlichen» Geschwindigkeitseinheit spielt. Damit nimmt (18) die bequeme Form an

$$\Theta = \frac{P}{2 \pi \lambda d} e^{-\gamma \varrho' \cos \varphi'} \frac{\pi j}{2} H_0^{(1)}(j \varrho' \sqrt{1 + \gamma^2}) \quad (25)$$

Fig. 2 veranschaulicht den Inhalt der Gleichung anhand der Isothermen des Temperaturfeldes: Bei verschwindendem  $\gamma$  (ruhender Lichtbogen) ergeben sich nach Fig. 2a konzentrische Kreise um den Ursprung des gestrichenen Bezugssystems, welches in diesem Fall mit dem ungestrichenen identisch wird; mit wachsender numerischer Geschwindigkeit entwickelt sich nach Fig. 2b und 2c vor dem wandernden Lichtbogen ein steiler Temperaturabfall, während in seinem Rücken, also längs der eben geschweissten Naht, die Temperatur nur allmählich verklingt. Diese charakteristische Unsymmetrie

kommt in einfacher Weise analytisch zum Ausdruck, indem wir  $e^{-\gamma \varrho' \cos \varphi'}$  in die Fouriersche Reihe entwickeln

$$e^{-\gamma \varrho' \cos \varphi'} = I_0(j\gamma \varrho') - \frac{2}{j} I_1(j\gamma \varrho') \cos \varphi' + \frac{2}{j^2} I_2(j\gamma \varrho') \cos 2\varphi' - + \dots \quad (26)$$

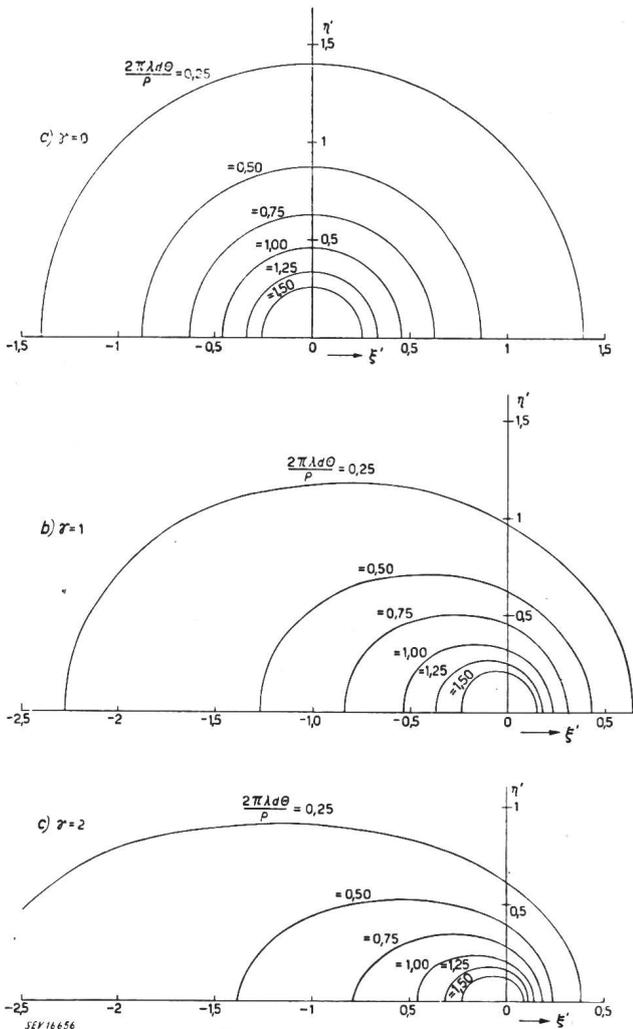


Fig. 2 Isothermen im mitbewegten Koordinatensystem

wobei die  $I_n$  die Besselschen Funktionen  $n$ ter Ordnung bezeichnen.

#### 4. Die Betriebsbedingungen

Die Lösung (25) versagt für  $\varrho' = 0$ ; in der Tat lässt sich eine im  $z$ -Achsen-Abschnitt der Platte konzentrierte Linienquelle mit ihren unendlich starken Lichtbogen-Stromstärken physikalisch nicht realisieren. Wir schliessen deshalb diese Singularität etwa durch einen zur  $z$ -Achse parallelen Kreis-

zylinder vom Halbmesser  $a$  (numerischer Halb-

messer  $\alpha = \sqrt{\frac{2h}{\lambda d}} a$ ) aus dem Existenzgebiet der Lösung aus. Der Bereich  $\varrho' < \alpha$  definiert dann zugleich den Fuss des realen Lichtbogens auf der Platten-Oberfläche und das Schweißgebiet innerhalb der Platte. Daher haben wir die mittlere Temperatur auf dem Mantel des Zylinders  $\varrho' = \alpha$  mit der Schmelztemperatur  $\theta_s$  des zu schweißenden Materials zu identifizieren und entnehmen (25) und (26)

$$\theta_s = \frac{P}{2\pi\lambda d} I_0(j\gamma\alpha) \frac{\pi j}{2} H_0^{(1)}(j\alpha\sqrt{1+\gamma^2}) \quad (27)$$

Hieraus folgt rückwärts die Leistung der Linienquelle

$$P = \theta_s 2\pi\lambda d \frac{1}{I_0(j\gamma\alpha) \frac{\pi j}{2} H_0^{(1)}(j\alpha\sqrt{1+\gamma^2})} \quad (27a)$$

Von dieser Grösse, welche sich auf den früher eingeführten ideellen Lichtbogen bezieht, ist die Leistung  $P_L$  des realen Lichtbogens wohl zu unterscheiden; ihr auf den Schweißvorgang bezüglicher Anteil setzt sich aus zwei Komponenten zusammen: 1) Entsprechend der Schmelzwärme  $s$  pro Raumeinheit des Schweißgebietes (einschliesslich der Erwärmsungsarbeit  $c\theta_s$  bis zum Schmelzpunkt) ist pro Zeiteinheit die Schmelzleistung («Nutzleistung»)  $P_s$  aufzubringen

$$P_s = s 2 a d v = \left(4 \frac{s}{c} \lambda d\right) \alpha \gamma \quad (28)$$

2) Als «Verlust» ist diejenige Leistung  $P_v$  zu buchen, welche durch den Mantel des Zylinders  $\varrho' = \alpha$  von innen nach aussen strömt

$$P_v = -\lambda d \int_{-\pi}^{+\pi} \left(\frac{\partial \theta}{\partial r'}\right)_{r'=a} a d\varphi' = -\lambda d \alpha \int_{-\pi}^{+\pi} \left(\frac{\partial \theta}{\partial \varrho'}\right)_{\varrho'=\alpha} d\varphi' \quad (29)$$

Aus (25) und (26) finden wir

$$\int_{-\pi}^{+\pi} \left(\frac{\partial \theta}{\partial \varrho'}\right)_{\varrho'=\alpha} d\varphi' = \frac{P}{2\pi\lambda d} 2\pi \left[ \sqrt{1+\gamma^2} I_0(j\gamma\alpha) \frac{\pi}{2} H_1^{(1)}(j\alpha\sqrt{1+\gamma^2}) + \gamma \frac{I_1(j\gamma\alpha)}{j} \frac{\pi j}{2} H_0^{(1)}(j\alpha\sqrt{1+\gamma^2}) \right] \quad (30)$$

Mit Rücksicht auf (27a) wird also

$$P_v = 2\pi\theta_s \lambda d p_v \quad (31)$$

wobei der «numerische Verlust»  $p_v$  durch die Formel dargestellt ist

$$p_v = \alpha \frac{\sqrt{1+\gamma^2} I_0(j\gamma\alpha) \left(-\frac{\pi}{2} H_1^{(1)}\right)(j\alpha\sqrt{1+\gamma^2}) - \gamma \frac{I_1(j\gamma\alpha)}{j} \frac{\pi j}{2} H_0^{(1)}(j\alpha\sqrt{1+\gamma^2})}{I_0(j\gamma\alpha) \frac{\pi j}{2} H_0^{(1)}(j\alpha\sqrt{1+\gamma^2})} \quad (31a)$$

Fig. 3 zeigt ihren Gang mit wachsender numerischer Geschwindigkeit  $\gamma$  für verschiedene Werte des numerischen Lichtbogen-Halbmessers  $\alpha$ . Dabei entsprechen kleine  $\alpha$  dem Falle starker Werkstücke («vorherrschende Wärmeleitung»), dagegen grosse  $\alpha$  dünnen Werkstücken («vorherrschender Wärme-

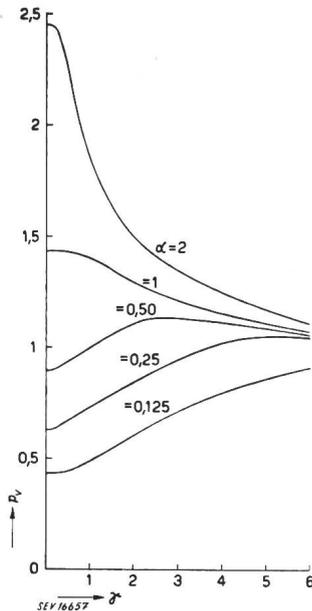


Fig. 3  
Gang des numerischen Verlustes  $p_v$  mit der numerischen Geschwindigkeit  $\gamma$

austausch mit der Umgebung»). In der Regel arbeitet man im Gebiete vorherrschender Wärmeleitung; wenn dann gleichzeitig die numerische Geschwindigkeit  $\gamma \gg 1$  gewählt wird, kann man (31a) durch den Grenzübergang

$$\lim_{\substack{\alpha \rightarrow 0 \\ \gamma \rightarrow \infty}} \alpha \gamma = \frac{c v}{2 \lambda} \quad a \equiv \beta \quad (32)$$

vereinfachen (Fig. 4).

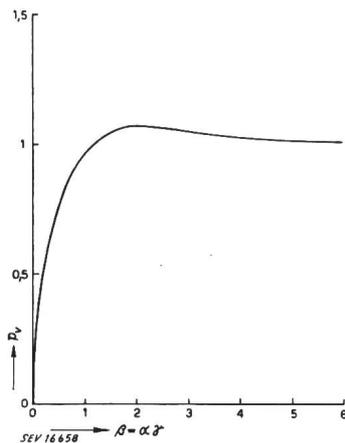


Fig. 4  
Grenzesetz des numerischen Verlustes  $p_v$

$$\lim_{\substack{\alpha \rightarrow 0 \\ \gamma \rightarrow \infty}} p_v = \quad (31b)$$

$$\beta \frac{I_0(j\beta) \left( -\frac{\pi}{2} H_1^{(1)}(j\beta) \right) - \frac{I_1(j\beta)}{j} \frac{\pi j}{2} H_0^{(1)}(j\beta)}{I_0(j\beta) \frac{\pi j}{2} H_0^{(1)}(j\beta)}$$

Aus der Zusammenfassung von (28) und (31) resultiert

$$P_L = P_s + P_v = \left( 4 \frac{s}{c} \lambda d \right) \alpha \gamma + (2 \pi \Theta_s \lambda d) p_v \quad (33)$$

Diese Gleichung beantwortet folgende Grundfrage des Lichtbogenschweissens: Welche Leistung ist aufzubringen, um eine Schweissnaht verlangter Abmessungen mit vorgegebener Arbeitsgeschwindigkeit auszuführen? Gleichzeitig lehrt (33) den Wirkungsgrad des Prozesses

$$\eta = \frac{P_s}{P_s + P_v} = \frac{4 \frac{s}{c} \alpha \gamma}{4 \frac{s}{c} \alpha \gamma + 2 \pi \Theta_s p_v} \quad (33a)$$

Natürlich ist hierin jene Leistung ausser Betracht gelassen, welche für den Betrieb der Lichtbogensäule als solche erforderlich ist; sie ist wesentlich unabhängig von der eigentlichen Schweissleistung  $P_L$ .

### 5. Zahlenbeispiel

Wir nehmen an:

Zu schweisender Werkstoff: Eisen

Stärke des Werkstückes  $d = 0,5 \text{ cm}$

Wärmeleitfähigkeit  $\lambda = 0,6 \frac{\text{W}}{\text{cm} \cdot \text{°C}}$

Spezifische Wärme  $c = 3,65 \frac{\text{Joule}}{\text{cm}^3 \cdot \text{°C}}$

Schmelztemperatur  $\Theta = 1500 \text{ °C}$  (gegen  $25 \text{ °C}$  Umgebungstemperatur)

Schmelzwärme: Erwärmungsarbeit  $5450 \frac{\text{J}}{\text{cm}^3}$  }  $7120 \frac{\text{J}}{\text{cm}^3}$   
 Reine Schmelzwärme:  $1670 \frac{\text{J}}{\text{cm}^3}$

Newtonsche Austauschzahl  $h = 4 \cdot 10^{-2} \frac{\text{W}}{\text{cm}^2 \cdot \text{°C}}$  (gegen bewegte Luft)

Es soll eine Schweissnaht von  $2a = 2 \text{ mm}$  Breite mit einer Geschwindigkeit von  $v = 0,25 \text{ cm/s}$  hergestellt werden.

Die natürliche Längeneinheit ist:  $\sqrt{\frac{\lambda d}{2h}} = 1,93 \text{ cm}$

Die natürliche Geschwindigkeitseinheit beträgt:

$$\frac{1}{c} \sqrt{\frac{8 \lambda h}{d}} = 0,170 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

Demnach folgt

Der numerische Halbmesser der Schweisszone  $\alpha = \frac{0,1}{1,93} = 0,052$

Die numerische Geschwindigkeit  $\gamma = \frac{0,25}{0,17} = 1,47$

und also  $\sqrt{1 + \gamma^2} = 1,77$ ;  $\alpha \sqrt{1 + \gamma^2} = 0,092$ ;  $\alpha \gamma = 0,0762$

Mittels der für kleine Argumente gültigen Näherungsformeln der Zylinderfunktionen berechnen wir

$$\frac{j\pi}{2} H_0^{(1)}(j 0,092) = \ln \frac{2}{1,7811 \cdot 0,092} = 2,50;$$

$$-\frac{\pi}{2} H_1^{(1)}(j 0,092) = \frac{1}{0,092} = 10,85$$

$$I_0(j 0,0762) = 1 + \left( \frac{0,0762}{2} \right)^2 = 1,0015;$$

$$\frac{I_1(j 0,0762)}{j} = \frac{0,0762}{2} = 0,038$$

Nach (31a) finden wir hiermit als numerischen Verlust

$$p_v = 0,052 \frac{1,77 \cdot 1,0015 \cdot 10,85 - 1,47 \cdot 0,038 \cdot 2,50}{1,0015 \cdot 2,50} = 0,38$$

also mit (31) die Verlustleistung

$$P_v = 2 \pi \cdot 1500 \cdot 0,6 \cdot 0,5 \cdot 0,38 = 1070 \text{ W}$$

Die Nutzleistung folgt nach (28) zu

$$P_s = \left( 4 \frac{7120}{3,65} \cdot 0,6 \cdot 0,5 \right) 0,0762 = 178 \text{ W}$$

und daher der Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{178}{1070 + 178} = 14,3 \%$$

Adresse des Autors:

Prof. Dr.-Ing. F. Ollendorff, Hebräische Technische Hochschule, Haifa (Israel).

## Statistik des Verkaufes elektrischer Wärmeapparate für Haushalt und Gewerbe im Jahre 1948

Vom Sekretariat des Schweizerischen Wasserwirtschaftsverbandes, Zürich (A. Härry)

31 : 621.364.5 (494)

An den Erhebungen im Jahre 1948 beteiligten sich 70 Firmen gegenüber 64 Firmen im Jahre 1947<sup>1)</sup>. Die Gesamtzahl der im Jahre 1948 verkauften elektrischen Wärmeapparate für Haushalt und Gewerbe (ohne Export) betrug nach Tabelle I 282 194 Stück mit einem Anschlusswert von 529 786 kW. Die Zahlen für das Jahr 1947 betragen 345 712 Stück

Zusammenstellung der in der Schweiz durch die schweizerischen Fabriken elektrothermischer Apparate verkauften Wärmeapparate für Haushalt und Gewerbe.

Tabelle I

Verkaufte Apparate	Zahl	Anschlusswert kW
1. Bratofenherde für den Haushalt	32 942	226 301
2. Tischherde und Réchauds (keine Ersatzplatten)	11 671	20 835
3. Tischbacköfen	496	614
4. Kocher, Kaffee- und Teekocher	24 901	7 947
5. Brottröster	6 844	3 224
6. Heizkissen	1 086	290
7. Tauchsieder für Haushalt	7 622	3 289
8. Warmwasserspeicher für den Haushalt	30 831	39 639
9. Heizöfen, Schnellheizer	15 973	25 225
10. Strahler	18 389	20 361
11. Wasser- und Ölradiatoren	1 446	1 916
12. Halbwärmespeicheröfen	80	274
13. Vollwärmespeicheröfen	78	245
14. Bügeleisen	85 413	38 060
15. Waschkessel, Waschherde und -maschinen	3 228	19 598
16. Futterkocher	429	1 102
17. Dörrapparate	3 425	1 126
18. Verschiedene kleinere Wärmeapparate für den Haushalt	13 552	8 214
Übertrag	258 406	418 260

<sup>1)</sup> vgl. Bull. SEV Bd. 39(1948), Nr. 26, S. 871.

Verkaufte Apparate	Zahl	Anschlusswert kW
Übertrag	258 406	418 260
19. Grossküchenapparate:		
a) Herde	322	8 813
b) Backöfen	139	1 080
c) Bratpfannen	191	1 504
d) Kippkessel	268	3 314
e) Verschiedene Wärmeapparate	3 823	1 510
20. Metzgereiapparate:		
a) Kochkessel	33	531
b) Bratpfannen	2	23
c) Raucheinsätze	2	22
d) Verschiedene Wärmeapparate	32	112
21. Bäckereiöfen, Patisserie- und Konditoreiöfen	242	7 815
22. Warmwasserspeicher für das Gewerbe	1 178	6 703
23. Durchlauferhitzer	106	2 674
24. Heizkessel und Speicher für Heizanlagen	82	2 119
25. Elektrodampfkessel	55	10 949
26. Trocken- und Wärmeschränke für gewerbliche Zwecke	819	2 719
27. Laboratoriumsapparate, medizinische Apparate	1 407	1 452
28. Hochfrequenz-Generatoren		
a) dielektrische Heizung	10	84
b) induktive Heizung	10	75
29. Verschiedene Spezialapparate für Gewerbe	15 067	60 027
Total	282 194	529 786

mit einem Anschlusswert von 630 205 kW. Am Rückgang sind Bratofenherde, Kocher, Brottröster, Tauchsieder, Warmwasserspeicher für den Haushalt, verschiedene kleine Apparate für den Haushalt, Laboratoriumsapparate und verschiedene kleine Apparate für das Gewerbe, beteiligt.

## Die Entwicklung der elektrischen Grossküche in der Schweiz im Jahre 1948

Vom Sekretariat des Schweizerischen Wasserwirtschaftsverbandes, Zürich (A. Härry)

31 : 621.364.5 (494)

Im Jahre 1948 wurden in der Schweiz 467 elektrische Grossküchen neu in Betrieb genommen. Wie sie sich auf die einzelnen Standorte verteilen, zeigt Tabelle I<sup>1)</sup>.

Mit 467 Grossküchen wurde, wie Tabelle II zeigt, die viertgrösste Zahl seit 1920 erreicht. Der mittlere Anschlusswert der neu angeschlossenen Küchen betrug im Jahre 1948 34,2 kW gegenüber dem Mittel von 36,2 kW für alle Küchen Ende 1948.

<sup>1)</sup> vgl. Bull. SEV Bd. 39(1948), Nr. 26, S. 872.

Verteilung der im Jahre 1948 neu in Betrieb genommenen Grossküchen

Tabelle I

Standort	Neue Anschlüsse 1948		Total Anschlüsse Ende 1948	
	Zahl	Anschlusswert kW	Zahl	Anschlusswert kW
Hotels und Restaurants	241	7 447	2 860	96 832
Öffentliche Anstalten	129	5 095	1 539	60 827
Spitäler	30	1 632	394	20 146
Gewerbliche Betriebe (Metzgereien usw.)	67	1 817	664	19 635
Total	467	15 991	5 457	197 440